

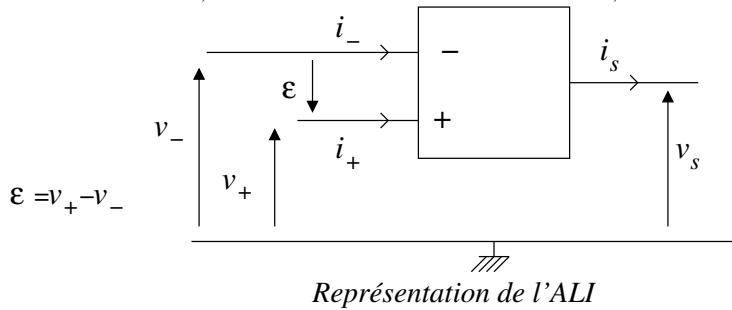
Rétroaction

1 Modèle de l'Amplificateur Linéaire Intégré (ALI)

1.1 Représentation

L'amplificateur linéaire intégré (ALI) aussi appelé amplificateur opérationnel (A.O.) est un composant possédant trois bornes :

l'entrée inverseuse notée $-$, l'entrée non-inverseuse notée $+$, et la sortie.



1.2 Caractéristiques

Les caractéristiques de l'ALI sont les suivantes :

→ une résistance d'entrée infinie $\Rightarrow [i_+ = i_- = 0]$,

→ une résistance de sortie nulle (la tension v_s est indépendant du courant i_s délivré),

→ en régime linéaire, une fonction de transfert de type passe-bas du premier ordre reliant ε à v_s :

$$v_s + \tau \frac{dv_s}{dt} = \mu_0 \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad v_s(p) = \frac{\mu_0}{1 + \tau p} \varepsilon(p)$$

avec μ_0 le gain différentiel statique et τ le temps de réponse de l'ALI.

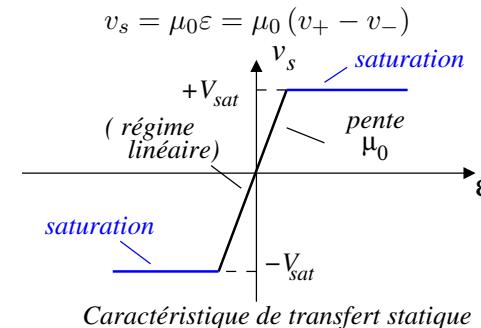
À savoir : $\mu_0 \approx 10^5$ et $\tau \approx 10$ ms.

→ une saturation en tension de sortie : $|v_s| \leq V_{sat}$ avec $V_{sat} \approx 12$ V,

→ une saturation en courant de sortie : $|i_s| \leq i_{sat}$ avec $i_{sat} \approx 20$ mA.

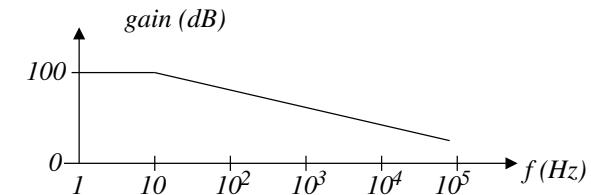
1.3 Interprétation

★ En régime permanent, l'équation différentielle se réécrit :



Le gain différentiel bien que très élevé n'est en toute rigueur pas infini.

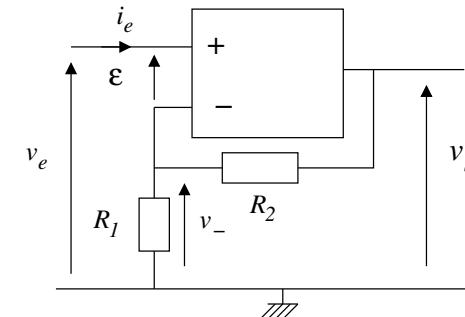
★ De plus, le gain différentiel est fonction de la fréquence ; la fonction de transfert étant celle d'un passe-bas d'ordre 1 de fréquence de coupure, $f_0 = \frac{1}{2\pi\tau} \approx 10$ Hz.



2 Stabilité d'un montage à ALI

2.1 Premier exemple : l'amplificateur non inverseur

On considère le montage ci-dessous pour lequel une **rétroaction** est réalisée entre la sortie et l'entrée inverseuse. On fait l'hypothèse que l'ALI fonctionne en régime linéaire.

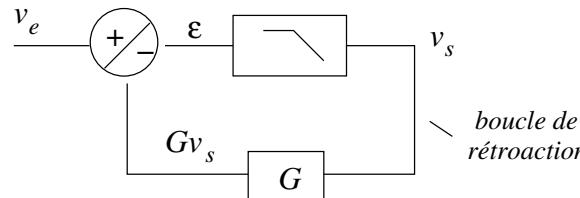


Équations électriques :

$$\varepsilon = v_+ - v_- = v_e - v_- \quad , \quad v_s = \frac{\mu_0}{1 + \tau p} \varepsilon \quad \text{et} \quad v_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s = \frac{1}{H_0} v_s$$

Schéma fonctionnel équivalent :

Le montage est équivalent à un schéma fonctionnel faisant intervenir un soustracteur, un passe-bas du premier ordre et un opérateur proportionnel $G = 1/H_0$.



Fonction de transfert : on élimine v_- pour obtenir la relation entre v_s et v_e :

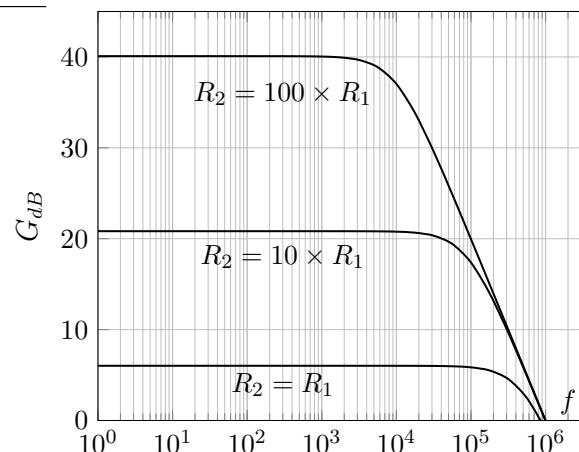
$$v_s = \frac{\mu_0}{1 + p\tau} \left(v_e - \frac{v_s}{H_0} \right) \Leftrightarrow v_s = \frac{v_e}{1 + \tau p} + \frac{1}{\mu_0 H_0}$$

Pour des valeurs réalistes des résistances R_1 et R_2 , $\frac{1}{H_0} \gg \frac{1}{\mu_0}$, on obtient :

$$H(p) = \frac{v_s}{v_e} = H_0 \times \frac{1}{1 + p \frac{\tau H_0}{\mu_0}} \quad \text{avec} \quad H_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Stabilité : les coefficients du dénominateur étant tous de même signe, **le régime linéaire est stable**.

Diagramme de Bode :



* La fonction de transfert est celle d'un filtre passe-bas du premier ordre :

→ de gain statique H_0 ,

→ de fréquence de coupure : $f_c = \frac{\mu_0}{2\pi\tau H_0} = \frac{f_0\mu_0}{H_0}$ donc $H_0 \times f_c = \mu_0 \times f_0 \approx 10^6$ Hz

Le produit "gain × bande-passante" est une constante propre à l'ALI utilisé.
Ceci est caractéristique d'un système bouclé du premier ordre.

→ En boucle ouverte, le gain différentiel est très élevé ($\mu_0 = 10^5$) mais la fréquence de coupure très basse ($f_0 \approx 10$ Hz)

→ En boucle fermée, plus le gain H_0 est faible, plus la fréquence de coupure est élevée. Un compromis est nécessaire.

2.2 Second exemple : le comparateur à hystérésis

On considère le montage ci-dessous pour lequel une **rétroaction** est réalisée entre la sortie et l'entrée non inverseuse. On fait **l'hypothèse** que l'ALI fonctionne en régime linéaire. Par rapport au montage précédent, les bornes d'entrée ont été permutées.

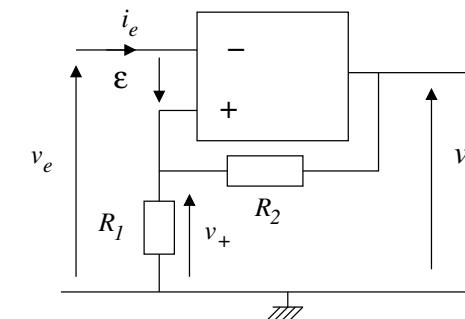
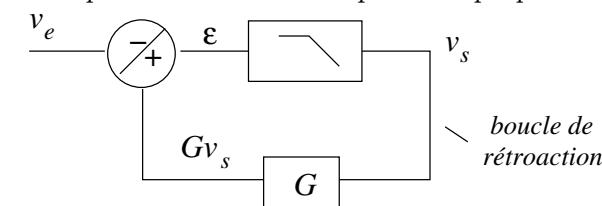


Schéma fonctionnel équivalent :

Le montage est équivalent à un schéma fonctionnel faisant intervenir un soustracteur, un passe-bas du premier ordre et un opérateur proportionnel $G = 1/H_0$.



Équations électriques :

$$\varepsilon = v_+ - v_- = v_+ - v_e \quad , \quad v_s = \frac{\mu_0}{1 + \tau p} \varepsilon \quad \text{et} \quad v_+ = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_s = \frac{1}{H_0} v_s$$

Fonction de transfert : $H(p) = H_0 \times \frac{1}{1 - p \frac{\tau H_0}{\mu_0}}$

Stabilité :

Le système est instable (coefficients de signes différents au dénominateur). L'hypothèse du régime linéaire doit être réfutée. Le système sature $\Rightarrow v_s = \pm V_{sat}$.

2.3 Condition nécessaire de stabilité

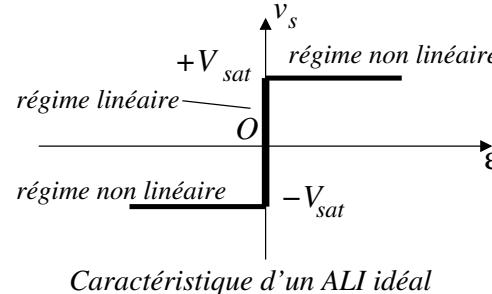
De l'étude précédente, on retiendra la conclusion suivante :

La stabilité d'un montage à ALI nécessite la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse.

3 Modèle de l'ALI idéal de gain infini

3.1 Caractéristique

L'ALI idéal correspond au cas limite d'un ALI réel avec $\mu_0 \rightarrow +\infty$. La caractéristique du composant devient :



On distingue alors deux régimes :

→ un régime linéaire pour lequel $\varepsilon = v_+ - v_- = 0$ et v_s fixée par le reste du circuit, dans la limite où $-V_{sat} < v_s < +V_{sat}$,

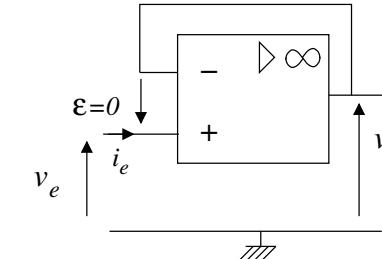
→ un régime non linéaire (régime saturé) tel que : si $\varepsilon > 0 \Rightarrow v_s = +V_{sat}$ et si $\varepsilon < 0 \Rightarrow v_s = -V_{sat}$.

3.2 L'ALI idéal en régime linéaire

Rappel : pour un fonctionnement linéaire, il est nécessaire que le montage présente une rétroaction sur la borne inverseuse.

Fonctions de transfert de quelques montages classiques

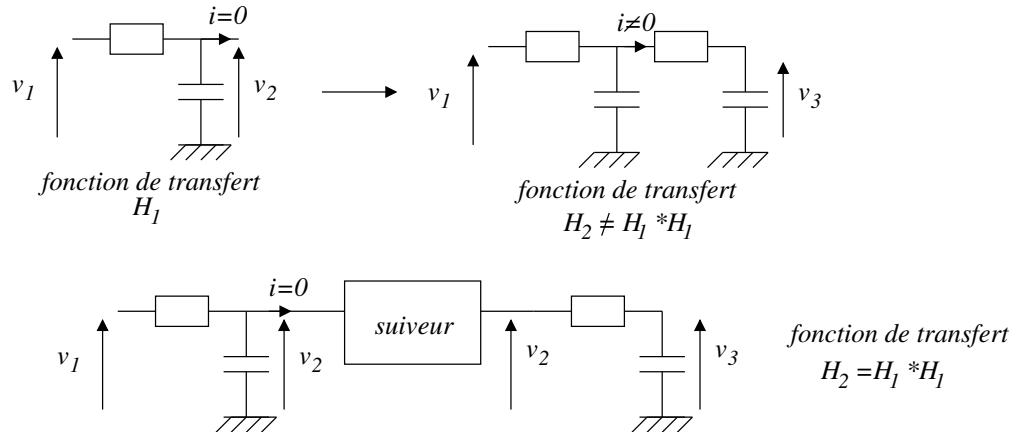
→ *Montage suiveur*



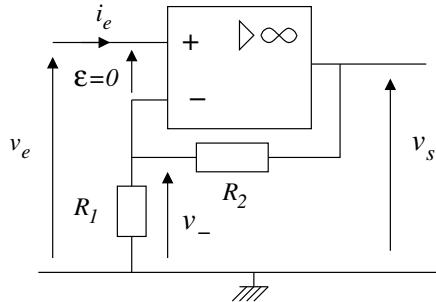
$v_e = v_+$ et $v_s = v_-$; comme $v_+ = v_-$ (régime linéaire), on en déduit : $[v_s = v_e]$.

Le montage suiveur possède une résistance d'entrée infinie ($i_e = i_+ = 0$) et une résistance de sortie nulle (la tension v_s ne dépend pas du montage électrique en aval).

Le montage suiveur, et plus généralement les montages à ALI qui possèdent des fortes impédances d'entrée et des faibles impédances de sortie, sont particulièrement utiles pour les montages en cascade.



→ *Amplificateur non inverseur*



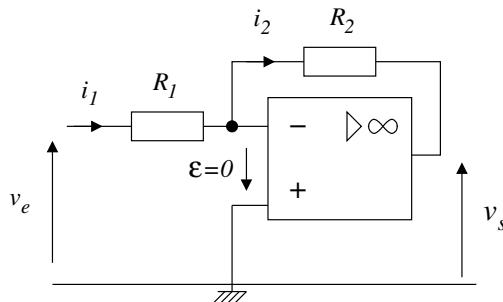
$v_e = v_+$ et $v_- = \frac{R_1}{R_1 + R_2}v_s$; comme $v_+ = v_-$ (hypothèse de fonctionnement linéaire de l'ALI idéal), on en déduit :

$$v_s = H_0 v_e \quad \text{avec} \quad H_0 = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Commentaires :

- ★ Le montage est bien un amplificateur ($|H_0| > 1$) non inverseur ($H_0 > 0$).
- ★ Notons que $H(p)_{ALI} \rightarrow H_{ALI}$ idéal pour $\mu_0 \rightarrow +\infty$.
- ★ En pratique, on pourra considérer l'ALI idéal pour des fréquences faibles devant la fréquence de coupure du montage (pour $H_0 = 10$, il faut $f < 100$ kHz)

→ *Montage inverseur*



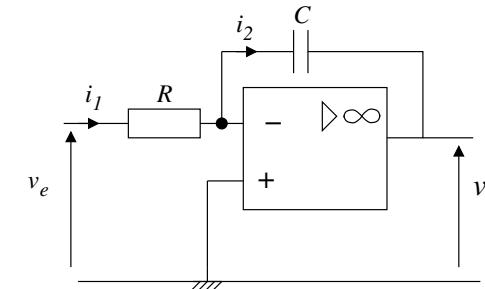
On se place dans l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire pour l'ALI idéal et on applique la loi des nœuds à la borne inverseuse de l'ALI : $i_1 = i_2$

$$\frac{v_e - v_-}{R_1} = \frac{v_- - v_s}{R_2}, \text{ or } v_- = v_+ = 0 \text{ donc } v_s = H_0 v_e \quad \text{avec} \quad H_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

Commentaires :

- ★ Le montage est bien un inverseur ($H_0 < 0$).
- ★ Sa résistance d'entrée $R_e = V_e/i_1 = R_1$ n'est pas infinie, sa résistance de sortie est nulle.

→ *Montage intégrateur*



On se place dans l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire pour l'ALI idéal et on applique la loi des nœuds à la borne inverseuse de l'ALI : $i_1 = i_2$

$$\frac{v_e - v_-}{R} = jC\omega (v_- - v_s)$$

or $v_- = v_+ = 0$, donc :

$$\frac{v_e}{R} = -jC\omega v_s \quad \Rightarrow \quad H(j\omega) = \frac{v_s}{v_e} = \frac{-1}{jRC\omega}$$

Commentaires :

- ★ Le montage réalise bien la fonction intégration, en effet on peut écrire :

$$j\omega v_s = -\frac{v_e}{RC}$$

C'est à dire en régime temporel : $\frac{dv_s}{dt} = -\frac{v_e}{RC}$, soit $v_s = -\frac{1}{RC} \int v_e(t) dt$.

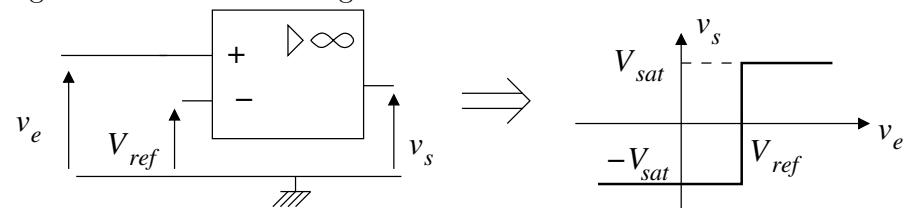
★ $v_e - v_- = Ri_1$ et $v_- = v_+ = 0$ donc $V_e = Ri_e$, la résistance d'entrée vaut $R_e = R$.

3.3 L'ALI idéal en régime saturé

Le comparateur simple

Présentation et relation entrée-sortie :

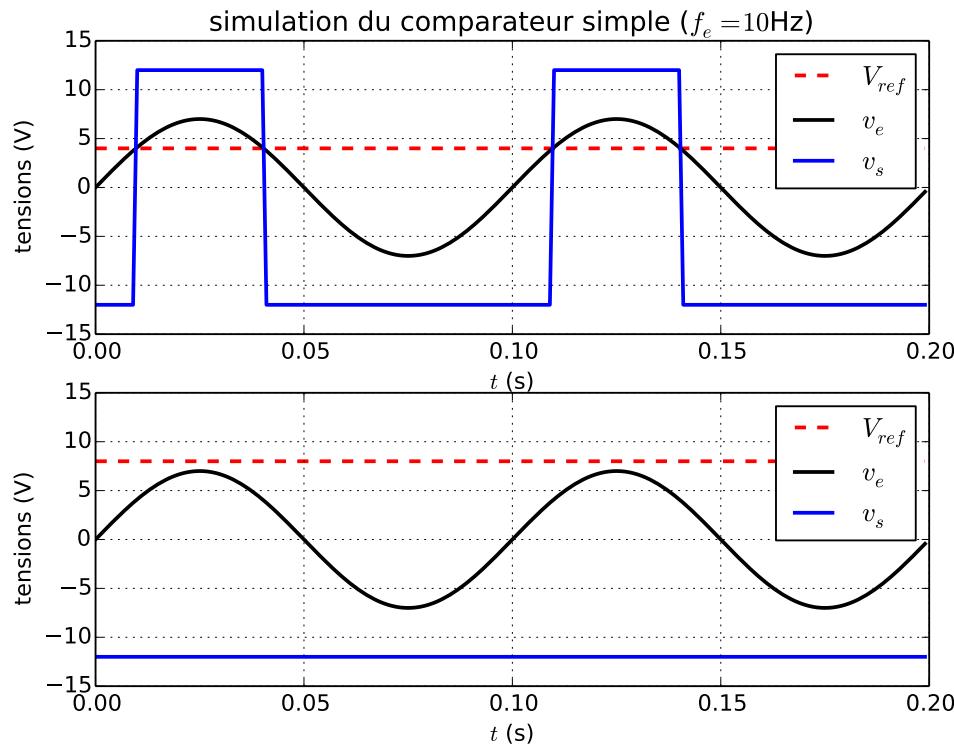
Un comparateur simple est réalisé à l'aide d'un ALI idéal en boucle ouverte. Le montage fonctionne donc en régime de saturation.



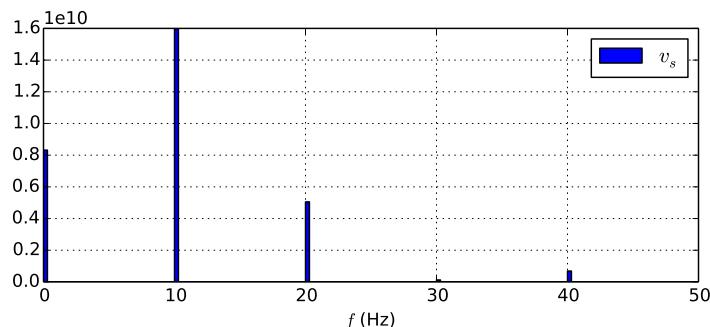
★ Si $v_e > V_{ref} \Rightarrow \varepsilon > 0$ alors $v_s = +V_{sat}$; si $v_e < V_{ref} \Rightarrow \varepsilon < 0$ alors $v_s = -V_{sat}$.

Exemple d'une entrée sinusoïdale :

Si l'amplitude de la tension sinusoïdale est inférieure à la tension de référence, la tension en sortie ne bascule jamais (Cf. second graphique).



Spectre du signal de sortie (première simulation) :



On constate que le spectre du signal de sortie (signal de type crêteau) possède des harmoniques bien que l'entrée soit purement sinusoïdale. Ceci s'explique par la non-linéarité de l'ALI en mode saturé.

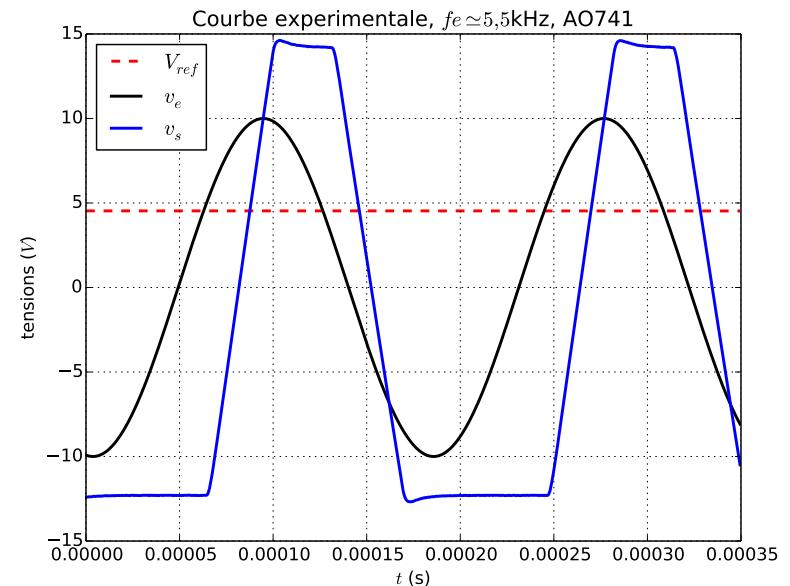
Aspect expérimental : vitesse limite de balayage

→ L'ALI est limité en sortie par la vitesse limite de balayage tel que $\left| \frac{dv_s}{dt} \right| \leq \sigma$.

→ Pour un amplificateur opérationnel AO741, le facteur σ vaut $\sigma \approx 0,5 \text{ V}/\mu\text{s}$. Cela signifie que la tension de sortie ne peut pas passer instantanément de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$.

Dans le cas présent, la tension de sortie ne peut varier au maximum que de 0,5 V à chaque microseconde.

→ Dans notre cas, passer de -12 V à $+12 \text{ V}$ nécessite une durée $\tau = 48 \mu\text{s}$, qui est tout à fait observable si la fréquence excitatrice est de 5,5 kHz (période $T = 0,18 \text{ ms}$), avec l'apparition d'une « triangulation » du signal de sortie.



Remarque : pour un AO081, $\sigma \approx 13 \text{ V}/\mu\text{s}$, ce qui rend cet effet beaucoup plus dur à observer.

Applications du comparateur simple :

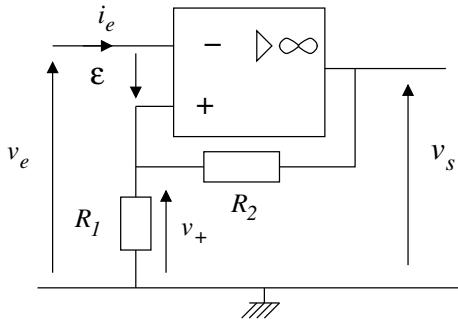
→ détection d'un niveau de référence,

→ création d'un créneau dissymétrique pouvant servir de commande à un transistor (Cf. cours sur l'électronique de puissance).

→ transformation d'un signal analogique variable en un signal numérique à deux niveaux (haut et bas).

Comparateur à hystérésis

L'étude effectuée en début de ce chapitre nous assure que le montage fonctionne en régime de saturation. On se place dans le cas d'un ALI idéal de gain infini.



Pour la suite, on pose $V_b = \frac{R_1 V_{sat}}{R_1 + R_2}$. De plus la formule du pont diviseur de tension assure que $v_+ = \frac{R_1 v_s}{R_1 + R_2}$

Pour déterminer la relation entrée-sortie, il faut étudier les deux situations possibles.

→ Premier cas : $v_s = +V_{sat}$

On a alors : $v_+ = +V_b$. Ceci est possible à condition que $\varepsilon > 0$, c'est à dire :

$$v_s = +V_{sat} \quad \text{condition nécessaire : } v_e < V_b$$

→ Second cas : $v_s = -V_{sat}$

On a alors : $v_+ = -V_b$. Ceci est possible à condition que $\varepsilon < 0$, c'est à dire :

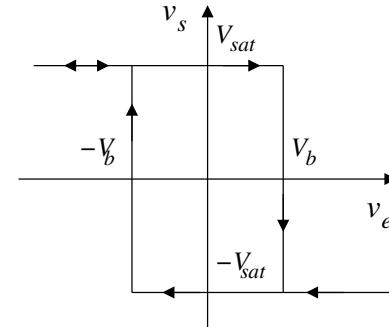
$$v_s = -V_{sat} \quad \text{condition nécessaire : } v_e > -V_b$$

Tracé du cycle d'hystérésis :

→ Partant d'une situation pour laquelle $v_e < -V_b$ et v_e croissante, alors $v_s = +V_{sat}$ et reste à cette valeur tant que $v_e < V_b$.

→ Quand v_e atteint V_b , la tension de sortie bascule à $v_s = -V_{sat}$ et reste à cette valeur tant que $v_e > -V_b$.

Pour $-V_b < v_e < V_b$, l'état de sortie ne dépend pas que de la tension v_e mais aussi de son état antérieur (signal v_e croissant ou décroissant). C'est l'**effet mémoire**, le système reste dans l'état dans lequel il était précédemment.



Capacités exigibles :

→ ALI réel : citer les hypothèses du modèle et les ordres de grandeur du gain différentiel statique et du temps de réponse.

→ ALI réel : montages non inverseur et comparateur à hystérésis : représenter les relations entre les tensions d'entrée et de de sortie par un schéma fonctionnel associant un soustracteur, un passe-bas du premier ordre et un opérateur proportionnel.

Analyser la stabilité du régime linéaire.

→ Établir la conservation du produit "gain-bande passante" du montage non inverseur.

→ Identifier la manifestation de la vitesse limite de balayage d'un ALI dans un montage

→ ALI idéal de gain infini en régime linéaire : identifier la présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse comme un indice probable de stabilité du régime linéaire.

→ Établir la relation entrée-sortie des montages non inverseur, suiveur, inverseur, intégrateur. Exprimer les impédances d'entrée de ces montages. Expliquer l'intérêt d'une forte impédance d'entrée et d'une faible impédance de sortie pour une association en cascade.

→ ALI idéal de gain infini en régime saturé : identifier l'absence de rétroaction ou la présence d'une unique rétroaction sur la borne non inverseuse comme l'indice d'un probable comportement en saturation.

Établir la relation entrée-sortie d'un comparateur simple. Pour une entrée sinusoïdale, faire le lien entre la non linéarité du système et la génération d'harmoniques en sortie.

Établir le cycle d'un comparateur à hystérésis. Décrire le phénomène d'hystérésis en relation avec la notion de fonction mémoire.