PT 2016-2017 DL1

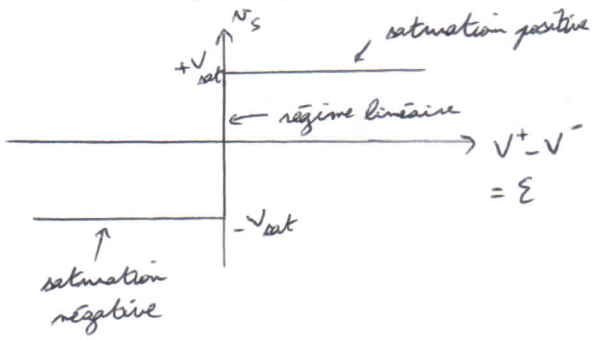
PREMIER PROBLEME :

Exemple d'utilisation des semi-conducteurs : la MLI (d'après banque PT 2016)

1) Modulation de largeur d'impulsion : réalisation analogique :

Q1) * $i^+ = i^- = 0$ (résistance d'entrée infinie)

* résistance de sortie nulle
* saturation de la tension de sortie : $|v_S| \leq V_{sat}$
* saturation de l'intensité de sortie : $|i_S| \leq i_{S_{max}}$
* Si l'ALI est de gain infini :



Q2) Il n'y a pas de boucle de rétroaction entre la sortie de l'ALI et l'entrée inverseuse, donc l'ALI fonctionne en régime saturé.

C'est un comparateur simple :

→ Si $u_e(t) > u_{scie}(t)$, alors $u_{mod}(t) = +V_{sat}$

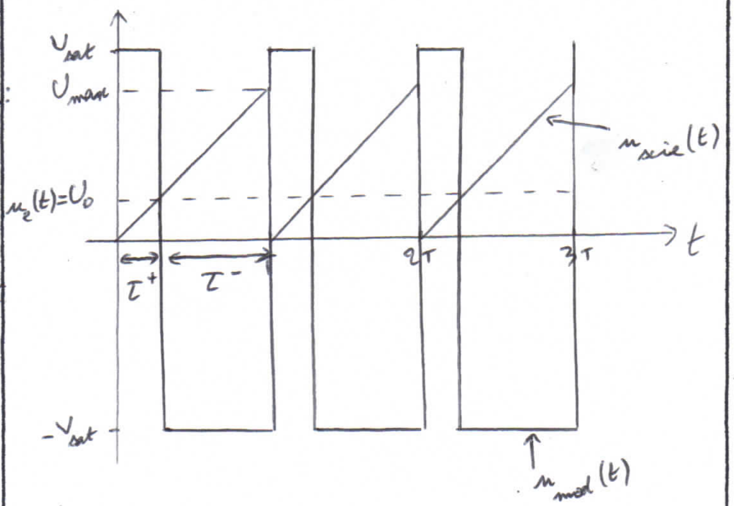
→ Si $u_e(t) < u_{scie}(t)$, alors $u_{mod}(t) = -V_{sat}$

Q3) pente : $\boxed{a = \dfrac{U_{max}}{T}}$

Q4) * De $t=0$ à $t=\tau^+$, $U_0 > u_{scie}$, $u_{mod} = +V_{sat}$

$$a = \frac{U_{max}}{T} = \frac{U_0}{\tau^+} \Rightarrow \boxed{\tau^+ = \frac{U_0}{U_{max}} T}$$

* $\tau^- = T - \tau^+ = \boxed{T\left(1 - \dfrac{U_0}{U_{max}}\right) = \tau^-}$



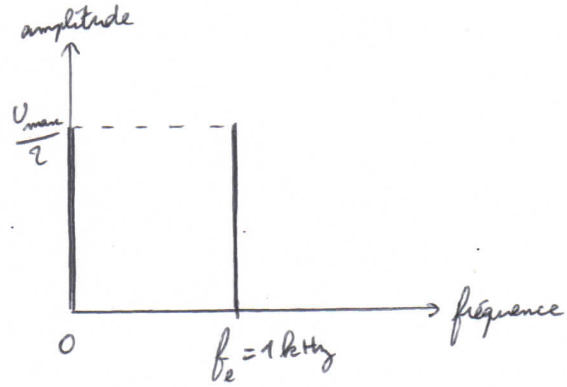
Q5) Si $U_0 > U_{max}$, alors $u_e(t) > u_{scie}(t)\ \forall t$

$$\Rightarrow \boxed{u_{mod}(t) = +V_{sat} \quad \forall t}$$

Q6) a) $\boxed{u_e(t) = \dfrac{U_{max}}{2} + \dfrac{U_{max}}{2} \cos(2\pi f_e t)}$

valeur moyenne — amplitude — en $t=0$, $u_e = U_{max}$

b)



c) cf annexe

d) On veut récupérer le spectre de la question b). Il faut donc garder uniquement la composante continue et la fréquence 1 kHz. Il faut donc utiliser un filtre passe-bas qui permettra de faire disparaître toutes les autres fréquences (qui sont toutes supérieures à 1 kHz). Donc un filtre passe-bas de fréquence de coupure $\simeq 2$ kHz.

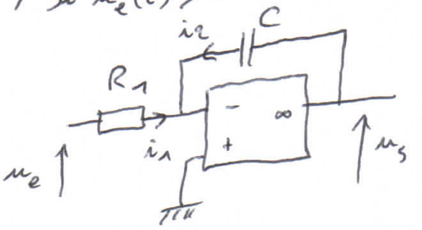
2) Réalisation d'un signal "dent de scie" :

Q7)

$$\boxed{\begin{array}{l} R_e \simeq 1 \text{ à } 10\ M\Omega \\ R_s \simeq 1 \text{ à } 10\ \Omega \end{array}}$$

Q8) L'impédance de sortie de chaque étage est négligeable par rapport à l'impédance d'entrée de l'étage suivant : elle permet de déduire que la présence de l'autre étage en aval ne perturbe pas le fonctionnement de chaque étage. Le fonctionnement de chaque bloc sera donc le même à vide ou branché en cascade.

Q9) a) Si $u_e(t) > 0$:



* ALI idéal $\Rightarrow i^- = 0$
* $\exists$ boucle de rétroaction entre la sortie et l'entrée $\ominus$
  $\Rightarrow$ régime linéaire
  Or ALI de gain ∞ $\Rightarrow V^+ = V^-$
  or $V^+ = 0 \Rightarrow V^- = 0$
* loi des noeuds : $i_1 + i_2 + \cancel{i^-} = 0$

$$\frac{u_e - \cancel{V^-}}{R_1} + C\,\frac{d(u_s - \cancel{V^-})}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{du_s}{dt} = -\frac{1}{R_1 C}\,u_e} \quad \text{si } u_e(t) > 0$$

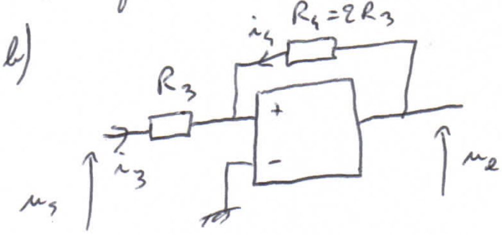
$$u_s = -\frac{1}{R_1 C}\int u_e\,dt \quad : \text{"intégrateur"}$$

b) Si $u_e(t) < 0$, on remplace R_1 par R_2 :

$$\boxed{\frac{du_s}{dt} = -\frac{1}{R_2 C}\,u_e} \quad \text{si } u_e(t) < 0$$

Q10) a) Il n'y a pas de boucle de rétroaction entre la sortie de l'ALI et l'entrée inverseuse, donc l'ALI fonctionne en régime de saturation.

b)



* ALI idéal $\Rightarrow i^+ = 0$
* loi des noeuds : $i_3 + i_4 + \cancel{i^+} = 0$

$$\frac{u_s - V^+}{R_3} + \frac{u_e - V^+}{R_4} = 0$$

$$\Rightarrow V^+ = \frac{R_3 u_e + R_4 u_s}{R_3 + R_4} \quad \text{or } R_4 = 2R_3$$

$$\Rightarrow V^+ = \frac{u_e + 2u_s}{3}$$

hypothèse : $u_e = +V_{sat} \Rightarrow V^+ > V^- = 0$

$$\Rightarrow \frac{V_{sat} + 2u_s}{3} > 0$$

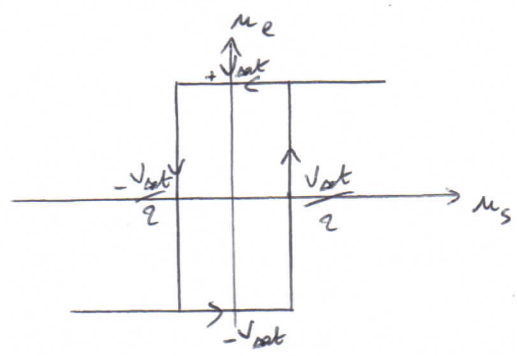
$$\Rightarrow \boxed{u_s > -\frac{V_{sat}}{2}}$$

c) $u_e = -V_{sat} \Rightarrow V^+ < V^- = 0$

$$V^+ = \frac{u_e + 2u_s}{3} = \frac{-V_{sat} + 2u_s}{3} < 0$$

$$\Rightarrow \boxed{u_s < \frac{V_{sat}}{2}}$$

d)



"montage comparateur à hystérésis non inverseur"

Q11) a) A $t=0^-$, on était en saturation basse.

A $t=0$, on bascule en saturation haute.

D'après 10)c) : $\boxed{u_s(t=0) = \frac{V_{sat}}{2}}$

D'après 3)a) : $\frac{du_s}{dt} = -\frac{1}{R_1 C} u_e = -\frac{1}{R_1 C} V_{sat}$

$\Rightarrow \quad u_s(t) = -\frac{V_{sat}}{R_1 C} t + c^{te}$

or $u_s(t=0) = \frac{V_{sat}}{2}$

$\Rightarrow \boxed{u_s(t) = -\frac{V_{sat}}{R_1 C} t + \frac{V_{sat}}{2}}$

b) cf 10)b) : Tant que $u_s > -\frac{V_{sat}}{2}$, on reste en saturation haute.

$u_s(t_1) = -\frac{V_{sat}}{2} = -\frac{V_{sat}}{R_1 C} t_1 + \frac{V_{sat}}{2}$

$\Rightarrow \boxed{t_1 = R_1 C}$

$\Delta t_{haut} = t_1 - 0 \Rightarrow \boxed{\Delta t_{haut} = R_1 C}$

Q12) a) * $u_s(t=t_1) = -\frac{V_{sat}}{2}$

* D'après 3)b) : $\frac{du_s}{dt} = -\frac{1}{R_2 C} u_e = +\frac{1}{R_2 C} V_{sat}$

$\Rightarrow u_s(t) = \frac{V_{sat}}{R_2 C} t + c^{te}$

or $u_s(t=t_1) = -\frac{V_{sat}}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} u_s(t) &= \frac{V_{sat}}{R_2 C}(t-t_1) - \frac{V_{sat}}{2} \\ &= \frac{V_{sat}}{R_2 C} t - V_{sat}\left(\frac{1}{2} + \frac{R_1}{R_2}\right) \end{aligned}}$$

b) cf 10)c) : Tant que $u_s < \frac{V_{sat}}{2}$, on reste en saturation basse.

$u_s(t_2) = \frac{V_{sat}}{2} = \frac{V_{sat}}{R_2 C}(t_2 - t_1) - \frac{V_{sat}}{2}$

$\Rightarrow \boxed{t_2 = t_1 + R_2 C = (R_1 + R_2) C}$

$\boxed{\Delta t_{bas} = t_2 - t_1 = R_2 C}$

$\boxed{T = t_2 = (R_1 + R_2) C}$

Q13) cf annexe

Q14) * $\frac{\Delta t_{bas}}{\Delta t_{haut}} = \frac{R_2 C}{R_1 C} = \frac{R_2}{R_1} = 19$

* $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{(R_1 + R_2) C} \underset{R_2 = 19 R_1}{=} \frac{1}{20 R_1 C}$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} R_1 &= \frac{1}{20 f C} \\ R_2 &= \frac{19}{20 f C} \end{aligned}}$$

$R_1 = \frac{1}{20 \times 1.10^6 \times 10.10^{-12}} = 5.10^3 \, \Omega$

$$\boxed{\begin{aligned} R_1 &= 5 \, k\Omega \\ R_2 &= 95 \, k\Omega \end{aligned}}$$

Modulation de largeur d'impulsion – Question Q6.c.

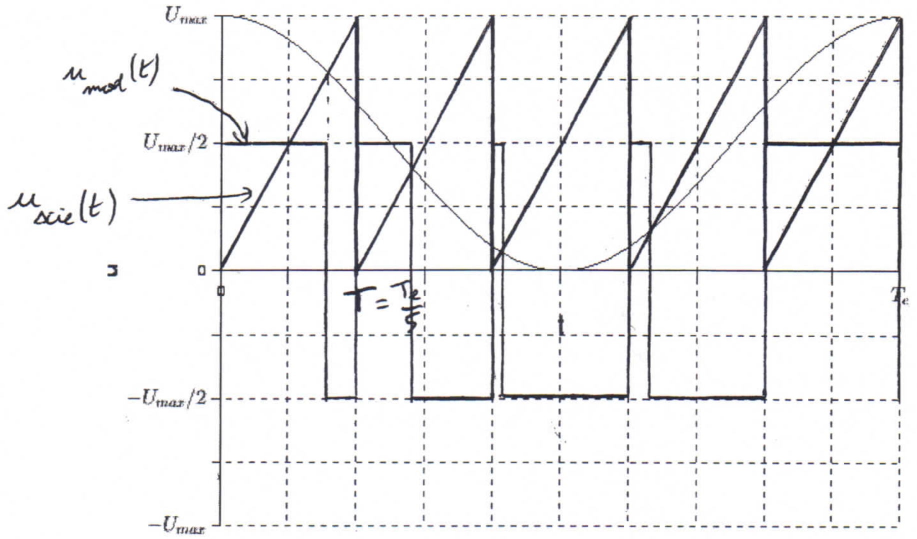


Figure 1 : Chronogramme du signal $u_e(t)$ sur une période.

Création d'un signal dent de scie – Question Q13.

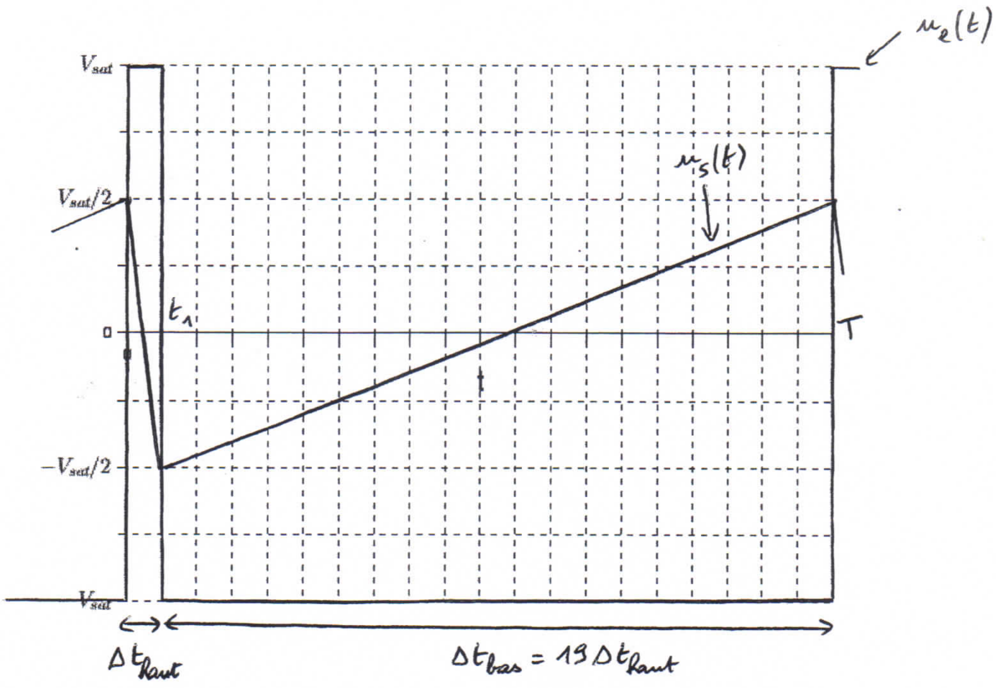
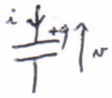


Figure 2 : Chronogramme à compléter : on fera apparaître les grandeurs Δt_{haut} et Δt_{bas}.

PT : 2016-2017 DL1

DEUXIEME PROBLEME : Oscillateur électronique

1) Régimes transitoires d'un circuit RLC :

1-1)  * $i>0 \Rightarrow q \nearrow \Rightarrow \boxed{i = \dfrac{dq}{dt}}$

* convention récepteur $\Rightarrow \boxed{q = Cv}$

* $\Rightarrow \boxed{i = C\dfrac{dv}{dt}}$

1-2-1) loi des mailles $\Rightarrow E = Ri + L\dfrac{di}{dt} + v$

or $i = C\dfrac{dv}{dt} \Rightarrow E = RC\dot{v} + LC\ddot{v} + v$

$$\Rightarrow \ddot{v} + \frac{R}{L}\dot{v} + \frac{1}{LC}v = \frac{E}{LC}$$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{v} + 2m\omega_0\dot{v} + \omega_0^2 v = \omega_0^2 E}$$

1-2-2) L'équation caractéristique associée à l'équation différentielle sans second membre est : $r^2 + 2m\omega_0 r + \omega_0^2 = 0$.
Le discriminant réduit vaut : $\Delta' = m^2\omega_0^2 - \omega_0^2 = (m^2-1)\omega_0^2$

avec $m = \dfrac{R}{2L\omega_0} \geq 0$

$\Rightarrow$ 3 cas suivant le signe de Δ'

* $\underline{m>1}$: $\Delta' > 0 \Rightarrow r = -m\omega_0 \pm \sqrt{(m^2-1)\omega_0^2}$

$r = \omega_0\left[-m \pm \sqrt{m^2-1}\right] < 0$

les racines sont réelles négatives

$\Rightarrow$ $\boxed{m>1 \Rightarrow \text{régime apériodique}}$

* $\underline{m<1}$: $\Delta' < 0 \Rightarrow$ les racines sont complexes avec une partie réelle négative

$\Rightarrow$ $\boxed{m<1 \Rightarrow \text{régime pseudosinusoïdal amorti}}$

* $\underline{m=1}$: $\Delta' = 0 \Rightarrow$ racine double négative : $r = -\omega_0 < 0$

$\boxed{m=1 \Rightarrow \text{régime apériodique critique}}$ qui s'apparente au régime apériodique.

1-2-3) régime critique $\Rightarrow \Delta' = 0 \Rightarrow m = 1 = \dfrac{R_c}{2L\omega_0}$

$R_c = 2L\omega_0 = 2L\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ $\boxed{R_c = 2\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$

1-2-4) $\boxed{\omega_0 = 5.10^3\,\text{rad.s}^{-1}}$ $\boxed{R_c = 4.10^2\,\Omega}$

$\boxed{m = 0{,}3 < 1}$ $\Rightarrow$ régime pseudosinusoïdal amorti

* $t=0^-$: $q=0 \Rightarrow t=0^+$: $q=0$ (continuité En dans condensateur)

$\Rightarrow \underline{v(t=0) = 0}$

* $t=0^-$: $i=0 \Rightarrow t=0^+$: $i=0$ (continuité En dans bobine)

$\dot{q}(t=0) = 0 \Rightarrow \underline{\dot{v}(t=0) = 0}$

* $\underline{t \to \infty,\ v \to E}$

d'où l'allure de $v(t)$: 

1-3-1) le générateur a disparu du circuit $\Leftrightarrow E = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\ddot{v} + 2m\omega_0\dot{v} + \omega_0^2 v = 0}$$

1-3-2) $m = 0{,}3 < 1 \Rightarrow$ 2 racines complexes pour l'équation caractéristique : a_1 et a_2

$\boxed{a_1 = -m\omega_0 + i\omega_0\sqrt{1-m^2}}$ et $\boxed{a_2 = -m\omega_0 - i\omega_0\sqrt{1-m^2}}$

1-3-3) Au nouvel instant initial, $q = CE$ et $i = 0$.
En effet, le régime transitoire ayant disparu, le condensateur s'est chargé (sous la tension E) ce qui a eu pour effet de "couper" le courant (condensateur $\Leftrightarrow$ interrupteur ouvert).
Comme précédemment, q et i sont continues

$\Rightarrow v = E$ et $\dot{v} = 0$ à $t = 0$

$\Rightarrow A_1 + A_2 = E$ et $A_1 a_1 + A_2 a_2 = 0$

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = E \\ \left(-m\cancel{\omega_0} + i\cancel{\omega_0}\sqrt{1-m^2}\right)A_1 + \left(-m\cancel{\omega_0} - i\cancel{\omega_0}\sqrt{1-m^2}\right)A_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = E \\ -mE + i\sqrt{1-m^2}\,(A_1 - A_2) = 0 \end{cases}$$

2 équations, 2 inconnues

$\Rightarrow \boxed{A_1 = \dfrac{E}{2}\left[1 - \dfrac{im}{\sqrt{1-m^2}}\right]}$ et $\boxed{A_2 = \dfrac{E}{2}\left[1 + \dfrac{im}{\sqrt{1-m^2}}\right]}$

1-3-4) $\tan\theta = \dfrac{m\omega_0}{\omega} = \dfrac{m}{\sqrt{1-m^2}}$

$$\Rightarrow v = \frac{E}{2}(1 - i\tan\theta)\,e^{-m\omega_0 t}e^{i\omega t} + \frac{E}{2}(1 + i\tan\theta)\,e^{-m\omega_0 t}e^{-i\omega t}$$

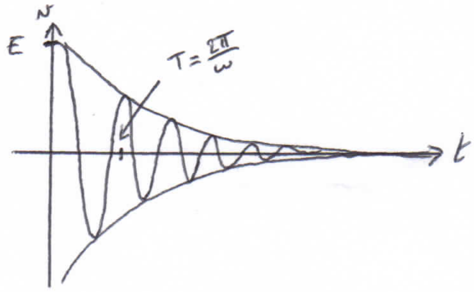
$$v = \frac{E}{2}e^{-m\omega_0 t}\frac{1}{\cos\theta}\left[(\cos\theta - i\sin\theta)e^{i\omega t} + (\cos\theta + i\sin\theta)e^{-i\omega t}\right]$$

$$v = \frac{E}{\cos\theta}\, e^{-m\omega_0 t}\ \frac{1}{2}\left[e^{-i\theta} e^{i\omega t} + e^{i\theta} e^{-i\omega t}\right]$$

$$v = \frac{E}{\cos\theta}\, e^{-m\omega_0 t}\ \frac{e^{i(\omega t-\theta)} + e^{-i(\omega t-\theta)}}{2}$$

$$v = \frac{E}{\cos\theta}\, e^{-m\omega_0 t} \cos(\omega t-\theta)$$

$$\Rightarrow \boxed{K = \frac{E}{\cos\theta}}$$



1-3-5) Intéressons nous aux transferts d'énergie entre $t=0$ et $t\to\infty$:

* condensateur : $\Delta W_C = W_C(\infty) - W_C(t=0) = 0 - \frac{1}{2}CE^2$

$$\boxed{\Delta W_C = -\frac{1}{2}CE^2}$$

* bobine : $\Delta W_L = W_L(\infty) - W_L(t=0) = 0 - 0 = \boxed{0 = \Delta W_L}$

(courant nul à $t=0$ et $t=\infty$) ($W_L = \frac{1}{2}Li^2$)

* résistance : $W_{Joule} = \int_0^\infty R i^2 \, dt$

or $i = C\frac{dv}{dt} = KC\left[-m\omega_0 \cos(\omega t-\theta) - \omega \sin(\omega t-\theta)\right] e^{-m\omega_0 t}$

$$i = -KC e^{-m\omega_0 t}\Big[m\omega_0(\cos\omega t \cos\theta + \sin\omega t \sin\theta) + \omega(\sin\omega t\cos\theta - \sin\theta\cos\omega t)\Big]$$

or $m\omega_0 = \omega\tan\theta$

$$\Rightarrow i = -KC\omega e^{-m\omega_0 t}\left(\cancel{\cos\omega t}\sin\theta + \sin\omega t\,\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} + \sin\omega t\cos\theta - \cancel{\cos\omega t}\sin\theta\right)$$

$$i = -\frac{KC\omega}{\cos\theta} e^{-m\omega_0 t}\sin\omega t$$

$$W_{Joule} = \frac{RK^2C^2\omega^2}{\cos^2\theta}\int_0^\infty e^{-2m\omega_0 t}\sin^2\omega t\, dt$$

$$= \frac{RK^2C^2\omega^2}{\cos^2\theta}\int_0^\infty e^{-2m\omega_0 t}\left(\frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i}\right)^2 dt$$

$$= \frac{-RK^2C^2\omega^2}{4\cos^2\theta}\int_0^\infty \left(e^{(-2m\omega_0+2i\omega)t} + e^{(-2m\omega_0-2i\omega)t} - 2e^{-2m\omega_0 t}\right) dt$$

$$= -\frac{RK^2C^2\omega^2}{4\cos^2\theta}\left[\frac{1}{-2m\omega_0+2i\omega}[-1] + \frac{1}{-2m\omega_0-2i\omega}[-1] + \frac{1}{m\omega_0}[-1]\right]$$

$$= \frac{RK^2C^2\omega^2}{4\cos^2\theta}\left(\frac{1}{-2m\omega_0+2i\omega} + \frac{1}{-2m\omega_0-2i\omega} + \frac{1}{m\omega_0}\right)$$

$$W_{Joule} = \frac{RK^2C^2\omega^2}{4\cos^2\theta}\left(\frac{(-2m\omega_0-2i\omega)m\omega_0 + (-2m\omega_0+2i\omega)m\omega_0 + (-2m\omega_0-2i\omega)(-2m\omega_0+2i\omega)}{(-2m\omega_0-2i\omega)(-2m\omega_0+2i\omega)m\omega_0}\right)$$

$$W_{Joule} = \frac{RK^2C^2\omega^2}{4\cos^2\theta}\ \frac{4\omega^2}{m\omega_0\underbrace{(4m^2\omega_0^2 + 4\omega^2)}_{4\omega_0^2}}$$

car $\omega = \omega_0\sqrt{1-m^2}$

$$W_{Joule} = \frac{RK^2C^2\omega^4}{4\cos^2\theta\, m\omega_0^3} = \frac{(2L\omega_0 m)\frac{E^2}{\cos^2\theta}C^2\omega^4}{4\cos^2\theta\, m\omega_0^3}$$

$$= \frac{LE^2C^2\omega^4}{2\cos^4\theta\,\omega_0^2} \quad \text{or } LC = \frac{1}{\omega_0^2}$$

$$W_{Joule} = \frac{1}{2}CE^2\left(\frac{\omega}{\omega_0\cos\theta}\right)^4 \quad \text{or } \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{m\omega_0}{\omega}$$

$$= \frac{1}{2}CE^2\left(\frac{m}{\sin\theta}\right)^4 \quad \text{or } \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{m}{\sqrt{1-m^2}}$$

$$\Rightarrow m = \sin\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{W_{Joule} = \frac{1}{2}CE^2}$$

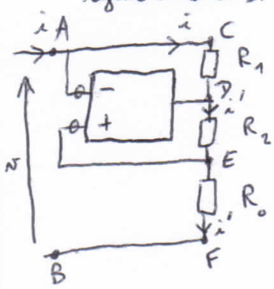
$\Rightarrow \boxed{W_{Joule} + \Delta W_C = 0}$ $\Rightarrow$ l'énergie qui était emmagasinée dans le condensateur a été dissipée dans la résistance par effet Joule.

$\Rightarrow$ OK !!

2) Oscillateur LC :

2-1-1) AO parfait $\Rightarrow i_+ = i_- = 0$

régime linéaire $\Rightarrow v_+ = v_-$ (car ALI supposé de gain infini)



$V_C = V_A = V_-$; $V_E = V_+$; $V_C = V_E$

$\Rightarrow V_D - V_C = V_D - V_E$

$\Rightarrow -R_1 i = R_2 i'$

$$v = V_A - V_B = V_- - V_F = V_+ - V_F = V_E - V_F = R_0 i'$$

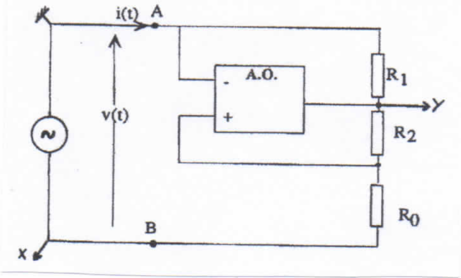
or $i' = -\frac{R_1}{R_2} i$ $\Rightarrow \boxed{v = -\frac{R_0R_1}{R_2} i}$

$\Rightarrow \boxed{R = \frac{R_0R_1}{R_2} = 100\,\Omega}$ (montage à résistance négative : cf TP)

2-1-2) Afin de tracer la caractéristique $i = f(v)$ de ce montage, on doit mesurer sur la voie Y une tension proportionnelle au courant, on prend donc la tension aux bornes de R_1.

$\Rightarrow$ cf circuit ci-après : $Y = -R_1 i$

et $X = -v$

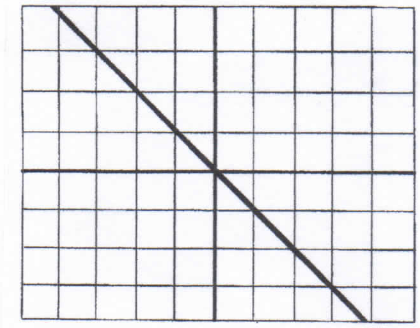


En mode XY, on a donc $-R_1 i$ en fonction de $-v$

c'est-à-dire $R_1 i = f(v)$

$1000\,\Omega$ or $v = -Ri$ avec $R = 100\,\Omega$

$\Rightarrow$ facteur 10 d'où le facteur 10 dans le choix des calibres.



$\Rightarrow$ pente $= -1$

Rq : cf TP : utiliser un oscillo différentiel si le GBF n'est pas à masse flottante.

2-2) Le circuit RLC est celui du premier paragraphe avec $R = 100\,\Omega$.

mêmes valeurs !

loi des mailles : $Ri + L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{q}{C} - Ri = 0$

or $i = +\dfrac{dq}{dt}$ $\Rightarrow$ $L\ddot{q} + \dfrac{q}{C} = 0$ $\Rightarrow$ $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$

$\Rightarrow$ solution sinusoïdale de pulsation $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

$\Rightarrow$ $q = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow$ $\boxed{\text{oscillations sinusoïdales ds le circuit}}$

L'énergie dissipée par la résistance R provient des alimentations $+15\,V / -15\,V$ de l'AO.

Rq : c'est l'oscillateur quasi-sinusoïdal à résistance négative $\Rightarrow$ cf TP

PT 2016-2017 DL 1

TROISIEME PROBLEME : Filtrage

(A) a) thm de Millman en A

$$\Rightarrow \underline{V_A} = \frac{\frac{\underline{v_e}}{R_1} + jC_1\omega \underline{v_s} + \frac{\underline{V_+}}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + jC_1\omega}$$

De plus, il y a une boucle de rétroaction entre l'entrée inverseuse et la sortie de l'AO $\Rightarrow$ régime linéaire
or ALI de gain infini
$\Rightarrow V_+ = V_-$

or $V_- = v_s \Rightarrow V_+ = v_s$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{V_A} = \frac{\frac{\underline{v_e}}{R_1} + \underline{v_s}\left(\frac{1}{R_2} + jC_1\omega\right)}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + jC_1\omega}}$$

b) AO idéal $\Rightarrow i_+ = 0$

$\Rightarrow$ diviseur de tension : $\underline{V_+} = \dfrac{\frac{1}{jC_2\omega}}{R_2 + \frac{1}{jC_2\omega}} \underline{V_A}$

or $\underline{V_+} = \underline{v_s} \Rightarrow \underline{V_A} = jC_2\omega\left(R_2 + \frac{1}{jC_2\omega}\right)\underline{v_s}$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{V_A} = (1 + jR_2C_2\omega)\underline{v_s}}$$

c) on égalise les deux expressions précédentes de $\underline{V_A}$.

$$\Rightarrow \underline{v_e} + \underline{v_s}\left(\frac{R_1}{R_2} + jR_1C_1\omega\right) = \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + jR_1C_1\omega\right)(1 + jR_2C_2\omega)\underline{v_s}$$

$$\Rightarrow \underline{v_e} = \underline{v_s}\left[1 + \cancel{\frac{R_1}{R_2}} + \cancel{jR_1C_1\omega} + jR_2C_2\omega + jR_1C_2\omega - R_1R_2C_1C_2\omega^2 - \cancel{\frac{R_1}{R_2}} - \cancel{jR_1C_1\omega}\right]$$

$$\underline{H} = \frac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \frac{1}{1 - R_1R_2C_1C_2\omega^2 + j\underbrace{(R_2C_2\omega + R_1C_2\omega)}_{R_2C_2\omega\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)}}$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2} + j\alpha\frac{\omega}{\omega_2}}$$

avec $\omega_2 = \frac{1}{R_2C_2}$; $\alpha = 1 + \frac{R_1}{R_2}$; $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}$

$$\boxed{\alpha = 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad ; \quad \omega_c = \sqrt{\omega_1\omega_2}}$$

d) $\underline{H} = \dfrac{\underline{v_s}}{\underline{v_e}} = \dfrac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2} + j\alpha\frac{\omega}{\omega_2}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega_c^2}(j\omega)^2\underline{v_s} + \frac{\alpha}{\omega_2}(j\omega)\underline{v_s} + \underline{v_s} = \underline{v_e}$$

or une multiplication par $(j\omega)$ correspond à une dérivation par rapport au temps dans l'équation différentielle.

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{\omega_c^2}\frac{d^2v_s}{dt^2} + \frac{\alpha}{\omega_2}\frac{dv_s}{dt} + v_s = v_e}$$

Le système est stable si les 3 coefficients de l'équation caractéristique sont de même signe.

Ici $\frac{1}{\omega_c^2} > 0$ et $1 > 0$

$\Rightarrow$ il faut $\frac{\alpha}{\omega_2} > 0 \Rightarrow \boxed{\alpha > 0}$

or $\alpha = 1 + \frac{R_1}{R_2} > 0 \Rightarrow$ toujours stable

(B) $\underline{H} = \dfrac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2} + 2j\frac{\omega}{\omega_c}}$

a) $\omega \to 0$, $\underline{H} \to 1$, $\boxed{\begin{matrix} G \to 0 \\ \varphi \to 0 \end{matrix}}$

b) $\omega \to \infty$, $\underline{H} \to -\dfrac{\omega_c^2}{\omega^2}$

$\boxed{G \to 40\log\omega_c - 40\log\omega}$ pente -40 dB/décade

$\varphi \to \pm\pi$?

or pour $\omega = \omega_c$, $\underline{H} = \frac{1}{2j}$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \omega \to \infty$, $\boxed{\varphi \to -\pi}$

c) on a un filtre passe-bas du 2ème ordre.

d) $0 = 40\log\omega_c - 40\log\omega \Rightarrow \omega = \omega_c$
intersection des asymptotes pour $\boxed{\omega = \omega_c}$

e) $G = 20\log\dfrac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{\omega_c^2}\right)^2 + 4\frac{\omega^2}{\omega_c^2}}}$

et $-\pi < \varphi < 0$ et $\tan\varphi = \dfrac{-\frac{2\omega}{\omega_c}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}$

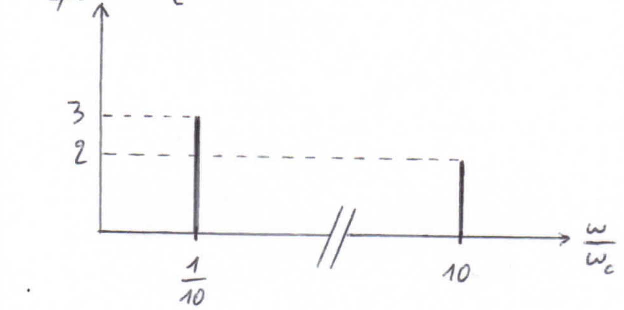
ω	$\frac{\omega_c}{10}$	ω_c	$10\,\omega_c$
G (dB)	$-0,0864$	$-6,02$	$-40,1$
φ (rad)	$-0,199$	$-\frac{\pi}{2} = -1,57$	$-2,94$

f) cf feuille semi-log

g) $v_e = 3\cos\left(\frac{\omega_c}{10}t\right) + 2\sin\left(10\omega_c t\right)$

$$= 3\cos\left(\frac{\omega_c}{10}t\right) + 2\cos\left(10\omega_c t - \frac{\pi}{2}\right)$$

spectre de v_e



Pour $\omega = \frac{\omega_c}{10}$, $|\underline{H}| = 0,990 \simeq 1$

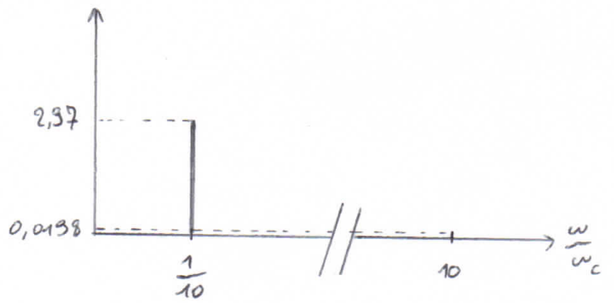
Pour $\omega = 10\omega_c$, $|\underline{H}| = 9,90.10^{-3} \ll 1$

Donc dans le spectre de v_S , on aura une raie d'amplitude

* $0,990 \times 3 = 2,97$ V pour $\omega = \frac{\omega_c}{10}$

* $9,90.10^{-3} \times 2 = 0,0198$ V pour $\omega = 10\,\omega_c$

spectre de v_S



Il n'y a donc quasiment qu'une seule raie $(0,0198 \ll 2,97)$

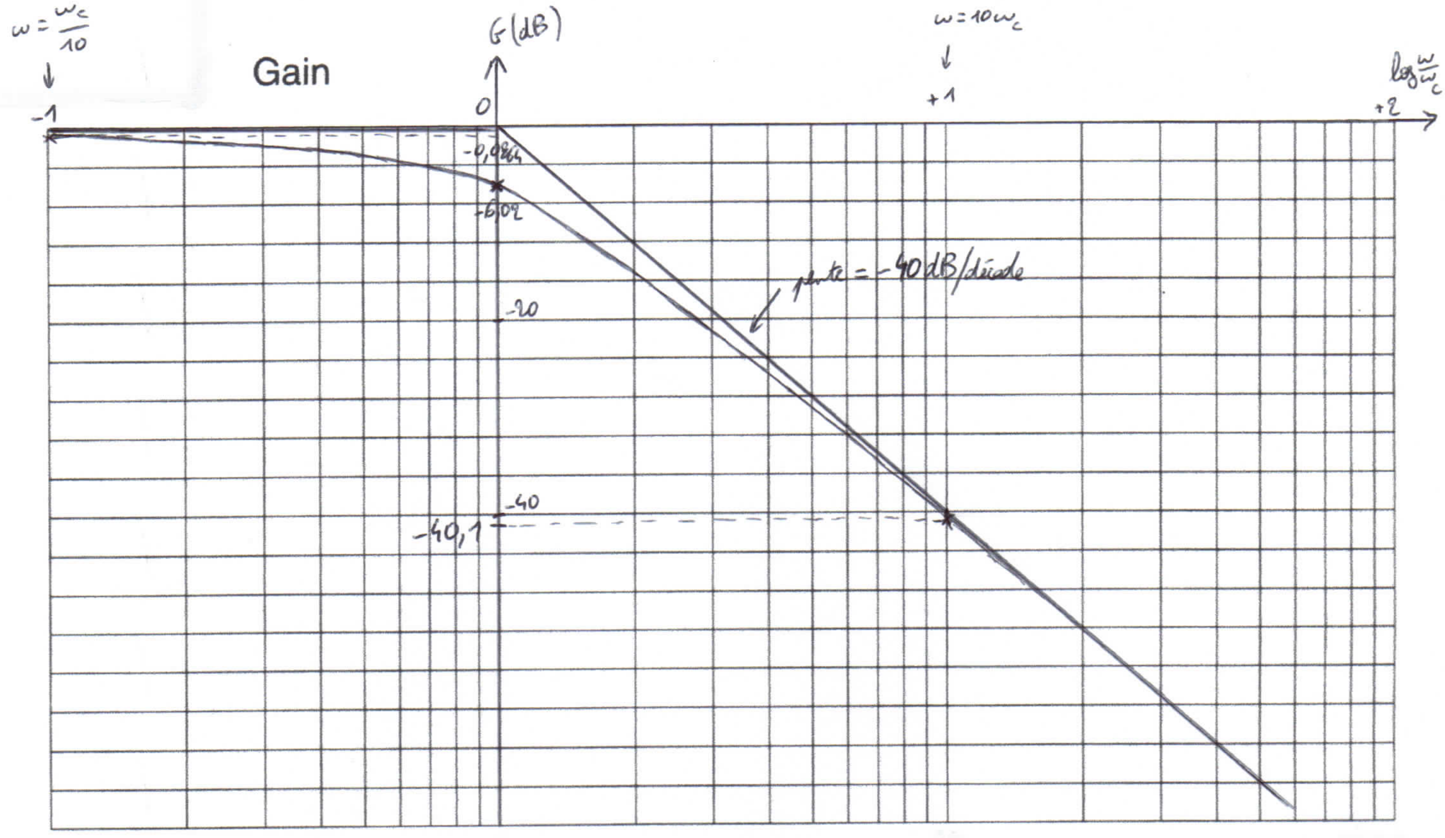
$\Rightarrow \quad v_S \simeq v_{S_{max}} \cos\left(\omega' t + \varphi'\right)$

avec $\boxed{\begin{array}{l} v_{S_{max}} = 2,97\text{ V} \\ \omega' = \frac{\omega_c}{10} \\ \varphi' = \varphi\left(\frac{\omega_c}{10}\right) = -0,199 \text{ rad} \end{array}}$

TROISIEME PROBLEME : Filtrage

Document réponse à rendre avec la copie

Gain



Phase