PT 2017-2018 **Pour le jeudi 05-10-2017**

DEVOIR LIBRE n° 1

L'usage de calculatrices est interdit pour les 1er, 2ème et 4ème problèmes, et autorisé pour les 3ème et 5ème problèmes.

PREMIER PROBLEME : L'électronique au service du microscope (d'après banque PT 2017)

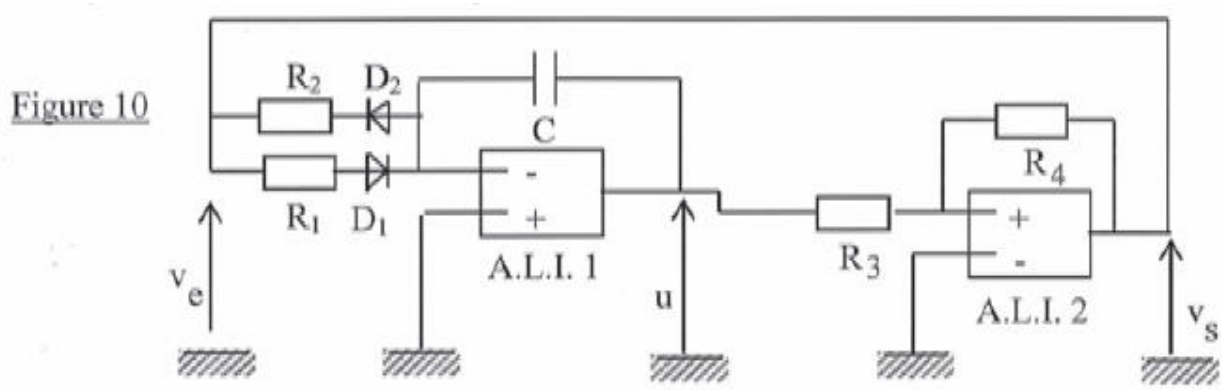
L'usage de calculatrices est interdit pour ce problème.

Le microscope électronique nécessite un générateur de balayage qui commande le déflecteur électromagnétique, et qui sert également à synchroniser l'affichage de l'image sur un écran cathodique. Par ailleurs, on utilise souvent un capteur C.C.D. pour transformer un signal lumineux en signal électrique.

Dans ce problème, aucune connaissance préalable sur les diodes ou photodiodes n'est nécessaire.

1. Générateur de balayage

Le générateur de balayage délivre un signal en rampes. On propose le montage de la figure 10 suivante pour la réalisation de ce signal.



Les amplificateurs linéaires intégrés (A.L.I.) sont supposés idéaux. Ils sont alimentés par des tensions continues $\pm V_0$ avec $V_0 = 15$ V, et on suppose que leur tension de saturation est : $V_{sat} = V_0$.

Les diodes D_1 et D_2 sont des interrupteurs commandés par la tension v_e :

Si $v_e > 0$ D_1 est fermé et D_2 est ouvert.
Si $v_e < 0$ D_1 est ouvert et D_2 est fermé.

1.1. Que peut-on dire des courants d'entrée et du gain d'un A.L.I. idéal ?

1.2. Justifier que l'un des deux A.L.I. fonctionne nécessairement en régime de saturation.

1.3. On observe expérimentalement, pour la tension u(t), l'oscillogramme de la figure 11 ci-contre.

Echelle horizontale : 1 ms/division
Echelle verticale : 1 V/division

Justifier que l'autre A.L.I. fonctionne en régime linéaire.

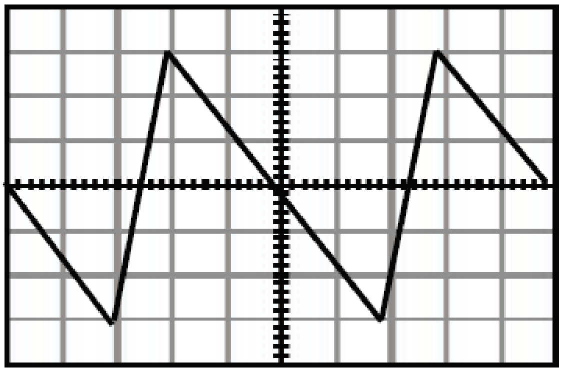


Figure 11

1.4. On suppose qu'à l'instant initial t = 0, le spot de l'oscilloscope est au point central de l'écran (u(0) = 0), le condensateur étant déchargé, et que $v_e = + V_0$. Exprimer u(t) pour $t \geq 0$.

1.5. Pour l'A.L.I. 2, exprimer V_+ en fonction de u et v_s, puis en déduire l'instant t_1 où se produit le basculement vers la tension $v_s = - V_0$.

1.6. Pourquoi la tension u(t) ne peut-elle pas subir de discontinuité ?

1.7. Pout $t \geq t_1$, exprimer u(t) puis déterminer l'instant t_2 où la tension u s'annule à nouveau.

1.8. En s'aidant de l'oscillogramme et en utilisant les résultats précédents, déduire :

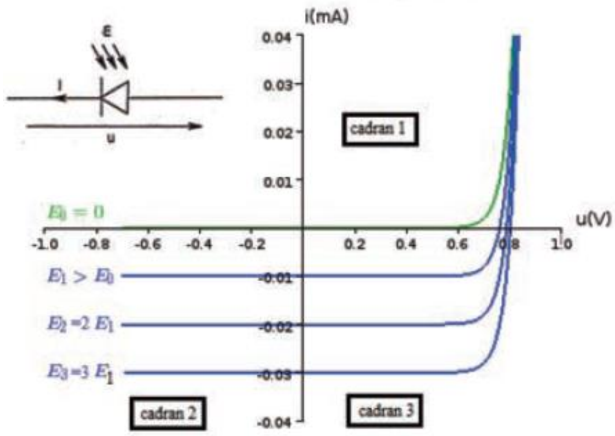
1.8.1. L'expression de la période T de la tension u en fonction de R_1, R_2, R_3, R_4 et C.

1.8.2. Les valeurs de R_1, R_2, R_3 en kΩ, sachant que C = 1 µF et R_4 = 1 kΩ.

2. Le capteur C.C.D.

Le capteur C.C.D. est constitué de 1024 photodiodes.
Une photodiode est un dipôle dont la caractéristique dépend de l'éclairement E.
On donne sur la figure 12 ci-contre la représentation du dipôle, ainsi que le réseau de ses caractéristiques courant-tension pour différentes valeurs de l'éclairement E.
Le graphe est divisé en 3 cadrans selon les signes de u et i.

Figure 12



2.1. En l'absence d'éclairement, le courant ne passe dans la photodiode que lorsque u est supérieur à une tension seuil u_s. Quelle est la valeur de u_s ?

2.2. Dans quel(s) cadran(s) le composant se comporte-t-il comme un dipôle récepteur ou comme un dipôle générateur ?

2.3. La photodiode est insérée dans le montage de la figure 13 dans lequel le générateur, supposé parfait, délivre une tension continue et positive U_0.

Le luxmètre mesure l'éclairement $E = E_1 \approx 1000$ lux indiqué sur le réseau de caractéristiques.

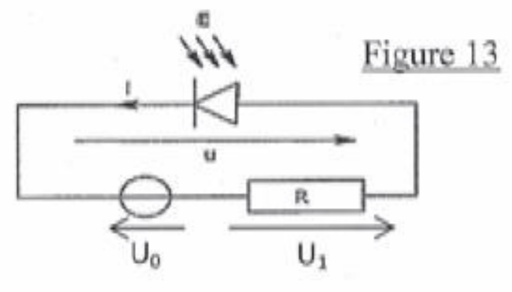


Figure 13

2.3.1. Dans quel cadran se trouve le point de fonctionnement de la photodiode ?

2.3.2. Montrer que la tension U_1 aux bornes de la résistance R est proportionnelle à l'éclairement E, soit : $U_1 = k.E$. On donnera un ordre de grandeur de la constante k, sachant que $R = 1$ kΩ.

2.4. Pour amplifier cette tension U_1, on envisage le montage ci-contre (Figure 14) comprenant un A.L.I. supposé idéal et fonctionnant en régime linéaire.

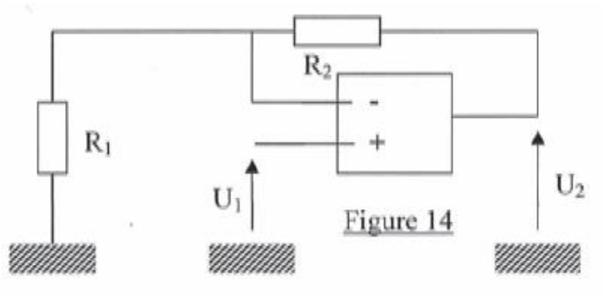


Figure 14

Montrer que $U_2 = K.E$ où K est une constante à exprimer en fonction de k, R_1, R_2.

Comment choisir R_1 et R_2 pour avoir $K = 1$?

DEUXIEME PROBLEME : Retard introduit par un filtre passe-bas d'ordre 2

L'usage de calculatrices est interdit pour ce problème.

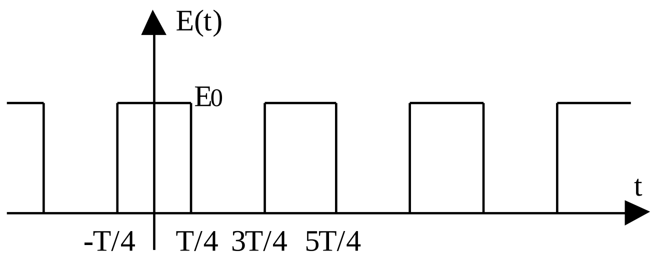
Soit un filtre passe-bas de fonction de transfert : $\underline{H} = -\dfrac{1}{1 - x^2 + jx\sqrt{2}}$ avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ (ω_0 = 10 000 rad.s^{-1}).

1) Montrer que la phase $\varphi(\omega)$ de la fonction de transfert peut se mettre, pour ω très petit devant ω_0, sous la forme : $\varphi(\omega) = \pi - K\omega$, où K est une constante à déterminer.

2) On donne la décomposition en série de Fourier du signal créneau de période T représenté ci-après :

$$E(t) = \frac{E_0}{2} + \sum_{p=0}^{\infty} \frac{2\,E_0\,(-1)^p}{\pi\,(2\,p+1)} \cos\left(\frac{2\,\pi\,(2\,p+1)\,t}{T}\right)$$

.



Ce signal ne contient donc que des harmoniques de rang impair, et l'amplitude des harmoniques décroit en $\dfrac{1}{2\,p+1}$.

Ajouter deux commentaires relatifs à ce développement en série de Fourier.

3) On donne $T = \dfrac{2\,\pi}{\omega}$ avec ω = 100 rad.s^{-1}.

On considérera que les signaux peuvent être assimilés à leurs six premiers harmoniques non nuls.

Donner la décomposition en série de Fourier du signal de sortie S(t) obtenu après filtrage du signal E(t) par le filtre passe-bas.

Montrer que les seuls effets du filtrage consistent en l'inversion du signal et en l'introduction d'un retard τ entre l'entrée et la sortie que l'on exprimera et que l'on calculera numériquement.

TROISIEME PROBLEME : Equilibre d'une atmosphère non isotherme

L'usage de calculatrices est autorisé pour ce problème.

L'air de la troposphère (partie de l'atmosphère dans laquelle nous vivons) est considéré comme un gaz parfait de masse molaire M. On suppose le champ de pesanteur uniforme et l'atmosphère au repos. Au niveau du sol (altitude z = 0), la pression est P_0 et la température T_0.

1) Etablir la relation fondamentale de la statique des fluides, liant $\frac{dP}{dz}$, la masse volumique ρ et l'accélération de la pesanteur g.

2) On suppose que la température de l'atmosphère est uniforme. Etablir la loi de variation de la pression en fonction de l'altitude z. On introduira une hauteur caractéristique H du phénomène.

3) On suppose maintenant que la température de l'air varie avec l'altitude z selon la loi $T(z)=T_0 \frac{z_0}{z+z_0}$ (où z_0 est une constante). Déterminer la loi de variation de la pression avec l'altitude z.

4) Calculer, pour les deux modèles, la pression au sommet de l'Everest (8850 m).

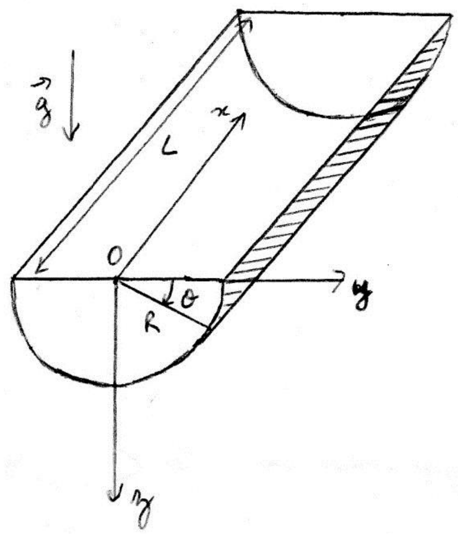
5) Pour z << H, montrer que les résultats obtenus à l'aide des deux modèles précédents conduisent à une même fonction affine P(z) donnant la pression en fonction de l'altitude.

<u>*Données :*</u> R = 8,314 $J.K^{-1}.mol^{-1}$, M = 29 $g.mol^{-1}$, g = 9,8 $m.s^{-2}$, P_0 = 1,0 bar, T_0 = 300 K et le « gradient de température » au niveau du sol a pour valeur – 7,5 $K.km^{-1}$.

QUATRIEME PROBLEME : Force pressante sur la paroi d'un récipient

L'usage de calculatrices est interdit pour ce problème.

On considère une auge dont la paroi hachurée a la forme d'un demi-cylindre d'axe (Ox) horizontal, de rayon R et de longueur L. Ce récipient contient (jusqu'à ras bord) un liquide de masse volumique ρ constant. Le champ de pesanteur terrestre est supposé uniforme et l'accélération de la pesanteur est notée g. L'axe z est l'axe vertical descendant. On a z = 0 à la surface du liquide, où la pression est égale à la pression atmosphérique P_0.



1) Rappeler la relation fondamentale de la statique des fluides.

2) En déduire la pression à la profondeur z en fonction de P_0, ρ, g et z.

3) Exprimer la résultante des forces pressantes s'exerçant sur l'ensemble de l'auge.

4) Commenter le résultat obtenu : à quoi est égale cette force ?

CINQUIEME PROBLEME : Variation d'entropie d'un gaz parfait

L'usage de calculatrices est autorisé pour ce problème.

Soit un cylindre fermé par un piston contenant $n = 1,0$ mol de gaz parfait de coefficient γ. L'état initial du gaz est : pression P_i, température T_i et volume V_i. La pression extérieure est constante et vaut P_0 telle que $P_0 < P_i$.
On libère brusquement le piston.
Dans l'état final, la température du gaz est T_f et son volume est V_f.
On note $x = \dfrac{P_i}{P_0}$.
<u>*Données :*</u> $R = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1}, $\gamma = 1,40$, $P_i = 5,0$ bar et $P_0 = 1,0$ bar.

1) Pourquoi la transformation envisagée peut-elle être considérée comme adiabatique ?

2) Pourquoi la transformation envisagée est irréversible ?

3) Que vaut la pression dans l'enceinte dans l'état final ?

4) Etablir la relation donnant la variation d'entropie du gaz : $\Delta S = \dfrac{n\,R}{\gamma - 1} \ln \dfrac{T_f}{T_i} + n\,R \ln \dfrac{V_f}{V_i}$.

5) Exprimer T_f en fonction de T_i, x, V_i et V_f.

6) En faisant un bilan d'énergie pour le gaz, établir que $V_f = V_i \dfrac{\gamma - 1 + x}{\gamma}$.

7) Exprimer la variation d'entropie du gaz ΔS en fonction de n, R, γ et x.

8) Calculer numériquement la variation d'entropie du gaz. Commenter.

9) Commenter le cas $x = 1$.