

Devoir non surveillé n°03 (pour le mercredi 16 octobre)

Extrait CC-INP PSI 2019 (devoir facultatif)

IV.1 - Communications radio, modulation d'amplitude

La modulation d'amplitude MA (AM en anglais) est une technique de modulation d'un signal. On considère ici un signal informatif, sinusoïdal de pulsation ω_0 , modulé en amplitude par une onde porteuse de pulsation ω_p , avec $\omega_0 \ll \omega_p$.

Ce signal modulé évolue au cours du temps selon l'expression

$$u(t) = U(1 + m \cos(\omega_0 t)) \cos(\omega_p t)$$

où m est le taux de modulation. Son allure est représentée sur la **figure 8**.

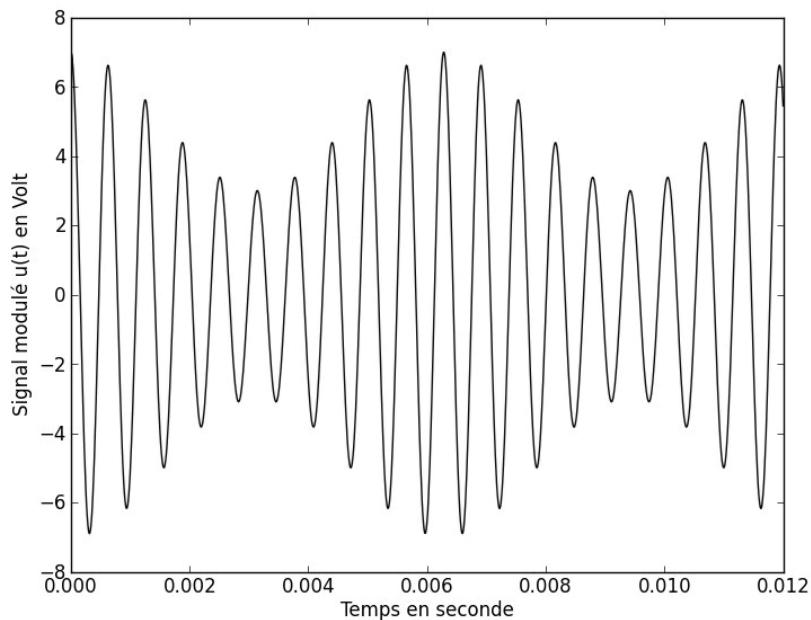


Figure 8 – Allure du signal $u(t)$

Q21. Déterminer les valeurs numériques du taux de modulation m et des fréquences $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ et

$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$, utilisées pour tracer l'allure du signal $u(t)$ représentée sur la **figure 8**. (En pratique, le décalage entre ces deux fréquences est plus important !)

On s'intéresse maintenant à l'opération de démodulation qui permet de retrouver le signal informatif $s_{inf}(t)$.

Démodulation par détection synchrone

On suppose ici qu'on dispose, au niveau du récepteur, de l'onde porteuse qui a pour expression : $e_p(t) = E_p \cos(\omega_p t)$.

On envoie l'onde porteuse et le signal modulé dans un multiplicateur, comme indiqué sur la **figure 9**.

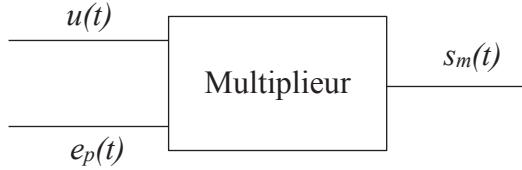


Figure 9 – Multiplication de l'onde porteuse et signal modulé

Le multiplicateur fournit en sortie la tension : $s_m(t) = k \cdot u(t) \cdot e_p(t)$, où k est une constante dimensionnée.

Q22. Préciser l'unité de k et donner simplement la valeur numérique de la constante k pour le multiplicateur que vous avez dû utiliser en Travaux Pratiques.

Q23. Déterminer l'expression du signal $s_m(t)$ délivré en sortie du multiplicateur et représenter son spectre. On supposera $0 < m < 1$ pour le tracé du spectre.

Q24. Indiquer quelle(s) opération(s) de traitement du signal est (sont) encore nécessaire(s) pour retrouver le signal informatif $s_{inf}(t)$.

IV.2 - Communications radio, modulation de fréquence

On peut réaliser une modulation de fréquence MF (FM en anglais) suivant le schéma d'Armstrong (**figure 10**) qui utilise un montage intégrateur, un réseau déphaseur, un multiplicateur et un soustracteur.

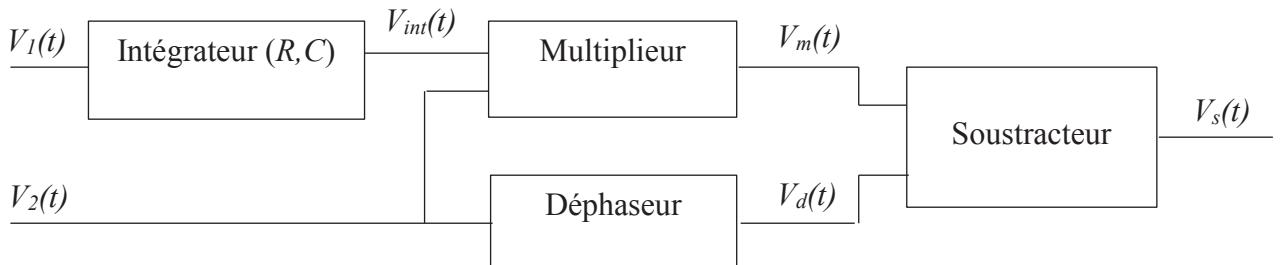


Figure 10 – Modulateur d'Armstrong

Dans toute la suite, les Amplificateurs Linéaires Intégrés (ALI) sont supposés idéaux de gain infini et fonctionnent en régime linéaire.

Le multiplicateur fournit en sortie la tension : $V_m(t) = k \cdot V_{int}(t) \cdot V_2(t)$.

Le déphasageur est réglé pour provoquer un retard de phase de $\pi/2$ de la tension $V_d(t)$ par rapport à la tension $V_2(t)$.

On suppose qu'à $t = 0$, $V_{int}(0) = 0$. On impose par ailleurs, à l'entrée de l'ensemble, les deux tensions : $V_1(t) = V_{1m} \cos(\omega_1 t)$ et $V_2(t) = V_{2m} \cos(\omega_2 t)$ avec : $\omega_2 \gg \omega_1$.

Étude du soustracteur

On considère le montage de la **figure 11**.

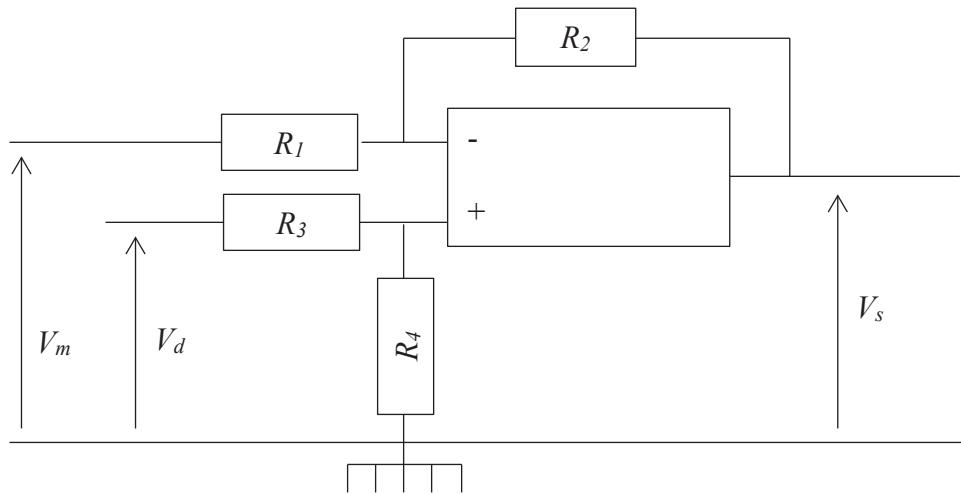


Figure 11 – Montage du soustracteur

Q25. Quelle considération de câblage permet de considérer ce montage comme potentiellement stable ?

Q26. Déterminer l'expression liant les différentes résistances R_1 , R_2 , R_3 , R_4 et les tensions $V_m(t)$, $V_d(t)$ et $V_s(t)$. Donner une condition simple entre R_1 , R_2 , R_3 et R_4 pour que $V_s(t) = V_d(t) - V_m(t)$. On considérera par la suite cette relation vérifiée.

Étude de l'intégrateur

L'intégrateur est réalisé à partir d'un ALI, d'un condensateur de capacité C et d'une résistance R .

Q27. Proposer un schéma du montage intégrateur et préciser la relation théorique qui lie $V_I(t)$, $V_{int}(t)$, R et C .

Étude du montage global

Q28. Montrer que la tension à la sortie du modulateur d'Armstrong peut se mettre sous la forme :

$$V_s(t) = V_{2m} \sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2(\omega_l t)} \sin(\omega_2 t + \varphi(t)).$$

Préciser les expressions de ε et de $\tan(\varphi(t))$ en fonction de k , V_{1m} , R , C , ω_l et de t .

Q29. Lorsque ε et $\varphi(t)$ sont petits devant 1, la tension de sortie peut se mettre sous la forme

$$V_s(t) = V_{2m} \sin(\omega_2 t + m \sin(\omega_l t)) = V_{2m} \sin(\psi(t))$$

où ω_2 est la pulsation élevée de la porteuse, m le taux de modulation de pulsation modulante ω_l et $\psi(t)$ la phase instantanée.

Préciser l'expression de m en fonction de k , V_{1m} , R , C et ω_l .

Q30. On appelle pulsation instantanée du signal $V_s(t)$ la grandeur : $\Omega(t) = \frac{d\psi(t)}{dt}$. Établir la relation liant $\Omega(t)$, ω_2 , k , R , C et $V_I(t)$. Justifier le nom de modulation de fréquence associé à ce traitement du signal.

Formules trigonométriques

→ $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2$, on a :

$$a \cos(\theta) + b \sin(\theta) = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \varphi)$$

avec $\cos(\varphi) = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ et $\sin(\varphi) = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

$$\rightarrow \cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)]$$