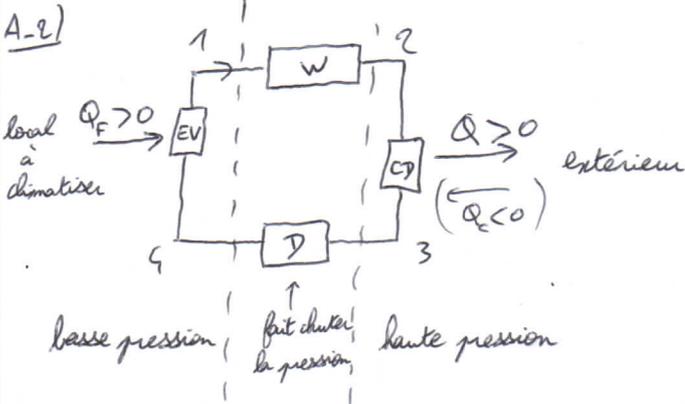


PREMIER PROBLEME: ETUDE D'UNE CLIMATISATION
(d'après banque PT 2006)

A) Fonctionnement d'une climatisation:

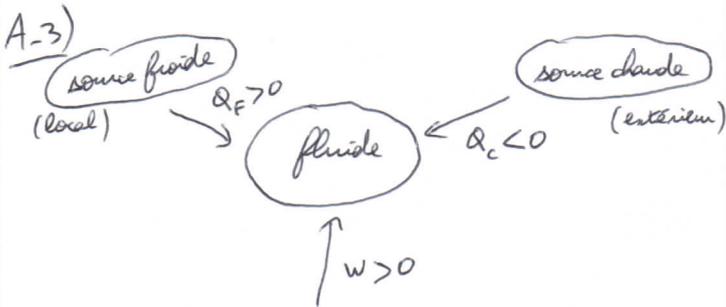
A-1) * évaporateur: on a vaporisation du fluide \Rightarrow le fluide reçoit de la chaleur. ($\Delta_{vap} H > 0$)

* condenseur: on a liquéfaction du fluide \Rightarrow le fluide cède de la chaleur.



Le local à climatiser cède de la chaleur (on veut "refroidir" le local). Or, c'est dans l'évaporateur que le fluide reçoit de la chaleur.

\Rightarrow le local à climatiser est en contact thermique avec l'évaporateur.



principe d'une installation frigorifique: le fluide reçoit de la chaleur de la source froide (local), il cède de la chaleur à la source chaude. Pour cela, on doit fournir un travail ($W > 0$).

$$\varepsilon = \frac{\text{but}}{\text{coût}} = \frac{\text{refroidir le local}}{\text{travail fourni}} = \frac{Q_F}{W}$$

+ ε grand, + W petit \Rightarrow moins coûteux en énergie

B) Bilan thermique de l'installation à climatiser:

B-4) loi de Fourier: $\vec{j}_{th} = -\lambda \vec{\text{grad}} T$

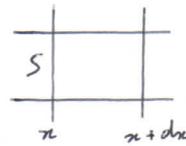
ou $T(x, y, z)$ unidimensionnel

$$\Rightarrow \vec{j}_{th} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \vec{u}_x$$

ou régime permanent $\Rightarrow T(x, t)$

$$\Rightarrow \vec{j}_{th} = -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{u}_x$$

B-5)



bilan d'énergie à une tranche de mur de section S comprise entre x et $x+dx$ (on suppose $P = c^{-1}$):

$$dH = S Q_p$$

ou $dH = \mu(S dx) c dT$ (régime permanent, $dT = \frac{\partial T}{\partial x} dx$)

$$\Rightarrow 0 = S Q(x) - S Q(x+dx) + 0$$

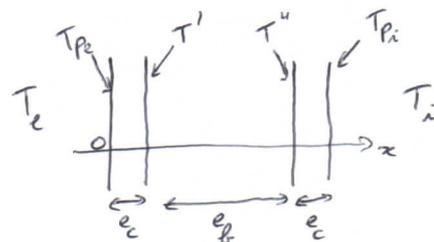
$$\Rightarrow S Q(x) = S Q(x+dx)$$

$$j_{th}(x) S dt = j_{th}(x+dx) S dt$$

$$\Rightarrow \frac{dj_{th}}{dx} = 0 \Rightarrow j_{th}(x) = j_{th} \text{ est uniforme dans tout le mur}$$

$$j_{th} = -\lambda \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

$\Rightarrow T = Ax + B$ dans chaque partie du mur



* dans la couche de ciment extérieure: $T(0) = T_{Pe}$ et $T(e_c) = T'$

$$\Rightarrow T = \frac{T' - T_{Pe}}{e_c} x + T_{Pe}$$

$$j_{th} = -\lambda_c \frac{dT}{dx} = -\lambda_c \frac{T' - T_{Pe}}{e_c}$$

$$\Rightarrow j_{th} = \frac{\lambda_c}{e_c} (T_{Pe} - T')$$

* dans la bride: $T(e_c) = T'$
et $T(e_c + e_b) = T''$

$$\Rightarrow T = \frac{T'' - T'}{e_b} (x - e_c) + T'$$

$$\Rightarrow j_{th} = -\lambda_b \frac{dT}{dx} = -\lambda_b \frac{T'' - T'}{e_b}$$

$$\Rightarrow j_{th} = \frac{\lambda_b}{e_b} (T' - T'')$$

De même: $j_{th} = \frac{\lambda_c}{e_c} (T'' - T_{Pi})$

$$(T_{Pe} - T_{Pi}) = (T_{Pe} - T') + (T' - T'') + (T'' - T_{Pi})$$

$$= j_{th} \left(\frac{e_c}{\lambda_c} + \frac{e_b}{\lambda_b} + \frac{e_c}{\lambda_c} \right)$$

$$(T_{Pe} - T_{Pi}) = j_{th} \left(\frac{2e_c}{\lambda_c} + \frac{e_b}{\lambda_b} \right)$$

formule de Newton $\Rightarrow j_{th} = K (T_p - T_f)$
(avec $P = j_{th} S$)
 \uparrow
fourni par le mur au fluide

$$\Rightarrow j_{th} = K_{a_i} (T_{Pi} - T_i)$$

et $j_{th} = -K_{a_e} (T_{Pe} - T_e)$
 \uparrow
reçu par le mur

$$j_{th} = K_{a_e} (T_e - T_{Pe})$$

B-6)

$$(T_e - T_i) = (T_e - T_{Pe}) + (T_{Pe} - T_{Pi}) + (T_{Pi} - T_i)$$

$$= j_{th} \left(\frac{1}{K_{a_e}} + \frac{2e_c}{\lambda_c} + \frac{e_b}{\lambda_b} + \frac{1}{K_{a_i}} \right)$$

$$\Rightarrow j_{th} = \frac{(T_e - T_i)}{\frac{2e_c}{\lambda_c} + \frac{e_b}{\lambda_b} + \frac{1}{K_{a_e}} + \frac{1}{K_{a_i}}}$$

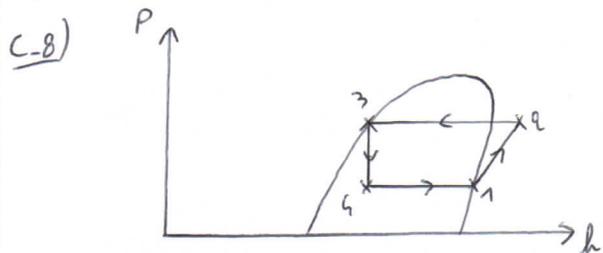
$$P_1 = j_{th} S \Rightarrow P_1 = \frac{(T_e - T_i) S}{\frac{2e_c}{\lambda_c} + \frac{e_b}{\lambda_b} + \frac{1}{K_{a_e}} + \frac{1}{K_{a_i}}}$$

B-7) Pour maintenir la température du local constante, il faut retirer la même énergie de la pièce que celle qui y rentre à cause des fuites.

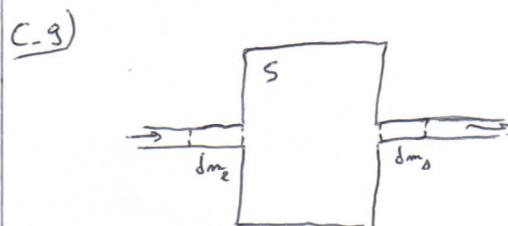
$$\Rightarrow P_f = P_1 \Rightarrow P_f = 3 \cdot 10^2 \text{ W}$$

$$(S = 15 \times 3,50 = 53 \text{ m}^2)$$

C) Etude du cycle du fluide frigorigène:



4 \rightarrow 1: isobare basse pression \rightarrow évaporation
sens trigo \rightarrow climatisation (\neq moteur = sens horaire)



régime permanent $\Rightarrow dm_e = dm_s$

système: à t: $S + dm_e$
à t+dt: $S + dm_s$

C est un système fermé (pas d'échange de matière)

$$\Rightarrow 1^{\text{er}} \text{ principe } \frac{dU}{dt} + \frac{dE_c}{dt} + \frac{dE_p}{dt} = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_{pression} + \mathcal{P}_i$$

mélangé

$$\Rightarrow \mathcal{D}_m ((u_s + u_s) - (u_s + u_e)) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_{pression} + \mathcal{P}_i$$

$$\Rightarrow \mathcal{D}_m (u_s - u_e) = \mathcal{P}_{th} + \mathcal{P}_{pression} + \mathcal{P}_i$$

$$P_{\text{pression}} = \frac{\dot{m}_2 P_2 v_2 - \dot{m}_1 P_1 v_1}{dt}$$

$$= \dot{m} (P_2 v_2 - P_1 v_1)$$

$$\Rightarrow \dot{m} ((u_1 + P_1 v_1) - (u_2 + P_2 v_2)) = \dot{Q}_{th} + \dot{P}_i$$

$$\Rightarrow \dot{m} (h_1 - h_2) = \dot{Q}_{th} + \dot{P}_i$$

$$\Rightarrow h_1 - h_2 = q + w_i$$

C-10) * compression adiabatique et réversible

$$ds = \frac{dq}{T} + ds_{\text{m}}$$

adiabatique réversible

\Rightarrow compression 1-2 isentropique

* 2 \rightarrow 3 : condenseur isobare

* 3 \rightarrow 4 : détente

$$\Delta h = q + w_i \quad \Rightarrow \Delta h = 0$$

calorifugé sans pièce mécanique mobile

3 \rightarrow 4 : détente isenthalpique

* 4 \rightarrow 1 : évaporation isobare

De plus, l'évaporation est isotherme car on est entièrement sous la courbe de saturation (\Rightarrow les isobares sont isothermes lors de changement d'état).

C-11) $q_{12} = 0$ (compression adiabatique)

$$\Rightarrow w_{12} = h_2 - h_1$$

(1^{er} principe systèmes ouverts)

travail indiqué massique

2 \rightarrow 3 : condenseur sans pièces mécaniques mobiles

4 \rightarrow 1 : évaporateur " " " "

3 \rightarrow 4 : détente " " " "

$$\Rightarrow w_{23} = w_{34} = w_{41} = 0$$

$$q_{34} = 0$$

(détente calorifugé)

$$q_{23} = h_3 - h_2$$

$$q_{41} = h_1 - h_4$$

C-12) $\epsilon = \frac{\text{but}}{\text{coût}} = \frac{\text{refroidir local}}{\text{travail fourni}} = \frac{q_{41}}{w_{12}}$

$$\epsilon = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1}$$

C-13) identité thermo : $dh = Tdf + v dP$
isentropique

\Rightarrow si $P \uparrow$, $h \uparrow$ car $v > 0$

\Rightarrow les isentropiques sont des courbes croissantes.

* GP \Rightarrow 2^{ème} loi de Joule : $dh = c_p dT$

\Rightarrow isothermes = isenthalpique

\Rightarrow isothermes = verticales

C'est à peu près le cas quand la pression est faible (on se rapproche du modèle du GP); mais ça devient faux quand la pression est grande.

* Sous la courbe de saturation, les isothermes sont des isobares \Rightarrow les isothermes sont horizontales

variance $v = \text{nb variables intérieures} - \text{nb relations entre ces variables}$
 $= 2 - 1 = 1$ \uparrow P, T
 \Rightarrow si P fixe, T fixe. \uparrow $m_1(T, P) = m_2(T, P)$

* On suppose le liquide incompressible et indilatable

$$\Rightarrow dh = c dT$$

\Rightarrow isothermes = isenthalpiques

\Rightarrow isothermes = verticales

C-14) placement des points sur le diagramme :

1: isobare 2 bar + courbe de rosée

2: isentropique passant par 1 + isobare 10 bar

3: isobare 10 bar + courbe d'ébullition

4: isenthalpique passant par 3 + isobare 2 bar

On relève donc les \neq valeurs demandées :

état du fluide	1	2	3	4
pression (bar)	2	10	10	2
température (°C)	-10	≈ 46	≈ 39	-10
enthalpie massique (kJ.kg ⁻¹)	≈ 330	≈ 427	≈ 256	≈ 256
titre en vapeur	1	pas défini (vapeur sèche)	0	≈ 0,33

$$\varepsilon = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} = \frac{330 - 256}{427 - 330} \quad \boxed{\varepsilon = 3,6}$$

C-15) cycle: $W + Q_c + Q_F = 0$ (1^{er} principe)

égalité de Clausius (cas réversible): $\frac{Q_c}{T_c} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$

$$\varepsilon_c = \frac{Q_F}{W} = \frac{Q_F}{-Q_F - Q_c} = \frac{-1}{1 + \frac{Q_c}{Q_F}}$$

$$\text{or } \frac{Q_c}{Q_F} = -\frac{T_c}{T_F}$$

$$\varepsilon_c = \frac{-1}{1 - \frac{T_c}{T_F}} = \frac{1}{\frac{T_c}{T_F} - 1} = \varepsilon_c$$

ici $T_F = -20^\circ\text{C} = 293\text{K}$ (intérieur de la pièce)

$T_c = 33^\circ\text{C} = 306\text{K}$ (température extérieure)

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon_c = 23} > \varepsilon \quad (\text{ouf, } \varepsilon_c = \varepsilon_{\text{max}}!)$$

C-16) On place les points sur la figure 4 de la même manière que précédemment. On obtient:

$$h_1 = 335 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$h_2 = 435 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$h_3 = h_4 = 227 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$\varepsilon = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} \quad \boxed{\varepsilon = 4,2}$$

D) Comment améliorer l'efficacité du cycle:

D-17) La première surchauffe est souhaitable car:

- * on prend davantage d'énergie à la pièce à rafraîchir ($\varepsilon \uparrow$)
- * on est sûr qu'il n'y aura aucune trace de liquide à l'entrée du compresseur (ce qui pourrait l'endommager).

D-18) * point 1': sur isobare 2 bar (évaporateur isolare)

$$+ \text{ sur isotherme } T_1' = T_1 + 5^\circ\text{C} \\ = -10 + 5 \\ = -5^\circ\text{C}$$

* point 2': intersection de l'isobare 10 bar et de l'isentrope passant par 1'.

on lit

$$h_1' = 335 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$h_2' = 432 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$T_2' = 51^\circ\text{C}$$

D-19) On parle de désurchauffe car c'est l'opération

inverse de la surchauffe! Cette désurchauffe est due au fait que le tuyau ne soit pas bien calorifugé \rightarrow perte d'énergie sous forme de chaleur.

intérêt: perdre de l'énergie avant d'arriver dans le condenseur afin ensuite d'aller au point 3' tel que $h_3' < h_3$
 $\rightarrow \varepsilon \uparrow$

D-20) $T_2'' = T_2' - 6^\circ\text{C} = 51^\circ\text{C} - 6^\circ\text{C}$

$$\boxed{T_2'' = 45^\circ\text{C}}$$

d'où le point 2'' ($T_2'' = 45^\circ\text{C}$ + isobare 10 bar)
pas de perte de charge dans tuyau

\rightarrow le fluide est sous forme de vapeur sèche

D-21) sous-refroidissement \rightarrow diminue h_3 (h_3') donc h_4

$\Rightarrow \varepsilon \uparrow$

$$P_f = \dot{m} q_{41} = \dot{m} (h_1 - h_4)$$

à \dot{m} c^t, si $P_f \uparrow$ de 5%, $h_1 - h_4 \uparrow$ de 5%
 \uparrow
 h_3

$$h'_1 - h_3 = 395 - 256 = 139 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$1,05(h'_1 - h_3) = h'_1 - h'_3$$

$$\Rightarrow h'_3 = 249 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

d'où $3'$ ($h'_3 = 249 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ + isobare 10 bar)

$$\Rightarrow T'_3 = 35^\circ\text{C} \quad (\text{isothermes} = \text{verticales du domaine liquide})$$

D-22) Il faut diminuer le débit pour s'assurer que tout le liquide se vaporise bien dans l'évaporateur.

En effet, si le débit est trop élevé, le fluide n'aura pas le temps de prendre toute l'énergie nécessaire à sa vaporisation.

$$\text{D-23)} P_f = \mathcal{D}_{mf} (h'_1 - h'_3)$$

$$\Rightarrow \mathcal{D}_{mf} = \frac{P_f}{h'_1 - h'_3} = \frac{3}{395 - 249}$$

$$\Rightarrow \mathcal{D}_{mf} = 0,02 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{D-24)} \begin{cases} \text{pression d'aspiration: } P_1 = 2 \text{ bar} \\ \text{pression de refoulement: } P_2 = 10 \text{ bar} \end{cases}$$

$$\text{D-25)} P_{\text{comp}} = \mathcal{D}_{mf} w_{12} = \mathcal{D}_{mf} (h'_2 - h'_1) = 0,020 (432 - 395)$$

$$P_{\text{comp}} = 0,74 \text{ kW}$$

$$\text{D-26)} \varepsilon' = \frac{P_f}{P_{\text{comp}}} = \frac{3}{0,74} = 4 = \varepsilon' > 3,6 \Rightarrow c \text{ est optimisé}$$

D-27) en 1s, il y a : 0,020 kg de fluide qui circule, or $v = 0,12 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$
 \Rightarrow un volume $V = 0,020 \times 0,12 \text{ m}^3$
 $= 0,0024 \text{ m}^3 = 2,4 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$

$$\begin{aligned} \text{débit volumique} &= 2,4 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \\ &= 1,4 \cdot 10^5 \text{ cm}^3 \cdot \text{min}^{-1} \end{aligned}$$

$$N = \frac{\text{débit volumique}}{\text{cylindrée}} = \frac{1,4 \cdot 10^5}{200}$$

$$N = 7,2 \cdot 10^2 \text{ tours} \cdot \text{min}^{-1}$$

E) Refroidissement de l'air :

E-28) Si on veut refroidir l'air à 17°C , le changement d'état dans l'évaporateur doit avoir lieu à une température inférieure à 17°C .

$$T_{\text{max}} = 17^\circ\text{C}$$

ici $T'_1 = -5^\circ\text{C} \Rightarrow$ cette condition est remplie dans le cas étudié.

E-29) On suppose que toute la puissance reçue par le fluide est cédée par l'air, et réciproquement.

$$\Rightarrow P_f = -\mathcal{D}_m \Delta h_{\text{air}} = -\mathcal{D}_m c_p \Delta T_{\text{air}} \quad (\text{loi de Joule car GP})$$

$$= -\mathcal{D}_m c_p (T_{\text{air}} - T'_{\text{air}})$$

$$= -\mathcal{D}_m c_p (17 - 23)$$

$$= 6 \mathcal{D}_m c_p$$

$$\text{or } \mathcal{D}_a = \mathcal{D}_m v = \frac{\mathcal{D}_m}{\rho_a} \Rightarrow \mathcal{D}_m = \rho_a \mathcal{D}_a$$

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$$

$$c_p - c_v = \frac{R}{M} \quad (\text{loi de Mayer})$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} = \frac{7}{2} \frac{R}{M}$$

$$P_f = -\rho_a \mathcal{D}_a \frac{\gamma R}{M(\gamma - 1)} \Delta T_{\text{air}}$$

$$\Rightarrow \mathcal{D}_a = -\frac{M(\gamma - 1) P_f}{\rho_a \gamma R \Delta T_{\text{air}}} = 0,4 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\mathcal{D}_a = 1 \cdot 10^3 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$$

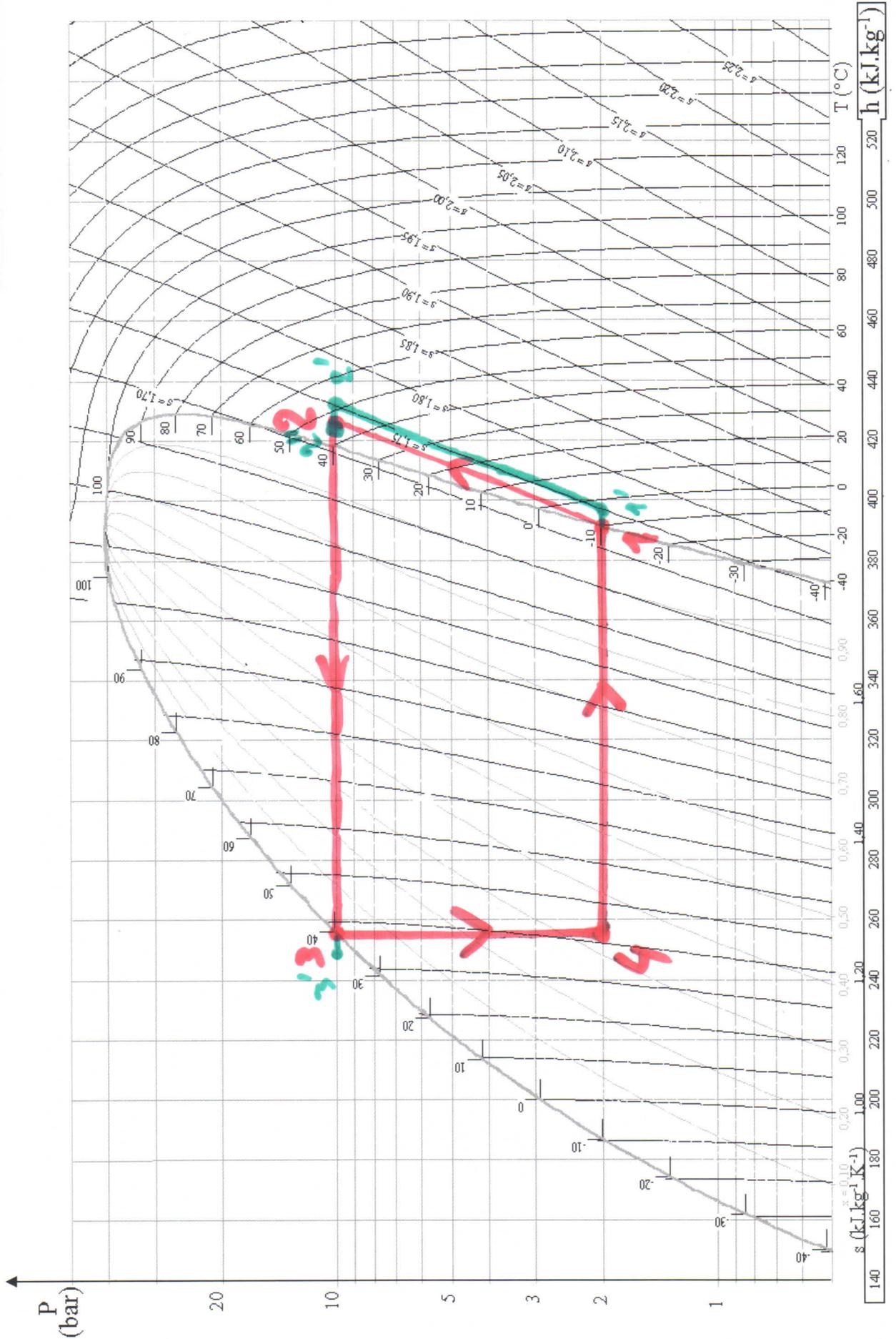


FIGURE 3 : DIAGRAMME ENTHALPIQUE DU FLUIDE R134A

A rendre avec la copie

DEUXIEME PROBLEME: Etude simplifiée des turboréacteurs
(banque PT 2005)

1^{ère} Partie: Etude d'un turboréacteur mono flux, mono corps

1)a) compresseur: Evolution adiabatique, réversible, pour un gaz parfait avec $\gamma = c^k$

\Rightarrow loi de Laplace $PV^\gamma = c^k$
 loi GP: $PV = nRT$

$$\Rightarrow P^{1-\gamma} T^\gamma = c^k$$

$$\Rightarrow P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 484 \text{ K}$$

Bilan enthalpique au niveau du compresseur:

$$\Delta(h + e_c + e_p) = \dot{w}_{ic} + \dot{q}_e$$

négligés
adiabatique
 $\rightarrow \dot{w}_{ic} = \Delta h$

2^{ème} loi de Joule (GP): $\Delta h = c_p \Delta T$

$$\Rightarrow \dot{w}_{ic} = c_p (T_2 - T_1) = 196 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

1)b) Bilan enthalpique au niveau de la turbine:

$$\Delta(h + e_c + e_p) = \dot{w}_{it} + \dot{q}_e$$

négligés
adiabatique

ou $\Delta h = c_p \Delta T = c_p (T_4 - T_3)$ (2^{ème} loi de Joule)

et $\dot{w}_{it} = -\dot{w}_{ic}$ car la turbine transmet intégralement la puissance mécanique au compresseur (et $\mathcal{N}_{12} = \mathcal{N}_{34}$)

$$\Rightarrow c_p (T_4 - T_3) = -\dot{w}_{ic} = c_p (T_1 - T_2)$$

$$\Rightarrow T_4 = T_3 + T_1 - T_2 = 1054 \text{ K}$$

* turbine: Evolution adiabatique, réversible, pour un GP

avec $\gamma = c^k \Rightarrow$ loi de Laplace $P^{1-\gamma} T^\gamma = c^k$

$$P_4^{1-\gamma} T_4^\gamma = P_3^{1-\gamma} T_3^\gamma$$

$$\Rightarrow P_4 = P_3 \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \text{ or } P_3 = P_2 \text{ et } P_2 = 6,15 \text{ bar}$$

$$\Rightarrow P_4 = P_2 \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 3,39 \text{ bar}$$

1)c) * tuyère: Evolution adiabatique réversible, GP, $\gamma = c^k$

$$\Rightarrow \text{loi de Laplace} \Rightarrow T_5 = T_4 \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 744 \text{ K}$$

* bilan enthalpique au niveau de la tuyère:

$$\Delta(h + e_c + e_p) = \dot{w}_i + \dot{q}_e$$

négligé
pas de partie mobile
adiabatique

2^{ème} loi de Joule: $\Delta h = c_p \Delta T$

$$\Rightarrow c_p (T_5 - T_4) + \left(\frac{c_s^2}{2} - 0 \right) = 0$$

$$\Rightarrow c_s = \sqrt{2 c_p (T_4 - T_5)} = 787 \text{ m.s}^{-1}$$

($\Delta c_p = 100.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)

\Rightarrow vitesse supersonique

2)a) Bilan enthalpique pour l'air lors de la combustion:

$$\Delta(h + e_c + e_p) = \dot{w}_i + \dot{q}_{\text{combustion}}$$

négligés
pas de partie mobile

2^{ème} loi de Joule: $\Delta h = c_p (T_3 - T_2)$

$$\Rightarrow \dot{q}_{\text{combustion}} = c_p (T_3 - T_2) = 766 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

2)b) $e_c = \frac{c_s^2}{2} = c_p (T_4 - T_5) = 310 \text{ kJ.kg}^{-1}$

2)c) $\eta_{th} = \frac{e_c}{\dot{q}_{\text{combustion}}} = \frac{310}{766} = 40,5\%$

2^{ème} Partie: Etude d'un turboréacteur mono corps, mono flux

à post combustion:

3) idem 1)a) $\Rightarrow T_2 = 484 \text{ K}$

idem 1)b) $\Rightarrow T_4 = 1054 \text{ K}$ et $P_4 = 3,39 \text{ bar}$

4) $P_4 = P_5 = 3,39 \text{ bar}$ $T_5 = 1930 \text{ K}$ $P_6 = 1,01 \text{ bar}$

idem 1)c) $\Rightarrow T_6 = T_5 \left(\frac{P_6}{P_5} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 1362 \text{ K}$

$$\text{idem 1)c) } \Rightarrow c_6 = \sqrt{2c_p(T_5 - T_6)} = 1066 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

5) a) Bilan enthalpique pour l'air lors de la 2^{ème} combustion :

$$\Rightarrow \text{idem 2)a) } \Rightarrow q_{4-5} = c_p(T_5 - T_4) = 876 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$q_{\text{combustion}} = q_{2-3} + q_{4-5} = 766 + 876 = 1642 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$5) b) e_c = \frac{c_6^2}{2} = c_p(T_5 - T_6) = 568 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$5) c) \eta_{th} = \frac{e_c}{q_{\text{combustion}}} = \frac{568}{1642} = 34,6 \%$$

5) d) Le deuxième dispositif a un rendement moins important mais il permet d'obtenir plus d'énergie cinétique.

3^{ème} Partie : Etude d'un turboréacteur double corps, double flux, à tuyère unique :

6) * compresseur BP : évolution adiabatique, réversible, pour un gaz parfait avec $\gamma = c_p^k$ \Rightarrow loi de Laplace

$$\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 370 \text{ K}$$

* idem pour compresseur HP

$$\Rightarrow T_3 = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 550 \text{ K}$$

* idem pour turbine (mêmes hypothèses)

$$\Rightarrow T_5 = T_4 \left(\frac{P_5}{P_4} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\text{or } P_5 = P_2 \text{ et } P_4 = P_3$$

$$\Rightarrow T_5 = T_4 \left(\frac{P_2}{P_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 875 \text{ K}$$

7) a) Bilan enthalpique : (pour compresseurs et turbine) :

$$\Delta(h + e_c + e_p) = \dot{w}_i + \dot{q}_e$$

négligés adiabatique

$$2^{\text{ème}} \text{ loi de Joule : } \Delta h = c_p \Delta T$$

$$\Rightarrow \dot{w}_{i_{cBP}} = c_p(T_2 - T_1) = 82 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\dot{w}_{i_{cHP}} = c_p(T_3 - T_2) = 180 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\dot{w}_{i_t} = c_p(T_5 - T_4) = -425 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

7) b) La puissance fournie par la turbine alimente les compresseurs :

$$\Rightarrow -\dot{D}_{M_1} \dot{w}_{i_t} = \dot{D}_{M_1} \dot{w}_{i_{cBP}} + \dot{D}_{M_1} \dot{w}_{i_{cHP}}$$

puissance fournie par la turbine
puissance reçue lors de la compression BP
puissance reçue lors de la compression HP

$$\Rightarrow \dot{D}_{M_1} = -\dot{D}_{M_1} \frac{\dot{w}_{i_{cBP}}}{\dot{w}_{i_{cHP}} + \dot{w}_{i_t}} = 0,335 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\dot{D}_{M_1} = 0,335 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\dot{D}_{M_2} = 0,665 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{\dot{D}_{M_2}}{\dot{D}_{M_1}} = 1,99$$

8) a) * bilan enthalpique pour le gaz du secondaire :

(e_c, e_p négligés ; $\dot{w}_i = 0$ pas de partie mobile)

$$\Rightarrow \dot{D}_{M_2} (h_6 - h_2) = \dot{P}_{th_{\text{sec}}}$$

$$c_p(T_6 - T_2)$$

$$* \text{ pour le primaire : } \dot{D}_{M_1} c_p(T_6 - T_5) = \dot{P}_{th_{\text{primaire}}}$$

or la puissance cédée par le primaire sert à réchauffer le gaz du secondaire

$$\Rightarrow \dot{P}_{th_{\text{sec}}} = -\dot{P}_{th_{\text{primaire}}}$$

$$\Rightarrow \dot{D}_{M_2} (T_6 - T_2) = -\dot{D}_{M_1} (T_6 - T_5)$$

$$\Rightarrow T_6 = \frac{\dot{D}_{M_2} T_2 + \dot{D}_{M_1} T_5}{\dot{D}_{M_1} + \dot{D}_{M_2}} = 539 \text{ K}$$

8) b) idem 1)c) \Rightarrow

$$T_7 = T_6 \left(\frac{P_7}{P_6} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 420 \text{ K}$$

$$c_7 = \sqrt{2c_p(T_6 - T_7)} = 488 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

3)a) bilan enthalpique entre 3 et 4 :

$$\mathcal{P}_{n_1} \Delta(h + q_c + q_p) = \dot{J}_i + \dot{J}_{th}$$

négligé pas de partie mobile

$$\Delta h = c_p (T_4 - T_3) \quad 2^{\text{ème}} \text{ loi de Joule}$$

$$\Rightarrow \dot{J}_{th} = \mathcal{P}_{n_1} c_p (T_4 - T_3) = 251 \text{ kW}$$

3)b) $\dot{P}_{cin} = \mathcal{P}_n e_c = \mathcal{P}_n \frac{c_p^2}{2} = \mathcal{P}_n c_p (T_6 - T_7) = 119 \text{ kW}$

3)c) $\eta = \frac{\dot{P}_{cin}}{\dot{J}_{th}} = \frac{119}{251} = 47,4\%$

3)d) Le rendement est meilleur que dans les 2 cas précédents, mais la puissance cinétique que l'on récupère est plus petite.

4. - partie : Etude d'un turboréacteur double corps, double

flux séparés

10) idem 1)a) $\Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 346 \text{ K}$

$$T_3 = T_2 \left(\frac{P_3}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 731 \text{ K}$$

11)a) idem 1)a) $\Rightarrow w_{i_d} = c_p (T_2 - T_1) = 58 \text{ kJ.kg}^{-1}$

$$w_{i_c} = c_p (T_3 - T_2) = 385 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

11)b) idem 7)b) $\Rightarrow -\mathcal{D}_{n_1} w_{it} = \mathcal{D}_n w_{i_d} + \mathcal{D}_{n_1} w_{i_c}$

idem 7)a) $\Rightarrow w_{it} = c_p (T_5 - T_4)$

$$\lambda = \frac{\mathcal{D}_{n_2}}{\mathcal{D}_{n_1}} = \frac{\mathcal{D}_n - \mathcal{D}_{n_1}}{\mathcal{D}_{n_1}} \Rightarrow \mathcal{D}_{n_1} = \frac{\mathcal{D}_n}{\lambda + 1}$$

$$\Rightarrow -\frac{T_5 - T_4}{\lambda + 1} = T_2 - T_1 + \frac{T_3 - T_2}{\lambda + 1}$$

$$\Rightarrow T_5 = T_4 + T_2 - T_3 + (\lambda + 1)(T_1 - T_2)$$

$$T_5 = 659 \text{ K}$$

turbine : évolution adiabatique, réversible, GP, $\gamma = c^k$

\Rightarrow loi de Laplace

$$\Rightarrow P_5 = P_4 \left(\frac{T_5}{T_4}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1,65 \text{ bar}$$

avec $P_1 = P_3 = 13,7$ $P_2 = 13,7 \times 1,90 P_1 = 26,0 \text{ bar}$

12)a) idem 1)c) : $T_7 = T_2 \left(\frac{P_7}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 288 \text{ K} = T_1$

logique car $T_2 = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} T_1$ et $P_7 = P_1$

$$\Rightarrow T_7 = T_1 = 288 \text{ K}$$

idem 1)c) :

$$c_7 = \sqrt{2 c_p (T_2 - T_7)} = 341 \text{ m.s}^{-1}$$

12)b) De même,

$$T_6 = T_5 \left(\frac{P_6}{P_5}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 571 \text{ K}$$

$$c_6 = \sqrt{2 c_p (T_5 - T_6)} = 420 \text{ m.s}^{-1}$$

13)a) $\dot{J}_{th} = \mathcal{D}_{n_1} c_p (T_4 - T_3) = 103 \text{ kW}$

(cf 3)a) avec $\mathcal{D}_{n_1} = \frac{\mathcal{D}_n}{\lambda + 1}$

13)b) $\dot{P}_{cin} = \mathcal{D}_{n_1} \frac{c_6^2}{2} + \mathcal{D}_{n_2} \frac{c_7^2}{2}$
 $= \mathcal{D}_{n_1} c_p (T_5 - T_6) + \mathcal{D}_{n_2} c_p (T_2 - T_7)$
 $\quad \quad \quad \uparrow$
 $\quad \quad \quad \mathcal{D}_n - \mathcal{D}_{n_1}$

$$\dot{P}_{cin} = 62,3 \text{ kW}$$

13)c) $\eta = \frac{\dot{P}_{cin}}{\dot{J}_{th}} = \frac{62,3}{103} = 60,5\%$

13)d) Le rendement de ce dispositif est le + élevé, mais la puissance cinétique que l'on récupère est la + faible.