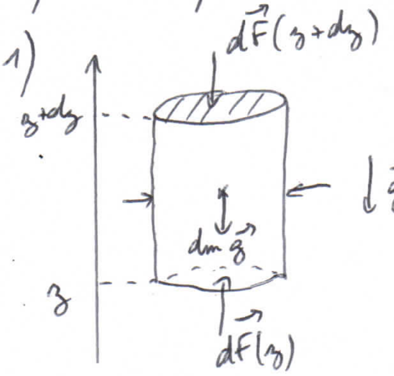
PT 2016 - 2017 DS 2

PREMIER PROBLEME : Modèles d'atmosphère en équilibre

1)



- système : particule de fluide cylindrique de section dS, de hauteur dz
- référentiel terrestre supposé galiléen

$dm = \rho\, dS\, dz$

($\rho \simeq c^{te}$ entre z et $z+dz$)

forces s'exerçant sur le cylindre :

* poids : $dm\,\vec{g} = -\rho\, dS\, dz\, g\, \vec{u_z}$
* forces de pression :
  - latéralement : elles se compensent
  - $\vec{dF}(z+dz) = -P(z+dz)\, dS\, \vec{u_z}$
  - $\vec{dF}(z) = +P(z)\, dS\, \vec{u_z}$

Relation fondamentale de la statique (projetée sur $\vec{u_z}$) :

$$\Rightarrow -\rho\, dS\, dz\, g - P(z+dz)\, dS + P(z)\, dS = 0$$

$$\Rightarrow -\rho g\, dz = P(z+dz) - P(z) = \frac{dP}{dz} dz$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dP}{dz} = -\rho g}$$

2) équation d'état des GP : $PV = nRT$

$$\Rightarrow P\frac{V}{m} = \frac{n}{m} RT \Rightarrow \frac{P}{\rho} = \frac{RT}{M}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{MP}{RT}$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{dz} = -\rho g = -\frac{MP}{RT} g \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} dz$$

or $T = T_0 = c^{te}$ $\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT_0} dz$

$$\Rightarrow \ln\frac{P}{P_0} = -\frac{Mg}{RT_0}(z-0)$$

$$\Rightarrow \boxed{P = P_0\, e^{-\frac{z}{H}} \quad \text{avec } H = \frac{RT_0}{Mg}}$$

3) a) évolution adiabatique + réversible pour un gaz parfait avec $\gamma = c^{te}$ $\Rightarrow$ on peut utiliser la loi de Laplace : $PV^{\gamma} = c^{te}$

or $V = \frac{nRT}{P}$ $\Rightarrow \boxed{P^{1-\gamma}\, T^{\gamma} = c^{te}}$

b) On prend la différentielle logarithmique :

$$(1-\gamma)\ln P + \gamma \ln T = c^{te}$$

$$\Rightarrow (1-\gamma)\frac{dP}{P} + \gamma\frac{dT}{T} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{dT}{T}$$

* or cf 2) : $\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} dz$

$$\Rightarrow \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{dT}{T} = -\frac{Mg}{RT} dz$$

$$\Rightarrow dT = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{Mg}{R} dz$$

$$\Rightarrow T - T_0 = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\underbrace{\frac{Mg}{R}}_{\frac{Mg}{R} = \frac{T_0}{H}}(z-0)$$

$$\Rightarrow \boxed{T = T_0\left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}\right)}$$

c) $\boxed{\frac{dT}{dz} = -\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{T_0}{H}}$

$$H = \frac{RT_0}{Mg} = \frac{8\times 300}{3.10^{1}.10^{-3}\times 10} = 8.10^{3}\,m = \boxed{8\,km = H}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{1{,}40-1}{1{,}40}\,\frac{300}{8.10^{3}} = -1.10^{-2}\,K.m^{-1}$$

$$= -1.10^{1}\,K.km^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dT}{dz} = -1 \cdot 10^{1}\ °C \cdot km^{-1}}$$

/ $-6\,°C.km^{-1}$ ou $-7\,°C.km^{-1}$

$\Rightarrow$ bon ordre de grandeur

$\Rightarrow$ ce modèle d'atmosphère en équilibre adiabatique rend compte de cette observation.

d) cf 2) : $\frac{dP}{P} = -\frac{Mg}{RT} dz$

$$\Rightarrow \frac{dP}{P} = -\underbrace{\frac{Mg}{RT_0}}_{\frac{1}{H}} \frac{dz}{1 - \frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{P}{P_0} = -\frac{1}{H}\left(\frac{-\gamma H}{\gamma-1}\right)\left[\ln\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}\right)\right]_0^z$$

$$= \frac{\gamma}{\gamma-1}\left[\ln\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}\right) - \underbrace{\ln 1}_{0}\right]$$

$$= \ln\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{P = P_0\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

4) $\underline{1^{er}\ modèle}$: $P = P_0\, e^{-\frac{z}{H}}$ avec $H = \frac{RT_0}{Mg} = 8\,km$

$$\Rightarrow P(H) = P_0\, e^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(H) = 0{,}37\ bar}$$

$\underline{2^{ème}\ modèle}$: $P = P_0\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

$$\Rightarrow P(H) = P_0\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$P(H) = 1{,}0\left(1-\frac{1{,}40-1}{1{,}40}\right)^{\frac{1{,}40}{1{,}40-1}}$$

$$= 1{,}0\,(1-0{,}29)^{3{,}5} = 1{,}0 \times 0{,}71^{3{,}5}$$

$$\Rightarrow \boxed{P(H) = 0{,}30\ bar}$$

5) $\underline{1^{er}\ modèle}$: $P = P_0\, e^{-\frac{z}{H}} \underset{z \ll H}{=} P_0\left(1-\frac{z}{H}\right)$

$\underline{2^{ème}\ modèle}$: $P = P_0\left(1-\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$

$$\underset{z \ll H}{=} P_0\left(1-\frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{z}{H}\right)$$

$$= P_0\left(1-\frac{z}{H}\right)$$

$\Rightarrow \boxed{P = P_0\left(1-\frac{z}{H}\right)}$ dans les 2 cas

PT 2016 - 2017 DS2

DEUXIEME PROBLEME : Force pressante sur la paroi d'un récipient

1) $\boxed{\dfrac{dP}{dz} = -\rho g}$ avec $\uparrow z$

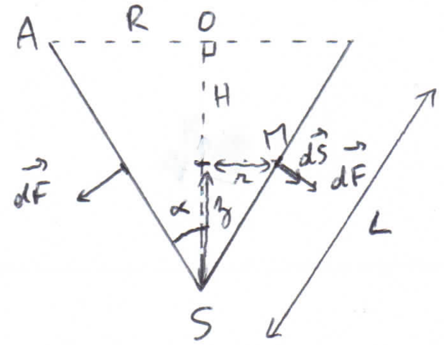
2) $dP = -\rho g \, dz \Rightarrow dP + \rho g \, dz = 0$

$\Rightarrow P(z) + \rho g z = c^{te}$

$= \underbrace{P(H)}_{P_0} + \rho g H$

$\Rightarrow \boxed{P(z) = P_0 + \rho g (H - z)}$

3)



* Par symétrie, la résultante est portée par $(-\vec{u_z})$.

* $dS = dL \times r \, d\theta$

* $L = \dfrac{H}{\cos\alpha} \Rightarrow dL = \dfrac{dz}{\cos\alpha}$ $\Big\} \Rightarrow dS = \dfrac{r}{\cos\alpha} d\theta \, dz$

* $r = z \tan\alpha \Rightarrow dS = \dfrac{\tan\alpha}{\cos\alpha} z \, dz \, d\theta$

* $\vec{dS} \cdot \vec{u_z} = -dS \sin\alpha$

$= -\tan^2\alpha \, z \, dz \, d\theta = -\dfrac{R^2}{H^2} z \, dz \, d\theta$

* $\vec{F}_{liquide \to verre} = F_z \vec{u_z} = \left(\iint_{verre} P(z) \vec{dS} \cdot \vec{u_z} \right) \vec{u_z}$

$F_z = \iint_{verre} P(z) \vec{dS} \cdot \vec{u_z}$

$F_z = \iint_{verre} -(P_0 + \rho g H - \rho g z) \dfrac{R^2}{H^2} z \, dz \, d\theta$

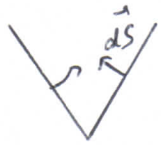
$F_z = -(P_0 + \rho g H) \dfrac{R^2}{H^2} \underbrace{\int_0^H z \, dz}_{\frac{H^2}{2}} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta}_{2\pi}$

$+ \rho g \dfrac{R^2}{H^2} \underbrace{\int_0^H z^2 dz}_{\frac{H^3}{3}} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\theta}_{2\pi}$

$F_z = -(P_0 + \rho g H) \pi R^2 + \rho g R^2 H \dfrac{2}{3}\pi$

$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{liquide \to verre} = \left[-P_0 \pi R^2 - \dfrac{1}{3} \pi R^2 H \rho g \right] \vec{u_z}}$

4)



* $\vec{dS} \cdot \vec{u_z} = +\dfrac{R^2}{H^2} z \, dz \, d\theta$

* on remplace $P(z)$ par P_0

$\Rightarrow F_z = \iint_{verre} P_0 \vec{dS} \cdot \vec{u_z}$

$= \iint_{verre} P_0 \dfrac{R^2}{H^2} \underbrace{z \, dz}_{\frac{H^2}{2}} \underbrace{d\theta}_{2\pi} = +P_0 \pi R^2$

$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{air \to verre} = P_0 \pi R^2 \vec{u_z}}$

5) $\vec{F}_{liquide + air \to verre} = \vec{F}_{liquide \to verre} + \vec{F}_{air \to verre}$

$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{liquide + air \to verre} = -\dfrac{1}{3} \pi R^2 H \rho g \, \vec{u_z}}$

6) $V_{liquide} = V_{cône} = \dfrac{1}{3} \pi R^2 H$

$\Rightarrow \vec{F}_{liquide + air \to verre} = -\underbrace{V_{liquide} \rho}_{\text{masse de liquide}} g \, \vec{u_z}$

$=$ poids du liquide

$\Rightarrow \boxed{\vec{F}_{liquide + air \to verre} = \text{poids du liquide}}$

7) * système : liquide

* référentiel : terrestre supposé galiléen

* actions extérieures :

  - son poids : $m\vec{g} = -\rho V g \vec{u_z}$

    avec $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$

  - les forces pressantes en $z = H$: $-P_0 \pi R^2 \vec{u_z}$

  - $\vec{F}_{\text{verre} \to \text{liquide}}$

équilibre $\to$ $m\vec{g} - P_0 \pi R^2 \vec{u_z} + \vec{F}_{\text{verre} \to \text{liquide}} = \vec{0}$

$$\vec{F}_{\text{liquide} \to \text{verre}} = -\vec{F}_{\text{verre} \to \text{liquide}} = m\vec{g} - P_0 \pi R^2 \vec{u_z}$$

$$\to \boxed{\vec{F}_{\text{liquide} \to \text{verre}} = \left[-P_0 \pi R^2 - \frac{1}{3}\pi R^2 H \rho g\right] \vec{u_z}}$$

PT 2016 - 2017 DS 2

TROISIEME PROBLEME : Synthèse de composés semi-conducteurs : Epitaxie par jet moléculaire (d'après banque PT 2016)

Création d'un jet moléculaire : cellules de Knudsen :

Q1) $\dfrac{dN}{dt} = \sqrt{\dfrac{1}{6\pi}}\, N_v\, u^a\, s^b$

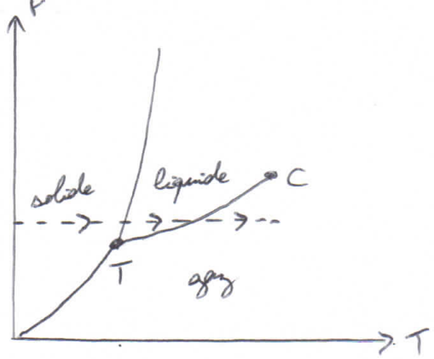
$\left[\dfrac{dN}{dt}\right] = T^{-1}$ $\qquad [N_v] = L^{-3}$

$[u] = L.T^{-1}$ $\qquad [s] = L^2$

$\Rightarrow T^{-1} = L^{-3}\,(L.T^{-1})^a\,(L^2)^b$

$\Rightarrow \boxed{a = b = 1}$ $\quad \left(T : -1 = -a \quad L : 0 = -3 + a + 2b\right)$

Q2)



On se fixe à $P = c^{te}$:

* T faible : solide
* $T \nearrow$: liquide
* $T \nearrow$: gaz

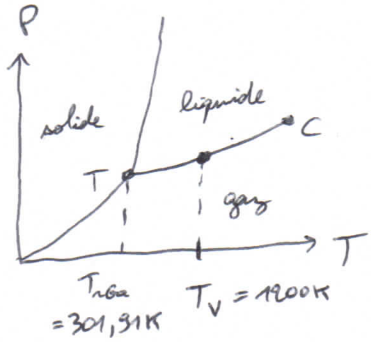
Q3) * point triple T : on a équilibre entre les 3 phases. Pour observer un corps pur sous 3 phases, on ne peut fixer librement aucun paramètre intensif (variance = 0) $\Rightarrow$ P et T sont fixées : "point triple"

* point critique C : il n'y a pas de discrimination absolue entre liquide et gaz car la définition de liquide et gaz revient à considérer des distances intermoléculaires plus ou moins grandes.

On peut passer du liquide à la vapeur en contournant le point critique sans observer de discontinuité des propriétés physiques (densité, indice optique, ...).

On ne peut alors parler que d'état fluide (supercritique ou hypercritique).

Q4)



$T_V > T_{fGa}$

$\Rightarrow$ à T_V, la phase gazeuse est en équilibre avec une phase liquide.

Q5) La vitesse quadratique moyenne u est la racine carrée de la moyenne du carré des vitesses des particules : $\boxed{u = \sqrt{\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} v_i^2}}$

Q6) $\boxed{E_c = \dfrac{3}{2} k_B T}$

Q7) Considérons une mole de gaz (N_A particules) :

* $E_{c_{1mole}} = \sum_{i=1}^{N_A} E_{c_{1\,particule}} = \sum_{i=1}^{N_A} \dfrac{1}{2} m_{1\,particule}\, v_i^2$

$= \dfrac{m_{1\,particule}}{2} \underbrace{\sum_{i=1}^{N_A} v_i^2}_{N_A u^2}$ (cf définition de u)

$= \dfrac{1}{2} \underbrace{m_{1\,particule} N_A}_{M_{Ga} = \text{masse d'une mole}} u^2 = \dfrac{1}{2} M_{Ga} u^2$

* D'autre part : $E_{c_{1\,mole}} = N_A \, E_{c_{1\,particule}}$

$$= N_A \, \frac{3}{2} k_B T$$

or $N_A k_B = R \Rightarrow E_{c_{1\,mole}} = \frac{3}{2} R T$

* $\Rightarrow \frac{1}{2} M_{Ga} u^2 = \frac{3}{2} R T$

$$\Rightarrow \boxed{u = \sqrt{\frac{3RT_V}{M_{Ga}}}}$$

Q8) * $\phi = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} N_V \, u \, s$

* équation d'état des gaz parfaits : $PV = nRT$

* N_V = nombre de particules par unité de volume

= N_A × nombre de moles par unité de volume

$$= N_A \frac{n}{V} = N_A \frac{P_V}{RT_V}$$

$$\Rightarrow \phi = \frac{1}{\sqrt{6\pi}} N_A \frac{P_V}{RT_V} \sqrt{\frac{3RT_V}{M_{Ga}}} \, s$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi = \frac{P_V N_A}{\sqrt{2\pi R M_{Ga} T_V}} \, s}$$

Q9) creuset donné $\Rightarrow s$ donné

composé donné $\Rightarrow M_{Ga}$ donné

R, N_A : constantes

$\Rightarrow \phi$ dépend de P_V et T_V a priori

Or le système est à l'équilibre liquide $\rightleftarrows$ vapeur

donc si on fixe T_V, alors P_V est imposé

(système monovariant). C'est-à-dire

qu'il existe une relation $P_V = P_V(T_V)$

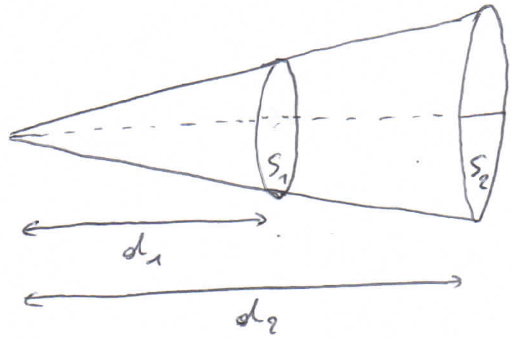
$\Rightarrow \phi$ ne dépend donc que de T_V

$\Rightarrow$ il suffit de contrôler seulement la température pour contrôler le flux de particules.

Q10) * Si $S \nearrow$, $\phi_1 \nearrow$: évident ! Si la surface du substrat augmente, alors il y aura davantage de particules qui arriveront sur le substrat !

On peut comprendre que si S n'est pas trop grand, ϕ_1 est grossièrement proportionnel à S (mais ce n'est pas complètement rigoureux car ϕ_1 dépend de α).

*



ϕ_c : flux de particules envoyées dans le cône

$= \phi_{reçu\ en\ 1} = \phi_{reçu\ en\ 2}$ (pas d'atténuation)

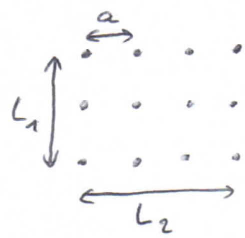
$\Rightarrow \phi_1 = \phi_2$

or $\phi_1 \propto S_1$ et $\phi_2 \propto S_2$ (cf précédemment)

et $S_1 \propto d_1^2$ et $S_2 \propto d_2^2$ (cf surface d'une sphère)

$$\Rightarrow \boxed{\phi_1 \propto \frac{S}{d^2}}$$

Q11) a)



$S = L_1 L_2$

nombre d'atomes sur la monocouche : N

N_1 : nb d'atomes sur une verticale : $N_1 \simeq \frac{L_1}{a}$ $\left(\frac{L_1}{a} + 1\right)$

N_2 : nb d'atomes sur une horizontale : $N_2 \simeq \frac{L_2}{a}$ $\left(\frac{L_2}{a} + 1\right)$

$$N = N_1 N_2 \simeq \frac{L_1}{a}\frac{L_2}{a} \simeq \frac{S}{a^2} \qquad \boxed{N = \frac{S}{a^2}}$$

b) $$\phi_1 = \phi \frac{S}{\pi d^2} \cos\alpha \cos\theta = \phi \frac{N a^2}{\pi d^2} \underset{1}{\cancel{\cos\alpha}} \underset{1}{\cancel{\cos\theta}}$$

$$\phi_1 = \frac{\phi a^2}{\pi d^2} N$$

$$= \frac{N}{t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{t = \frac{\pi d^2}{\phi a^2}}$$

$$t = \frac{3{,}14 \times (2.10^{-2})^2}{10^{16} \, (0{,}3.10^{-9})^2} \qquad \boxed{t \simeq 1\,s}$$

c) épaisseur $e \simeq 1\,\mu m$

nombre de couches : $\frac{e}{a} = \frac{1\,\mu m}{0{,}3\,nm} \simeq 3.10^3$

$$t_{1\mu m} = \frac{e}{a} \times t_{1\,monocouche} = \frac{e}{a} \frac{\pi d^2}{\phi a^2}$$

$$\simeq 5.10^3\,s$$

$\boxed{t \simeq 1h}$ C'est assez long !

PT 2016 - 2017 DS 2

QUATRIEME PROBLEME : Etude de l'équilibre diphasé de l'eau

A) Exploitation des tableaux 1 et 2

I) Etude de la vapeur sèche

1) GP $\Rightarrow PV = nRT = \frac{m}{M} RT \Rightarrow \boxed{v_{vgp} = \frac{V}{m} = \frac{RT}{PM}}$

(équation d'état)

2) $P_0 = 1$ bar $= 10^5$ Pa

θ (°C)	v_v ($m^3.kg^{-1}$)	v_{vgp} ($m^3.kg^{-1}$)	écart relatif
100	1,696	1,724	1,65 %
150	1,936	1,954	0,93 %
200	2,172	2,185	0,60 %

$\Rightarrow$ l'écart est faible et semble diminuer qd T ↗.

3) $C_v = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \Rightarrow$ pour la vapeur sèche : $c_v = \left.\frac{\partial u_v}{\partial T}\right)_v$

$c_v \simeq \frac{\Delta u_v}{\Delta T}$ (pour GP : 1ère loi de Joule ; $c_v = \frac{\Delta u_v}{\Delta T}$)

entre 100 et 150°C : $c_v \simeq \frac{2583 - 2506}{50,0} = 1,54\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$

entre 150 et 200°C : $c_v \simeq \frac{2660 - 2583}{50,0} = 1,54\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$

$\Rightarrow \boxed{\langle c_v \rangle = 1,54\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$

4) $h_v = u_v + P v_v = u_v + \frac{RT}{M}$

on dérive par rapport à la température $\Rightarrow c_p = c_v + \frac{R}{M}$

($c_p = \frac{dh_v}{dT}$ et $c_v = \frac{du_v}{dT}$ car GP, donc h_v et u_v ne dépendent que de T)

Rq : on retrouve la loi de Mayer

$\Rightarrow \boxed{c_p = c_v + \frac{R}{M} = 2,00\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$

5)a) on $h_v = u_v + P v_v$ avec $P = P_0 = 1$ bar $= 10^5$ Pa

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} h_v(100°C) = 2676\ kJ.kg^{-1} \\ h_v(150°C) = 2777\ kJ.kg^{-1} \\ h_v(200°C) = 2877\ kJ.kg^{-1} \end{array}}$$

5)b) $c_p = \left.\frac{\partial h_v}{\partial T}\right)_P \simeq \frac{\Delta h_v}{\Delta T}$

entre 100 et 150°C, $c_p \simeq \frac{101}{50,0} \simeq 2,02$

entre 150 et 200°C, $c_p \simeq \frac{100}{50,0} = 2,00$

$\Rightarrow \boxed{c_p \simeq 2,01\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}}$ (on retrouve la même valeur qu'en 4)

$\Rightarrow$ l'hypothèse d'assimiler la vapeur sèche à un GP est satisfaisante

6) identité thermodynamique : $du = T ds - P dv$

* GP $\Rightarrow du = c_v dT$ (1ère loi de Joule) et $P = \frac{RT}{M v}$

$\Rightarrow ds = c_v \frac{dT}{T} + \frac{R}{M} \frac{dv}{v}$

on intègre entre $\theta_1 = 100°C$ et $\theta_2 = 200°C$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} s_v(200°C) = s_v(100°C) + c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{R}{M} \ln \frac{v_2}{v_1} \\ = 7,84\ kJ.K^{-1}.kg^{-1} \end{array}}$$

II) Etude de la saturation

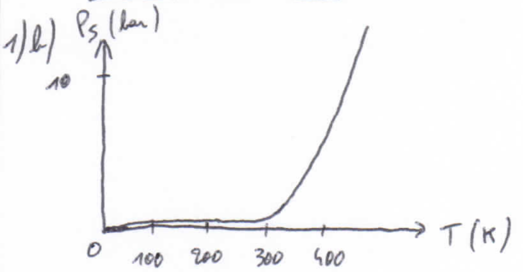
1)a) * $\theta = 100°C \Rightarrow A = \log 1,013 + 1,372 \log 373,15 + \frac{2317}{373,15}$

$A = 9,744$

* $\theta = 150°C \Rightarrow A = 9,757$
* $\theta = 200°C \Rightarrow A = 9,759$

$\Rightarrow \boxed{\langle A \rangle = 9,753}$

1)b)



2)a) $\log P_s = \frac{\ln P_s}{\ln 10}$

$\Rightarrow \ln P_s = A \ln 10 - 1,372 \ln T - \frac{2317 \ln 10}{T}$

$\Rightarrow \frac{dP_s}{P_s} = -1,372 \frac{dT}{T} + \frac{2317 \ln 10}{T^2} dT$

$\Rightarrow \boxed{\frac{dP_s}{dT} = P_s(T) \left(\frac{2317 \ln 10}{T^2} - \frac{1,372}{T} \right)}$ avec T en K

AN : $\theta = 150°C \Rightarrow T = 423,15\ K \Rightarrow \boxed{\frac{dP_s}{dT} = 0,1264\ bar.K^{-1}}$

2) b) relation de Clapeyron :

$$\ell_{vap}(T) = h_v - h_\ell = T(v_v - v_\ell)\left.\frac{dP_s}{dT}\right|_{éq}$$

$$\Rightarrow \frac{dP_s}{dT} = \frac{h_v - h_\ell}{T(v_v - v_\ell)}$$

$$\frac{dP_s}{dT}(150°C) = \frac{2746.10^3 - 632.10^3}{423,15(0,393 - 1,09.10^{-3})}$$

$$= 1,27.10^4 \ \mathrm{Pa.K^{-1}}$$

$$\boxed{\frac{dP_s}{dT}(150°C) = 0,127 \ \mathrm{bar.K^{-1}}}$$

3) Pour un équilibre diphasé, $s_v - s_\ell = \frac{h_v - h_\ell}{T}$

$\theta = 200°C \Rightarrow T = 473,15K$

$$\Rightarrow s_v = s_\ell + \frac{h_v - h_\ell}{T} = 2331 + \frac{(2793 - 852).10^3}{473,15}$$

$$\Rightarrow \boxed{s_v = 6,433 \ \mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}} \text{ à } 200°C$$

B) Etude d'une transformation

I) Etude de l'état initial

1) équilibre liquide-vapeur sous $P_0 = 1,013$ bar $= P_s(100°C)$

$\Rightarrow T = 100°C$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} m_{v_i} = \dfrac{V_{v_i}}{v_v(100°C)} = \dfrac{9,80}{1,673} = 5,86 \ \mathrm{kg} \\ m_{\ell_i} = \dfrac{V_{\ell_i}}{v_\ell(100°C)} = \dfrac{0,200}{1,04.10^{-3}} = 192 \ \mathrm{kg} \end{array}}$$

2) $$\boxed{x_i = x_{v_i} = \frac{m_{v_i}}{m_{v_i} + m_{\ell_i}} = 0,0296 = 2,96\%}$$

$\Rightarrow$ 2,96 % de vapeur en masse ds la chaudière

II) Etude de l'état final

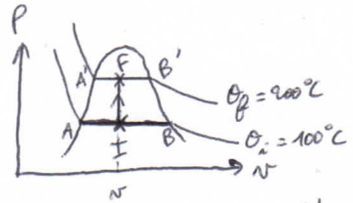
* équilibre liquide-vapeur sous $P = 15,54$ bar $= P_s(200°C)$

$\Rightarrow T = 200°C$ ds l'état final

* masse totale d'eau : $m_{tot} = m_{\ell_i} + m_{v_i} = 198$ kg
* volume total de la chaudière : $V_{tot} = V_{\ell_i} + V_{v_i} = 10,0 \ m^3$
* $\Rightarrow$ volume massique pour le mélange diphasé : $v = \frac{V_{tot}}{m_{tot}}$

$\Rightarrow v = 5,05.10^{-2} \ m^3.kg^{-1}$

L'évolution de l'état initial vers l'état final est un chauffage isochore : $V = c^{te} \Rightarrow v = c^{te}$ (car $m_{tot} = c^{te}$)



* thm des moments $\Rightarrow x_f = \frac{A'F}{A'B'} = \frac{v - v_\ell(200°C)}{v_v(200°C) - v_\ell(200°C)}$

$$\Rightarrow \boxed{x_f = 0,392 = 39,2\%}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} m_{vf} = x_f \, m_{tot} = 77,6 \ \mathrm{kg} \\ m_{\ell f} = m_{tot} - m_{vf} = 120 \ \mathrm{kg} \end{array}}$$

III) Bilan énergétique

1er principe à ce système : $\Delta U = Q_c + \cancel{W}$

0 car évolution isochore

$$\Rightarrow Q_c = U_f - U_i = \left(m_{vf}\, u_v(200°C) + m_{\ell f}\, u_\ell(200°C)\right) - \left(m_{v_i}\, u_v(100°C) + m_{\ell_i}\, u_\ell(100°C)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_c = 2,08.10^5 \ \mathrm{kJ}}$$

$\mathcal{P}_\ell = \frac{Q_c}{t_0} \Rightarrow \boxed{t_0 = \frac{Q_c}{\mathcal{P}_\ell} = 2,08.10^3 \ s \simeq 35 \ \mathrm{min}}$

IV) Bilan entropique

1) $$\Delta S = S_f - S_i = \left(m_{vf}\, s_v(200°C) + m_{\ell f}\, s_\ell(200°C)\right) - \left(m_{v_i}\, s_v(100°C) + m_{\ell_i}\, s_\ell(100°C)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta S = 485 \ \mathrm{kJ.K^{-1}}}$$

2) $\Delta S_{gaz} = S_e + S_i$ où S_e est l'entropie échangée au cours du chauffage isochore dans la chaudière et S_i est le terme de création d'entropie.

$$S_i = \Delta S_{univers} = \Delta S - S_e = \Delta S - \frac{Q_c}{T_f}$$ température extérieure au niveau de l'échange

avec $T_f = \theta_f + 273,15K = 1073,15K$

$$\boxed{\Delta S_{univers} = \Delta S - \frac{Q_c}{T_f} = 291 \ \mathrm{kJ.K^{-1}}}$$

$\Delta S_{univers} > 0 \Rightarrow$ évolution bien évidemment irréversible