Devoir non surveillé n°05 (correction)

Q1. Pour cette première question, l'énoncé attend sans doute plus une discussion sur l'allure des lignes de courant que sur le nombre de Reynolds ; dans ce cas, on peut considérer que les zones laminaires se situent en amont de l'écoulement et le long de la paroi du véhicule et que la zone de turbulence se situe juste à l'arrière du véhicule. En pratique, si les lignes de courant sont parallèles en amont du véhicule, étant donné la valeur du nombre de Reynolds toute perturbation va déstabiliser l'écoulement.

Le coefficient de traînée aérodynamique dépend du **nombre de Reynolds** de l'écoulement ainsi que de la **forme de l'objet** pour une section de référence donnée.

Q2. En ne prenant en compte que la force de traînée comme action de résistance à l'avancement, le théorème de l'énergie cinétique appliqué à la voiture dans le référentiel terrestre supposé galiléen assure qu'à vitesse maximale la puissance motrice totale doit équilibrer la puissance de la force de frottement, ce qui s'écrit :

$$\mathcal{P} = F_x \times v = \frac{1}{2} C_x \rho_0 S v_{\max}^3 \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{v_{\max} = \sqrt[3]{\frac{2\mathcal{P}}{C_x \rho S}}}$$

A.N. : $v_{\max} = \left(\dfrac{2 \times 62,5 \times 10^3}{0,33 \times 1,2 \times 2,5} \right)^{1/3} = \left(125 \times 10^3\right)^{1/3}$ $\boxed{v_{\max} = 5 \times 10^1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$

C'est à dire : $\boxed{v_{\max} \approx 1,8 \times 10^2 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}$. Ce résultat semble, en ordre de grandeur, raisonnable pour un véhicule de tourisme.

Q3. Toujours dans les mêmes hypothèses, l'énergie $\mathcal{E}$ nécessaire à l'avancée du véhicule sur une distance L s'écrit (travail de la force de traînée) :

$$\mathcal{E} = F_x \times L = \frac{C_x \rho_0 S v^2}{2} \times L \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\mathcal{E}}{L} = \frac{C_x \rho_0 S v^2}{2}$$

Cette énergie provient de la combustion du carburant ; à des rendements près (conversion chimique → thermique → mécanique), l'énergie produite sera proportionnelle au volume $\mathcal{V}$ de carburant consommé, en conséquence :

$$\frac{\mathcal{V}}{L} \propto \frac{\mathcal{E}}{L} \quad \Rightarrow \boxed{\frac{\mathcal{V}}{L} \propto v^2}$$

Q4. *Remarque* : il serait plus correct de noter δm les masses infinitésimales qui entrent et sortent pendant une durée dt.

Le **régime stationnaire** assure $\boxed{\delta m_1 = \delta m_2}$ (en régime stationnaire, le vecteur courant de masse est à flux conservatif).
Le caractère **homogène et incompressible** de l'écoulement assure la conservation du débit volumique sur toute section droite du tube de courant ; à section égale en entrée et en sortie, on en déduit $\boxed{v_1 = v_2}$.

Q5. L'application du théorème de la résultante cinétique au système fermé situé entre ABCD à l'instant t conduit à :

$$\mathrm{d}\vec{p} = \vec{F}_{ext} \mathrm{d}t$$

En régime stationnaire, la variation de quantité de mouvement s'identifie à la différence des quantités en sortie et en entrée :

$$\mathrm{d}\vec{p} = \delta\vec{p}_2 - \delta\vec{p}_1 = \delta m_2 \vec{v}_2 - \delta m_1 \vec{v}_1 = \delta m_1 \times (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

C'est à dire :

$$\vec{F}_{ext} = \frac{\delta m_1}{\mathrm{d}t} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = D_{m1} (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)$$

Avec $D_{m1} = \rho_0 S_e v_1$ le débit massique en entrée, donc $\boxed{\vec{F}_{ext} = \rho_0 S_e v_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1)}$.

Q6. En admettant le résultat de l'énoncé :

$$\vec{F}_{\text{air}\to\text{vehicule}} = -\vec{F}_{ext} = \rho_0 v_1 S_e (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

C'est à dire en projection sur l'axe verticale ascendant :

$$\boxed{\vec{F}_{\text{air}\to\text{vehicule}} . \vec{u}_z = -\rho_0 v_1^2 S_e [\sin(\alpha) + \sin(\beta)]}$$

La composante est dirigée vers le sol et aide à **plaquer la voiture au sol**.

Remarque : pour vérifier l'assertion de l'énoncé sur l'égalité des forces, l'idée est de considérer le système $\mathcal{S}'$ réunion du tube de courant et de l'aileron. L'aileron étant fixe, la variation de quantité de mouvement est la même que celle précédemment calculée et les forces à considérer sont les forces de pression, le poids de l'aileron et l'action du véhicule sur l'aileron :

$$\rho_0 S_e v_1 (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = \underbrace{\vec{F}_{\text{pression}}}_{=\vec{0}} + \vec{F}_{\text{poids aileron}} + \vec{F}_{\text{vehicule}\to\text{aileron}}$$

La résultante des forces de pression est nulle car la pression P_0 uniforme s'exerce sur une surface fermée, en conséquence :

$$\vec{F}_{\text{aileron}\to\text{vehicule}} = \underbrace{-\rho_0 S_e v_1 \left(\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right)}_{\text{effet dû à l'air}} + \vec{F}_{\text{poids aileron}}$$

On constate que la présence de l'écoulement augmente l'action de l'aileron sur le véhicule de la force précédemment obtenue.

Q17. ***Modélisation et idées physiques*** :

On considère :

- que le véhicule se **déplace en ligne droite et glisse sur le sol** (trace des pneus sur le sol) durant la phase de freinage ;
- qu'il **n'est soumis selon la direction du mouvement qu'à la force due aux freins**. En pratique cela revient à supposer que la force due à l'écoulement de l'air précédemment étudiée est négligeable devant l'action des freins. Cela semble très raisonnable car la voiture s'arrête sur la photo en quelques dizaines de mètres, la distance parcourue serait considérablement pus grande si l'on se contentait de relâcher l'accélérateur sans freiner.

Pour ce problème à une inconnue pour lequel on ne demande pas les lois horaires, **une analyse énergétique est à privilégier**.

Mise en équations :

En l'absence de déplacement vertical, le poids du véhicule et la réaction du support se compensent : $N = mg$. La loi de Coulomb appliquée au glissement conduit pour la norme de la force de freinage à : $T = f \times mg$.

Dans le référentiel terrestre supposé galiléen, on applique alors un théorème de l'énergie cinétique au véhicule sur la phase de freinage de distance L en appelant v_i la vitesse initiale :

$$\Delta E_c = \underbrace{E_{c,f}}_{=0} - E_{c,i} = -T \times L \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2} m v_i^2 = -f \times mg \times L$$

C'est à dire : $\boxed{v_i = \sqrt{2 f g L}}$.

Application numérique :

On peut considérer que la distance parcourue correspond, sur l'accotement gauche de la route, à environ 5 bandes blanches et demi et 6 espacements, c'est à dire une distance $L \approx 35$ m.

$$v_i = \sqrt{2 \times 0,8 \times 10 \times 35} = \sqrt{16 \times 35} \approx 4 \times 6 \approx 24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

C'est à dire une vitesse de l'ordre de **80 à 90 km $\cdot$ h^{-1}**

Analyse du résultat :

La vitesse est indicative mais **le véhicule ne semble pas en excès de vitesse manifeste** sur cette route sans doute limitée à 90 km $\cdot$ h^{-1}. Le freinage non maîtrisé est certainement dû à la présence d'un obstacle imprévu lors de la phase de dépassement.