Lycée Naval, Spé 2.

Devoir non surveillé n°03 (correction)

Q21. On peut réécrire le signal modulé sous la forme :

$$u(t) = \tilde{U}(t)\cos(\omega_p t)$$

L'amplitude de l'enveloppe varie entre $U(1+m)$ et $U(1-m)$. Graphiquement on détermine $U(1+m) \approx 7$ V et $U(1-m) \approx 3$ V, on en déduit :

$$\frac{1+m}{1-m} \approx \frac{7}{3} \quad \Leftrightarrow \quad 3+3m = 7-7m \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{m \approx 0,4}$$

Sur le graphique, on observe 19 oscillations de la porteuse en environ 11,9 ms, c'est à dire pour la période T_p de la porteuse :

$$T_p = \frac{11,9\times 10^{-3}}{19} \quad \Rightarrow \quad f_p = \frac{19}{11,9\times 10^{-3}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_p \approx 1,6 \text{ kHz}}$$

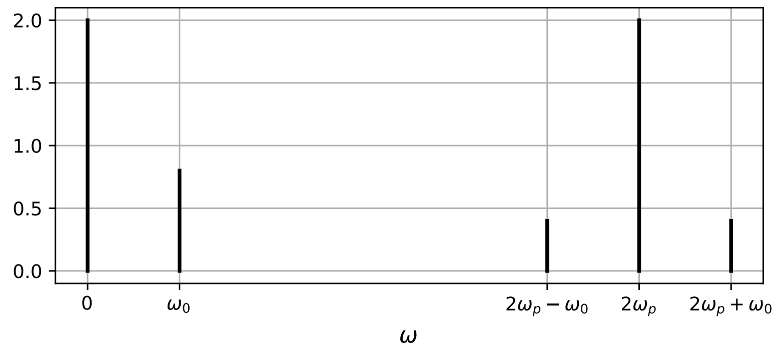
La période d'oscillation associée à l'enveloppe est de l'ordre de 6,2 ms, c'est à dire $\boxed{f_0 \approx 1,6\times 10^2 \text{ Hz}}$.

Q22. k est nécessairement **homogène à l'inverse d'une tension**, pour un multiplieur disponible en salle de TP : $\boxed{k \approx 0,1 \text{ V}^{-1}}$.

Q23. On linéarise l'expression :

$$\begin{aligned}
s_{\mathrm{m}}(t) &= kU \times [1+m\cos(\omega_0 t)]\cos(\omega_{\mathrm{p}} t) \times E_{\mathrm{p}}\cos(\omega_p t)\\
&= kUE_{\mathrm{p}}[1+m\cos(\omega_0 t)]\cos^2(\omega_p t)\\
&= kUE_{\mathrm{p}}[1+m\cos(\omega_0 t)] \times \frac{1+\cos(2\omega_{\mathrm{p}} t)}{2}\\
&= \frac{kUE_{\mathrm{p}}}{2}[1+m\cos(\omega_0 t)+\cos(2\omega_{\mathrm{p}} t)+m\cos(\omega_0 t)\cos(2\omega_{\mathrm{p}} t)]\\
&= \frac{kUE_{\mathrm{p}}}{4}[2+2m\cos(\omega_0 t)+2\cos(2\omega_{\mathrm{p}} t)\\
&\qquad\qquad + m\cos((2\omega_{\mathrm{p}}+\omega_0)t)+m\cos((2\omega_{\mathrm{p}}-\omega_0)t)]\,.
\end{aligned}$$

Ce qui donne pour le spectre en fréquence avec $m = 0,4$ (unité arbitraire en ordonnée) :



Q24. Les filtres à utiliser successivement :
- un **passe-bas** de pulsation de coupure $\omega_0 \ll \omega_{c1} \ll 2\omega_p$ afin d'éliminer les composantes haute fréquence et préserver le signal modulant ;
- un filtre passe-haut de pulsation de coupure $\omega_{c2} \ll \omega_0$ pour éliminer la composante continue et préserver le signal modulant.

Q25. La rétroaction sur l'entrée inverseuse permet de supposer un fonctionnement linéaire.

Q26. On applique une loi des nœuds en terme de potentiel au niveau de l'entrée inverseuse :

$$\frac{V_m - V_-}{R_1} = \frac{V_- - V_s}{R_2} \quad \Rightarrow \quad V_- = \frac{R_2 V_m + R_1 V_s}{R_1+R_2}$$

D'autre part la formule du pont diviseur de tension conduit à :

$$V_+ = \frac{R_4}{R_3+R_4}V_d$$

Pour un ALI idéal, l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire conduit à $V_+ = V_-$, c'est à dire :

$$\frac{R_4}{R_3+R_4}V_d = \frac{R_2V_m + R_1V_s}{R_1+R_2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{V_s = \frac{R_1+R_2}{R_3+R_4}\times\frac{R_4}{R_1}\times V_d - \frac{R_2}{R_1}\times V_m}$$

Très généralement, la contrainte $V_s = V_d - V_m$, pour V_d et V_m quelconques, impose le système :

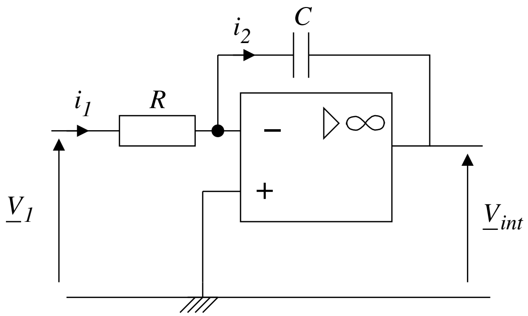
$$R_1 = R_2 \quad \text{et} \quad \frac{R_1+R_2}{R_3+R_4}\times\frac{R_4}{R_1} = 1$$

Le système se simplifie en $\boxed{R_1 = R_2}$ et $\boxed{R_3 = R_4}$.

Compte tenu de la question posée, on pouvait plus simplement proposer

$\boxed{R_1 = R_2 = R_3 = R_4}$ solution plus contraignante mais qui répond à la demande.

Q27. D'un point de vue théorique, on peut proposer le montage suivant pour réaliser la fonction intégrateur :



On applique la loi des nœuds en terme de potentiel au niveau de l'entrée inverseuse :

$$\frac{\underline{V}_1 - \underline{V}_-}{R} = \frac{\underline{V}_- - \underline{V}_{int}}{1/(jC\omega)}$$

Pour un ALI idéal, l'hypothèse d'un fonctionnement linéaire donne $V_- = V_+ = 0$, c'est à dire :

$$\frac{\underline{V}_1}{RC} = -j\omega \underline{V}_{int} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\mathrm{d}V_{int}(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{V_1(t)}{RC}}$$

Remarque : notons qu'en pratique une résistance doit être placée en parallèle du condensateur pour éviter la charge de celui-ci par les courants de polarisation non exactement nuls, ce qui entraînerait une saturation en sortie de l'ALI.

Q28. On commence par déterminer l'expression de $V_{int}(t)$:

$$\frac{\mathrm{d}V_{int}(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{V_{1m}}{RC}\cos(\omega_1 t) \quad \underbrace{\Rightarrow}_{\text{avec } V_{int}(0)=0} \quad V_{int}(t) = -\frac{V_{1m}}{RC\omega_1}\sin(\omega_1 t)$$

Avec $V_m(t) = -\dfrac{kV_{1m}V_{2m}}{RC\omega_1}\sin(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t)$ et $V_d(t) = V_{2m}\cos(\omega_2 t - \dfrac{\pi}{2})$

En conséquence, avec $\cos(x - \pi/2) = \sin(x)$:

$$\begin{aligned} V_s(t) &= V_d(t) - V_m(t) \\ &= V_{2m} \times \left[1 \times \sin(\omega_2 t) + \frac{kV_{1m}\sin(\omega_1 t)}{RC\omega_1} \times \cos(\omega_2 t)\right] \end{aligned}$$

À l'aide de la formule proposée dans l'énoncé, avec $b = 1$ et $a = \dfrac{kV_{1m}\sin(\omega_1 t)}{RC\omega_1}$, on en déduit :

$$\boxed{V_s(t) = V_{2m} \times \sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2(\omega_1 t)} \times \sin(\omega_2 t + \varphi(t))}$$

Avec $\boxed{\varepsilon = \dfrac{kV_{1m}}{RC\omega_1}}$ et $\boxed{\tan(\varphi) = \dfrac{kV_{1m}\sin(\omega_1 t)}{RC\omega_1}}$.

Q29. En effectuant les calculs à l'ordre 1, on néglige les termes en ε^2 et pour les « petits » angles :

$$\tan(\varphi(t)) \approx \varphi(t) \approx \frac{kV_{1m}\sin(\omega_1 t)}{RC\omega_1}$$

On en déduit $\psi(t) = \omega_2 t + m\sin(\omega_1 t)$ avec $\boxed{m = \dfrac{kV_{1m}}{RC\omega_1}}$.

Q30. $\Omega(t) = \dfrac{\mathrm{d}\psi(t)}{\mathrm{d}t} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Omega(t) = \omega_2 + \dfrac{kV_{1m}}{RC}\cos(\omega_1 t) = \omega_2 + \dfrac{kV_1(t)}{RC}}$.

On constate que la pulsation de porteuse varie bien au rythme de la modulante.