PT 2017-2018 DS1

PREMIER PROBLEME : Filtre de Rauch

1) Si on échangeait les entrées (+) et (−), alors il n'y aurait plus de rétroaction entre la sortie de l'ALI et l'entrée inverseuse, donc l'ALI fonctionnerait en régime saturé.

2) * ALI idéal $\Rightarrow i^+ = i^- = 0$

* ALI de gain infini + régime linéaire $\Rightarrow V^+ = V^-$

* or $V^+ = 0 \Rightarrow V^- = 0$

* $i^- = 0 \Rightarrow V^- = \dfrac{V_A jC\omega + \frac{v_s}{R_2}}{jC\omega + \frac{1}{R_2}}$ (thm de Millmann)

or $V^- = 0$.

$$\Rightarrow V_A = \frac{-v_s}{jR_2C\omega} \quad (1)$$

* thm de Millmann en A :

$$\Rightarrow V_A = \frac{\frac{v_e}{R_1} + \frac{0}{R} + jC\omega \cancel{V^-} + jC\omega v_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} + jC\omega + jC\omega}$$

$$V_A = \frac{\frac{v_e}{R_1} + jC\omega v_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} + 2jC\omega} \quad (2)$$

* (1) et (2) : $\dfrac{-v_s}{jR_2C\omega} = \dfrac{\frac{v_e}{R_1} + jC\omega v_s}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} + 2jC\omega}$

$$\Rightarrow \frac{v_e}{R_1} + jC\omega v_s - j\frac{1}{R_2C\omega}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R} + 2jC\omega\right) = 0$$

$$\Rightarrow \underline{v_e} = \underline{v_s}\left(-jR_1C\omega + \frac{j}{R_2C\omega} + j\frac{R_1}{RR_2C\omega} - \frac{2R_1}{R_2}\right)$$

$$\underline{T} = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{1}{-\frac{2R_1}{R_2} + j\left(-R_1C\omega + \frac{1}{R_2C\omega} + \frac{R_1}{RR_2C\omega}\right)}$$

$$\underline{T} = \frac{-\frac{R_2}{2R_1}}{1 + \frac{j}{2}\left(R_2C\omega - \frac{1}{R_1C\omega} - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

$$\underline{T} = \frac{-\frac{R_2}{2R_1}}{1 + \frac{j}{2}\left(R_2C\omega - \underbrace{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R}\right)}_{\frac{1}{R'}}\frac{1}{C\omega}\right)}$$

$$\boxed{\underline{T} = \frac{T_0}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)}} \quad \text{avec } x = \frac{\omega}{\omega_0}$$

avec $\boxed{T_0 = -\dfrac{R_2}{2R_1}}$

$$\begin{cases} \dfrac{Q}{\omega_0} = \dfrac{R_2C}{2} \\ Q\omega_0 = \dfrac{1}{2R'C} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \boxed{Q = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{R_2}{R'}}} \\ \boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{C\sqrt{R'R_2}}} \end{cases}$$

3) * BF : $\omega \ll \omega_0$, $x \ll 1$, $\underline{T} = \dfrac{T_0}{\cancel{1} + jQ\left(\cancel{x} - \frac{1}{x}\right)}$

$$\underline{T} \simeq j\frac{T_0 x}{Q} \qquad T = \frac{|T_0|}{Q}x$$

$$G = 20\log\frac{|T_0|}{Q} + \underbrace{20\log x}_{\text{pente } +20\,\text{dB/décade}}$$

* HF : $\omega \gg \omega_0$, $x \gg 1$, $\underline{T} = \dfrac{T_0}{\cancel{1} + jQ\left(x - \cancel{\frac{1}{x}}\right)}$

$$\underline{T} = \frac{-jT_0}{Qx} \qquad T = \frac{|T_0|}{Qx}$$

$$G = 20\log\frac{|T_0|}{Q} - \underbrace{20\log x}_{\text{pente } -20\,\text{dB/décade}}$$

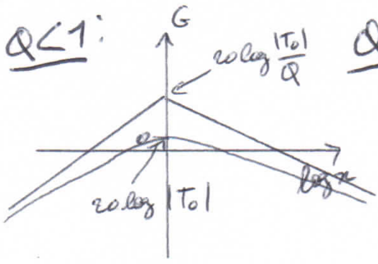
* intersection des asymptotes :

$$20\log\frac{|T_0|}{Q} + 20\log x = 20\log\frac{|T_0|}{Q} - 20\log x$$

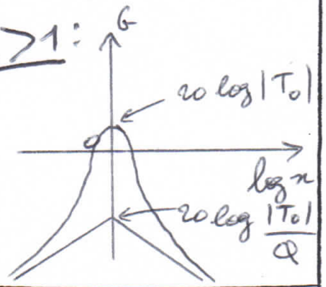
$\Rightarrow x = 1$ et alors $G = 20\log\dfrac{|T_0|}{Q}$

* $\underline{T}(x=1) = T_0 \qquad T = |T_0| \qquad G = 20\log|T_0|$

$Q < 1$:



$Q > 1$:



Si $Q > 1$: filtre passe-bande sélectif

Si $Q < 1$: filtre passe-bande à bande large

4) $\boxed{|\underline{T}|(x_c) = \frac{|\underline{T}|_{max}}{\sqrt{2}}}$ pour $f = f_c$

$$|\underline{T}| = \frac{|T_0|}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}}$$

$|\underline{T}|_{max} = |T_0|$ (pour $x = 1$)

$$\Rightarrow \frac{|T_0|}{\sqrt{2}} = \frac{|T_0|}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2 = 1 \Rightarrow Q\left(x-\frac{1}{x}\right) = \pm 1$$

$$\Rightarrow x^2 \pm \frac{x}{Q} - 1 = 0$$

$$\Delta = \frac{1}{Q^2} + 4 \qquad x = \frac{\pm\frac{1}{Q} \pm \sqrt{\frac{1}{Q^2}+4}}{2} > 0$$

$$= \frac{f}{f_0}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{f_{CB} = f_0 \, \frac{-\frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{1}{Q^2}+4}}{2} \qquad f_{CH} = f_0 \, \frac{\frac{1}{Q} + \sqrt{\frac{1}{Q^2}+4}}{2}}$$

$\Delta f = f_{CH} - f_{CB} \Rightarrow \boxed{\Delta f = \frac{f_0}{Q}}$

5) a) * $\langle v_e \rangle = 0$ pour le créneau et son développement en série de Fourier, car pas de composante continue.

* C'est une série de sinus, OK car le signal créneau est impair.

b) Cela revient à changer t en $t + \frac{T}{4}$ dans l'expression précédente.

$$\Rightarrow v_e = \frac{4V_0}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{2p+1} \sin\left(\frac{2\pi(2p+1)t}{T} + (2p+1)\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\boxed{v_e = \frac{4V_0}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(-1)^p}{2p+1} \cos\left(\frac{2\pi(2p+1)t}{T}\right)}$$

v_e est paire, on a bien une série de cosinus.

c) * L'harmonique de rang 3 a une fréquence $3f$.

$\Rightarrow 3f = f_0 \Rightarrow \boxed{f = \frac{f_0}{3} = 557 \text{ Hz}}$

* Pour le fondamental, $x = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow |\underline{T}| = \frac{|T_0|}{\sqrt{1+Q^2\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}} = \frac{5{,}00}{\sqrt{1+5{,}24^2\left(\frac{1}{3}-3\right)^2}}$$

amplitude du fondamental en entrée : $\boxed{\frac{4V_0}{\pi} = \frac{2}{\pi}}$
($2p+1 = 1$, $p = 0$) ($= 0{,}64$ V)

$\Rightarrow$ amplitude du fondamental en sortie :

$$\boxed{\frac{2}{\pi} \frac{5{,}00}{\sqrt{1+5{,}24^2\left(\frac{1}{3}-3\right)^2}}} \quad (= 0{,}23 \text{ V})$$

* Pour l'harmonique de rang 3 : $x = 1$

$|\underline{T}| = |T_0| = 5{,}00$

amplitude de l'harmonique de rang 3 en entrée :
($2p+1 = 3$, $p = 1$)

$$\boxed{\frac{4V_0}{3\pi} = \frac{2}{3\pi}} \quad (= 0{,}21 \text{ V})$$

amplitude de l'harmonique de rang 3 en sortie :

$$\boxed{\frac{2}{3\pi} \times 5{,}00 = \frac{10}{3\pi}} \quad (= 1{,}06 \text{ V})$$

* Le filtre est assez sélectif ($Q \simeq 5 \gg 1$), seul l'harmonique de rang 3 est dans la bande passante, ~~et~~ est transmis avec une amplitude notable ($1{,}06 \gg 0{,}23$). Le signal de sortie est pratiquement sinusoïdal de fréquence $3f = f_0 = 1{,}67$ kHz et d'amplitude $\frac{10}{3\pi} = 1{,}06$ V

PT 2017-2018 DS 1

DEUXIEME PROBLEME : Caractère dérivateur

1) Filtre passif théorique : Etude d'un filtre passe-haut du premier ordre

1-1) diviseur de tension $(\underline{I}_s = 0)$ $\Rightarrow \underline{H} = \dfrac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \dfrac{R}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \dfrac{jRC\omega}{1+jRC\omega}$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad \text{avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}}$$

1-2) $*$ $\omega = \omega_0$, $\underline{H} = \dfrac{j}{1+j} = \dfrac{1}{1-j}$

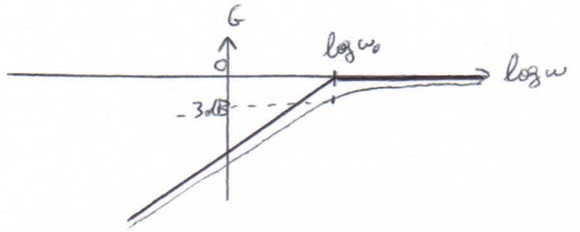
$\Rightarrow |\underline{H}| = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow G = 20 \log \dfrac{1}{\sqrt{2}} = -3\,dB$

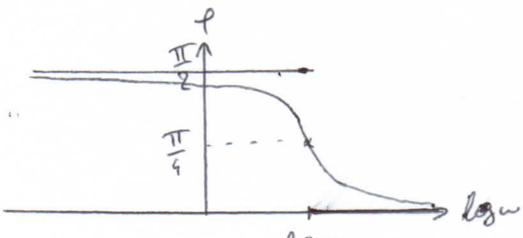
et $\varphi = +\dfrac{\pi}{4}$

$*$ $\omega \to 0$, $\underline{H} \to j\dfrac{\omega}{\omega_0}$ $\quad \varphi \to +\dfrac{\pi}{2}$

$G \to 20 \log \omega - 20 \log \omega_0$ pente $+20\,dB/$décade

$*$ $\omega \to \infty$, $\underline{H} \to 1$, $G \to 0$, $\varphi \to 0$





1-3) $*$ $G = A + 20 \log \omega = 20 \log B + 20 \log \omega = 20 \log B\omega$

$\Rightarrow |\underline{H}| = B\omega$

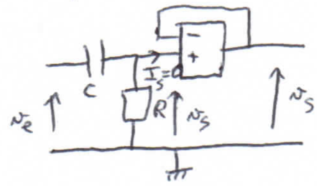
$*$ $\varphi = \pm \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow \underline{H} = \pm j |\underline{H}|$

$\Rightarrow \underline{H} = \pm j B\omega = \dfrac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} \Rightarrow \underline{v}_s = \pm B (j\omega) \underline{v}_e$

or $\times j\omega \Leftrightarrow \dfrac{d}{dt} \Rightarrow v_s = \pm B \dfrac{dv_e}{dt}$

$\Rightarrow$ dérivateur

1-4) Il est possible d'observer v_s sans déformation à condition que l'appareil de mesure ne fasse pas débiter le filtre $(I_s = 0)$. Si on intercale un montage suiveur, on est assuré d'avoir $I_s = 0$ (ALI idéal).



2) ALI idéal $\Rightarrow i_+ = i_- = 0$

régime linéaire ALI de gain infini $\Big) \Rightarrow V_+ = V_-$ or $V_+ = 0 \Rightarrow V_- = 0$

loi des noeuds sur l'entrée inverseuse : (avec $i^- = 0$)

$$i = C\frac{d(v_e - \cancel{V_-})}{dt} = \frac{\cancel{V_-} - v_s}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_s = -RC\frac{dv_e}{dt}}$$ dérivation du signal d'entrée

3-1) $v_s = \mu\varepsilon = \mu(V_+ - V_-) = -\mu V_-$ (V_+ à la masse)

théorème de Millmann $(i^- = 0)$: $V_- = \dfrac{\frac{v_e}{\underline{Z}} + \frac{v_s}{R}}{\frac{1}{\underline{Z}} + \frac{1}{R}}$

avec $\underline{Z} = R' + \dfrac{1}{jC\omega}$

$\Rightarrow \left(\dfrac{1}{\underline{Z}} + \dfrac{1}{R}\right) v_s = -\mu \left(\dfrac{v_e}{\underline{Z}} + \dfrac{v_s}{R}\right) = -\dfrac{\mu}{\underline{Z}}\left(v_e + \dfrac{\underline{Z}}{R}v_s\right)$

$\Rightarrow v_s \left(+\dfrac{\underline{Z}}{\mu}\left(\dfrac{1}{\underline{Z}} + \dfrac{1}{R}\right) + \dfrac{\underline{Z}}{R}\right) = -v_e$

$\Rightarrow \underline{H} = \dfrac{v_s}{v_e} = \dfrac{-1}{\frac{\underline{Z}}{R} + \frac{1}{\mu}\left(1 + \frac{\underline{Z}}{R}\right)}$

avec $\dfrac{1}{\underline{\mu}} = \dfrac{1 + j\frac{f}{f_0}}{\mu_0} = \dfrac{1}{\mu_0} + j\dfrac{f}{\mu_0 f_0} = \dfrac{1}{\mu_0} + j\dfrac{f}{f_1}$

et $\underline{Z} = R' + \dfrac{1}{jC\omega} = R' + \dfrac{1}{j2\pi fC}$

$\Rightarrow \dfrac{\underline{Z}}{R} = \dfrac{R'}{R} + \dfrac{1}{j2\pi RCf} = \dfrac{R'}{R} + \dfrac{f_2}{jf}$

$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{-1}{\left(\frac{R'}{R} + \frac{f_2}{jf}\right) + \left(\frac{1}{\mu_0} + j\frac{f}{f_1}\right)\left(1 + \frac{R'}{R} + \frac{f_2}{jf}\right)}$$

$$\underline{H} = \frac{-1}{\left(\frac{R'}{R} + \frac{1}{\mu_0} + \frac{1}{\mu_0}\frac{R'}{R} + \frac{f_2}{f_1}\right) + j\frac{f}{f_1}\left(1+\frac{R'}{R}\right) + \frac{f_2}{jf}\left(1+\frac{1}{\mu_0}\right)}$$

3-2) $\frac{R'}{R} + \cancel{\frac{1}{\mu_0}} + \cancel{\frac{1}{\mu_0}\frac{R'}{R}} + \frac{f_2}{f_1} \simeq \frac{R'}{R} + \frac{f_2}{f_1}$

$\mu_0 R' \gg R$ $\quad R' \ll R$

$1 + \cancel{\frac{R'}{R}} \simeq 1$ $\quad$ et $\quad 1 + \cancel{\frac{1}{\mu_0}} \simeq 1$

$R' \ll R$ $\qquad \mu_0 \gg 1$

$$\Rightarrow \underline{H} \simeq \frac{-1}{\left(\frac{R'}{R} + \frac{f_2}{f_1}\right) + j\frac{f}{f_1} + \frac{f_2}{jf}}$$

$$\underline{H} = \frac{-j\frac{f}{f_2}}{1 + j\frac{f}{f_2}\left(\frac{R'}{R} + \frac{f_2}{f_1}\right) - \frac{f^2}{f_1 f_2}}$$

$$\underline{H} = \frac{\left(-\frac{\sqrt{f_1 f_2}}{f_2}\right) j\frac{f}{\sqrt{f_1 f_2}}}{1 + j\frac{f}{\sqrt{f_1 f_2}}\sqrt{f_1 f_2}\cdot\left(\frac{R'}{R f_2} + \frac{1}{f_1}\right) - \left(\frac{f}{\sqrt{f_1 f_2}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{H} = \frac{Ajx}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}}$$

avec $f_c = \sqrt{f_1 f_2}$ $\quad x = \frac{f}{f_c}$ $\quad A = -\frac{f_c}{f_2}$

et $Q = \frac{1}{f_c\left(\frac{R'}{R f_2} + \frac{1}{f_1}\right)}$

3-3) * TBF : $x \to 0$, $\underline{H} \to Ajx$, $G \to 20\log|A| + 20\log x$

pente à +20 dB/décade

* THF : $x \to \infty$, $\underline{H} \to \frac{Ajx}{-x^2} = -\frac{Aj}{x}$

$G \to 20\log|A| - 20\log x$ $\quad$ pente à −20 dB/décade

* intersection des asymptotes : $20\log|A| - 20\log x = 20\log|A| + 20\log x$

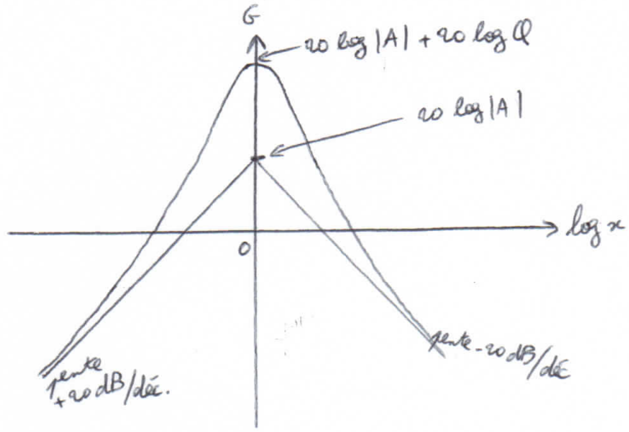
$\Rightarrow x = 1$ $\quad$ et $G = 20\log|A|$

* $x = 1$, $\underline{H} = \frac{Aj}{1+\frac{1}{Q}-1} = AQ$

$G = 20\log|A| + 20\log Q > 20\log|A|$

car $Q > 1$

$\Rightarrow$ la courbe est au-dessus des asymptotes.



3-4) * $f_c = 12{,}6$ kHz

* on constate que la courbe est proche de l'asymptote à +20 dB/décade uniquement pour des fréquences $f \ll f_c$. Le filtre est dérivateur pour des fréquences $f \ll f_c$. Or 10 kHz $\not\ll$ 12,6 kHz $\Rightarrow$ le montage n'est pas dérivateur pour des fréquences voisines de 10 kHz.

Rq : Avec seulement la cellule (R,C) du 1), le caractère dérivateur cessait dès la fréquence $f_2 = 159$ Hz : le domaine d'utilisation du montage avec ALI est donc plus étendu.

3-5) signal triangulaire 100 Hz = sinusoïdes de fréquence 100, 300, 500, 700, ... Hz. Le montage, qui est un filtre passe-bande, laisse passer essentiellement les harmoniques de fréquences voisines de $f_c = 12{,}6$ kHz (filtre sélectif) $\Rightarrow$ ondulations de fréquence voisine de 10 kHz. De plus, les 1ers harmoniques (d'amplitude importante) sont dans le domaine dérivateur du filtre $\Rightarrow$ → (+ ondulations)

PT 2017-2018 DS1

TROISIEME PROBLEME : Oscillateur quasi-sinusoïdal

I) Etude d'un filtre de Wien :

I-1-a) pont diviseur de tension : $(i_s = 0)$ $\underline{H} = \dfrac{\underline{Z}_{éq_2}}{\underline{Z}_{éq_1} + \underline{Z}_{éq_2}}$

avec $\underline{Z}_{éq_2} = R // \dfrac{1}{jC\omega} \Rightarrow \dfrac{1}{\underline{Z}_{éq_2}} = \dfrac{1}{R} + jC\omega$

et $\underline{Z}_{éq_1} = R + \dfrac{1}{jC\omega}$

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + \dfrac{\underline{Z}_{éq_1}}{\underline{Z}_{éq_2}}} = \frac{1}{1 + \left(R + \dfrac{1}{jC\omega}\right)\left(\dfrac{1}{R} + jC\omega\right)}$$

$$\underline{H} = \frac{1}{3 + jRC\omega + \dfrac{1}{jRC\omega}}$$

on pose $\omega_0 = \dfrac{1}{RC}$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{H} = \frac{1/3}{1 + \dfrac{j}{3}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}}$$

$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad ; \quad A = \frac{1}{3} \quad ; \quad Q = \frac{1}{3}}$$

I-1-b) $|\underline{H}| = \dfrac{1/3}{\sqrt{1 + \dfrac{1}{9}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$

* $|\underline{H}|$ est max pour $\omega = \omega_0$ et $|\underline{H}|_{max} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow G_{max} = 20 \log \dfrac{1}{3} = -20 \log 3 \simeq -20 \times 0,5 \simeq -10 dB$

$\underline{H}(\omega = \omega_0) = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \varphi(\omega_0) = 0$

* $\omega \to 0$, $\underline{H} \to \dfrac{\frac{1}{3}}{-\frac{j}{3}\frac{\omega_0}{\omega}} = j\dfrac{\omega}{\omega_0}$

$\varphi \to \dfrac{\pi}{2}$ $\quad G \to 20 \log \omega - 20 \log \omega_0$ pente $+20$dB/déc

* $\omega \to \infty$, $\underline{H} \to \dfrac{1/3}{\frac{j}{3}\frac{\omega}{\omega_0}} = -j\dfrac{\omega_0}{\omega}$

$\varphi \to -\dfrac{\pi}{2}$ $\quad G \to 20 \log \omega_0 - 20 \log \omega$ pente -20dB/déc.

* intersection des asymptotes : $20 \log \omega_0 - 20 \log \omega = 20 \log \omega - 20 \log \omega_0$

$\Rightarrow \omega = \omega_0$ et alors $G = 0$

I-2) $\underline{H} = \dfrac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \dfrac{A}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$

on multiplie par $j\dfrac{\omega}{\omega_0}$ au numérateur et au dénominateur

$$\Rightarrow \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{Aj\frac{\omega}{\omega_0}}{j\frac{\omega}{\omega_0} + \frac{Q}{\omega_0^2}(j\omega)^2 + Q}$$

$$\Rightarrow \underline{v_s}\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_0 Q} + \frac{(j\omega)^2}{\omega_0^2}\right) = \frac{A}{\omega_0 Q} j\omega \underline{v_e}$$

$\times j\omega \Leftrightarrow \dfrac{d}{dt}$

$$\Rightarrow v_s + \frac{1}{\omega_0 Q}\frac{dv_s}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2}\frac{d^2 v_s}{dt^2} = \frac{A}{\omega_0 Q}\frac{dv_e}{dt}$$

$$\boxed{\frac{d^2 v_s}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{dv_s}{dt} + \omega_0^2 v_s = \omega_0 \frac{dv_e}{dt}}$$ car $A = Q = \dfrac{1}{3}$

II) Oscillateur quasi-sinusoïdal :

II-1) ALI idéal :

* résistance d'entrée infinie $\Rightarrow i^+ = i^- = 0$
* résistance de sortie nulle
* saturation de la tension de sortie : $|v_s| \leq V_{sat}$
* saturation de l'intensité de sortie : $i_{s_{max}} \simeq 20$ mA

II-2) thm de Millmann sur l'entrée inverseuse : $(i^- = 0)$

$$V_- = \frac{\frac{v_e}{R_2} + \frac{0}{R_1}}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1}} \Rightarrow v_e = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_-$$

$$\boxed{v_e = \frac{R_1 + R_2}{R_1} V_-}$$

II-3-a) $V_+ = v_S = V_-$ (régime linéaire ALI de gain infini $\Rightarrow V_+ = V_-$)

$$\Rightarrow v_e = \frac{R_1 + R_2}{R_1} v_S$$

cf I-2) $\Rightarrow \dfrac{d^2 v_S}{dt^2} + \dfrac{\omega_0}{Q}\dfrac{dv_S}{dt} + \omega_0^2 v_S = \omega_0 \dfrac{R_1+R_2}{R_1}\dfrac{dv_S}{dt}$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d^2 v_S}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\left[1 - Q\left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\right)\right]\frac{dv_S}{dt} + \omega_0^2 v_S = 0}$$

II-3-b) solution sinusoïdale si on a l'équation d'un oscillateur harmonique : $\dfrac{d^2 v_S}{dt^2} + \omega_0^2 v_S = 0$

$$\Rightarrow \text{si } 1 - Q\left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\right) = 0$$

$$\Rightarrow Q\left(\frac{R_1+R_2}{R_1}\right) = 1$$

or $Q = \dfrac{1}{3}$ $\Rightarrow$ $R_1 + R_2 = 3R_1$

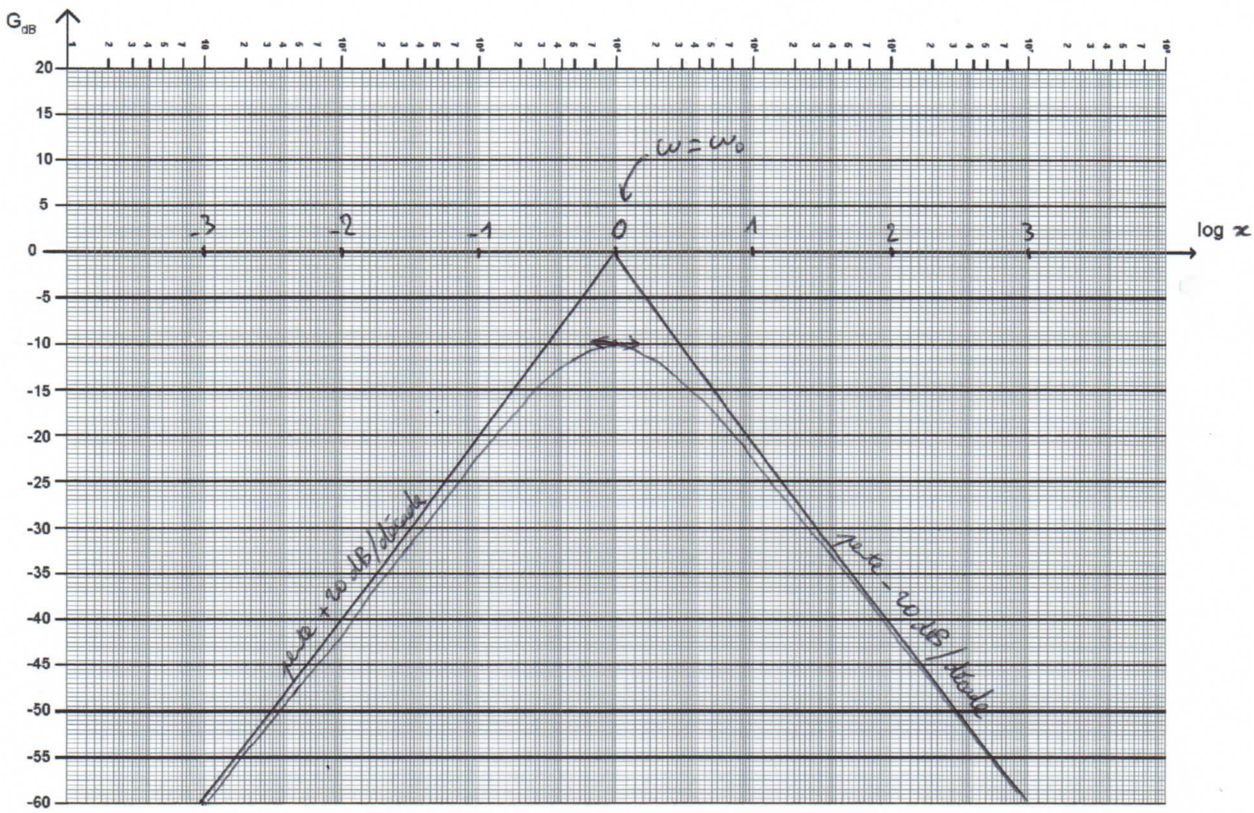
$$\Rightarrow \boxed{R_2 = 2R_1}$$

II-3-c) si $1 - Q\left(\dfrac{R_1+R_2}{R_1}\right) < 0$

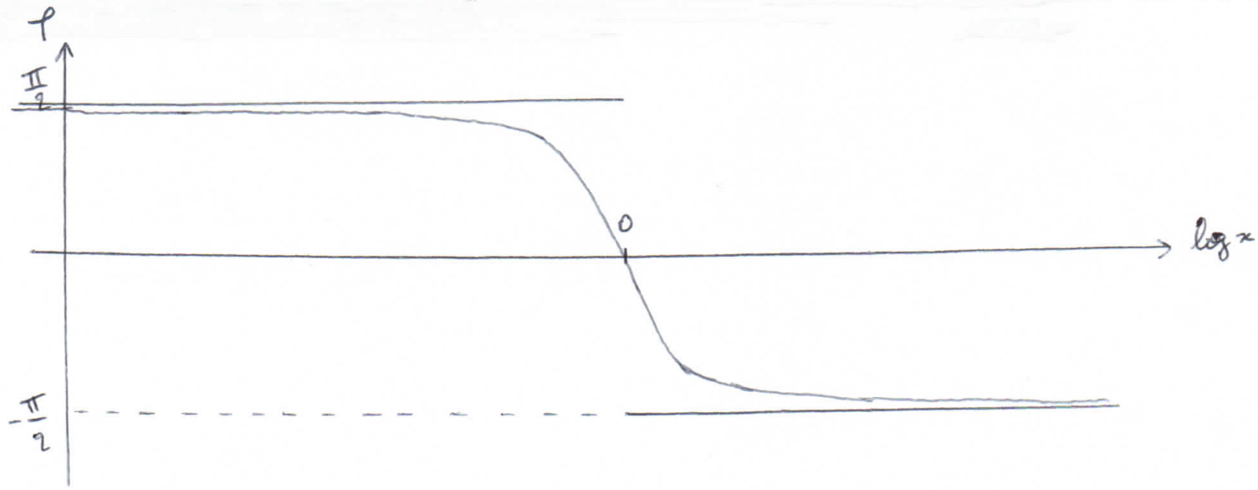
le terme devant la dérivée 1ère est <0, le système est instable ($1>0$, $\omega_0^2>0$)
$\Rightarrow$ amplification, régime linéaire instable

$\Rightarrow$ l'ALI va saturer

Rq : cf TP E4 I) + TP E5



Papier semi-logarithmique



QUATRIEME PROBLEME : *Oscillateur de relaxation*

1-1) * absence de boucle de rétroaction sur l'entrée inverseuse $\ominus$

$\Rightarrow$ fonctionnement de l'ALI en saturation $\Rightarrow u_s = \pm U_{sat}$

* Supposons $u_s = +U_{sat}$, alors $V_+ = \dfrac{R_2}{R_1+R_2} U_{sat} = kU_{sat}$

(pont diviseur de tension)
car $i^+=0$ car ALI idéal

$u_s = +U_{sat} \Leftrightarrow \varepsilon = V^+ - V^- > 0 \Leftrightarrow \varepsilon = kU_{sat} - u_e > 0$

$\Leftrightarrow u_e < kU_{sat}$

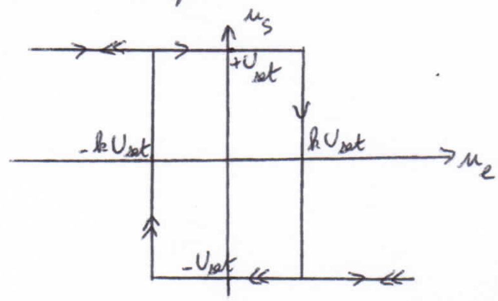
- Quand u_e atteint la valeur kU_{sat}, l'ALI bascule en sortie à $u_s = -U_{sat}$ et ceci tant que $\varepsilon = V^+ - V^- < 0$

à savoir $\varepsilon = -kU_{sat} - u_e < 0$ donc $u_e > -kU_{sat}$

$\left(\text{car } V^+ = \dfrac{R_2}{R_1+R_2} u_s = -kU_{sat}\right)$

- En faisant diminuer u_e, le basculement en sortie de $-U_{sat}$ à $+U_{sat}$ intervient pour $u_e = -kU_{sat}$

- d'où la caractéristique de transfert :



$(k<1)$

1-2) comparateur à hystérésis inverseur (cf TP E6)

1-3) ALI idéal $\Rightarrow i_- = 0 \Rightarrow$ le courant i passant dans R est le même que dans C

$$\begin{cases} i = C\dfrac{du_e}{dt} \\ u_e + Ri = u_s \quad \text{(loi des mailles)} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\tau \dfrac{du_e}{dt} + u_e = u_s}$$

1-4) on résoud l'équa. diff. $\Rightarrow u_e = A\,e^{-t/\tau} + u_s$

or $u_s = +U_{sat}$ et $u_e(t=0) = 0 \Rightarrow \boxed{u_e = U_{sat}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

* d'après 1-1), la saturation haute se poursuit tant que

$u_e \leq kU_{sat} \Leftrightarrow 1 - e^{-t/\tau} \leq k$

$$\boxed{t \leq t_1 = -\tau \ln(1-k)}$$

1-5) Poursuivons l'étude temporelle de $u_e(t)$:

et 1-6)
* à $t = t_1$, l'ALI bascule en sortie à $u_s = -U_{sat}$

$\Rightarrow \tau\dfrac{du_e}{dt} + u_e = -U_{sat}$

$\Rightarrow u_e = -U_{sat} + \lambda\, e^{-(t-t_1)/\tau}$

continuité de u_e en $t = t_1 \Rightarrow \lambda$

$\Rightarrow kU_{sat} = -U_{sat} + \lambda \Rightarrow \lambda = (k+1)U_{sat}$

$$\Rightarrow \boxed{u_e = U_{sat}\left[(k+1)\,e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}} - 1\right]} \quad t \geq t_1$$

* un nouveau basculement intervient quand $u_e = -kU_{sat}$ (cf 1-1))

$\Rightarrow -kU_{sat} = U_{sat}\left[(k+1)\,e^{-\frac{(t_2-t_1)}{\tau}} - 1\right]$

$\Rightarrow$ pour $t_2 = t_1 + \tau \ln\left(\dfrac{1+k}{1-k}\right)$

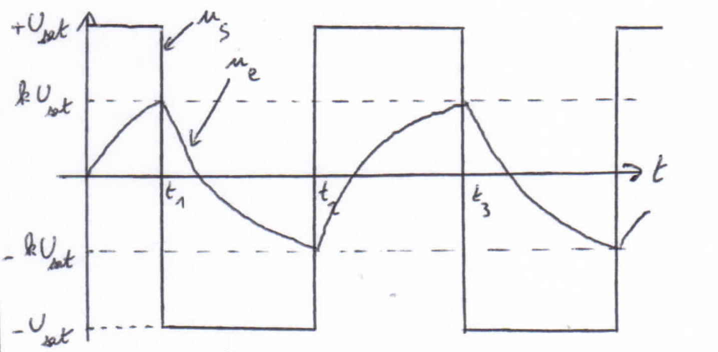
u_s reprend alors la valeur $+U_{sat}$

* $t \geq t_2$, u_e va croître jusqu'à atteindre la valeur kU_{sat} entraînant un nouveau basculement à $-U_{sat}$ à $t = t_3$.

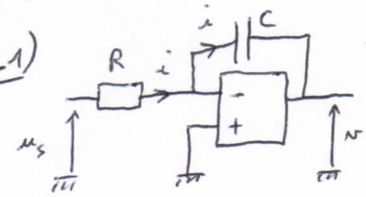
La durée de croissance $t_3 - t_2$ est égale à celle de décroissance $t_2 - t_1$.

On en déduit la période T du phénomène : $T = 2(t_2 - t_1)$

$$\Rightarrow \boxed{f = \dfrac{1}{2\tau \ln\left(\dfrac{1+k}{1-k}\right)}}$$



2-1)



ALI idéal $\Rightarrow i_- = 0$

ALI de gain infini

contre-réaction $\ominus \Rightarrow$ régime linéaire $\Rightarrow V^- = V^+ = 0$ (ici)

$u_s = Ri$ et $i = -C\dfrac{dv}{dt}$ $\Rightarrow \boxed{\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{1}{RC}u_s}$

$\Rightarrow$ montage intégrateur $\left(v = -\dfrac{1}{RC}\displaystyle\int u_s\,dt\right)$

2-2) $\boxed{\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{1}{\tau}u_s}$

2-3) théo de Millman à l'entrée non inverseuse du 1er ALI : $(i^+ = 0)$

$u_e = \dfrac{\dfrac{u_s}{R_1} + \dfrac{v}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}} \Rightarrow \boxed{u_e = \dfrac{R_2 u_s + R_1 v}{R_1 + R_2}}$

2-4) * 1er ALI : $\varepsilon = V^+ - V^- = u_e - 0 = u_e = \dfrac{R_2 u_s + R_1 v}{R_1 + R_2}$

* basculement $u_s = -U_{sat} \rightarrow +U_{sat}$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{R_1+R_2}\left(-R_2 U_{sat} + R_1 v\right)$$

basculement pour $\varepsilon = 0$ soit $v = \boxed{V_0 = \dfrac{R_2}{R_1} U_{sat}}$

* basculement $u_s = +U_{sat} \rightarrow -U_{sat}$

$$\Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{R_1+R_2}\left(R_2 U_{sat} + R_1 v\right)$$

basculement pour $\varepsilon = 0$ soit $\boxed{v = -V_0 = -\dfrac{R_2}{R_1} U_{sat}}$

2-5) Pour que le montage puisse fonctionner, il faut

$|v| \leq U_{sat}$ soit $V_0 = \dfrac{R_2}{R_1} U_{sat} < U_{sat}$

$$\Rightarrow \boxed{R_2 < R_1}$$

2-6) et 2-7) * à $t=0$, $v = V_0$ et $u_s = U_{sat}$

or $\dfrac{dv}{dt} = -\dfrac{1}{\tau} u_s = -\dfrac{U_{sat}}{\tau}$ $\Big\}$ $v = -U_{sat}\dfrac{t}{\tau} + V_0$

* le basculement intervient à $t = t_1$ tel que $v = -V_0$

$-V_0 = -U_{sat}\dfrac{t_1}{\tau} + V_0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \dfrac{2\tau V_0}{U_{sat}}$

$t > t_1$, $u_s = -U_{sat} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{U_{sat}}{\tau}$

$\Rightarrow v = U_{sat}\dfrac{t - t_1}{\tau} - V_0 \qquad (t = t_1,\ v = -V_0)$

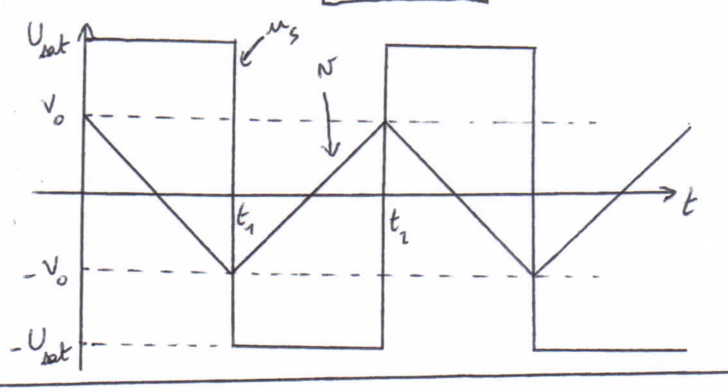
* basculement à $t = t_2$ tel que $v = +V_0$

$V_0 = U_{sat}\dfrac{t_2 - t_1}{\tau} - V_0 \quad \Rightarrow \quad t_2 = t_1 + 2\tau\dfrac{V_0}{U_{sat}}$

* on revient alors dans le même état qu'à $t=0$

$\Rightarrow$ d'où la période du phénomène : $T' = t_2 = 4\tau\dfrac{V_0}{U_{sat}}$

$T' = 4\tau\dfrac{R_2}{R_1} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f' = \dfrac{R_1}{4\tau R_2}}$



2-8) L'intérêt de ce montage réside dans l'allure triangulaire de la tension $v(t)$ utilisable contrairement à $u_e(t)$ dans le premier montage.

2-9) * $\left.\begin{array}{l} V_0 = 6\,V \\ U_{sat} = 12\,V \end{array}\right)$ or $V_0 = \dfrac{R_2}{R_1} U_{sat}$

$\Rightarrow \dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow$ on prend $\boxed{\begin{array}{l} R_2 = 1\,k\Omega \\ R_1 = 2\,k\Omega \end{array}}$

$(R_2 < R_1)$

* $f' = \dfrac{R_1}{4\tau R_2} = \dfrac{1}{2\tau}$ car $R_1 = 2R_2$

$f' = \dfrac{1}{2RC}$

on veut $100\,Hz \leq f' \leq 10000\,Hz$

$10^2 \leq \dfrac{1}{2RC} \leq 10^4$ or $C = 10\,nF$

$\Rightarrow 2.10^{-6} \leq \dfrac{1}{R} \leq 2.10^{-4}\ \Omega^{-1}$

$\Rightarrow \boxed{5\,k\Omega \leq R \leq 500\,k\Omega}$

Ce sujet ressemble <u>très</u> fortement au TP E6.