PC RESUME 1: mécanique des fluides

STATIQUE DES FLUIDES)

En statique des fluides, le fluide est **au repos.** Ce sont les particules de fluide qui sont au repos dans **un référentiel donné.**

PRESSION $\boxed{\vec{dF_N}(M) = p(M)\,\vec{n}\,dS}$

Les forces de pression, qui sont des **forces superficielles**, peuvent être décrites par la **densité volumique**: $\boxed{\vec{f_v}(\text{pression}) = \dfrac{\vec{dF}(M)}{dV} = -\vec{grad}\,p(M)}$

EQUILIBRE D'UN FLUIDE

Si f_V est la **force volumique totale** (pesanteur, forces d'inertie... sauf pression...) la condition d'équilibre locale s'écrit: $\vec{f_v} - \vec{grad}\,p(M) = \vec{0}$

Fluide en équilibre soumis **aux seules forces de pesanteur** $\boxed{\rho\,\vec{g}(M) = \vec{grad}\,p(M)}$

POUSSEE D'ARCHIMEDE

Force verticale orientée vers le haut de module égal au poids du fluide déplacé.
Le centre de poussée est le centre de gravité du fluide déplacé.

CINEMATIQUE DES FLUIDES

DESCRIPTION DU MOUVEMENT D'UN FLUIDE On distingue deux méthodes:

La méthode d'Euler: une méthode (photo par exemple**)** fournit **la vitesse à t de toutes les particules de fluide.** On obtient le champ $\vec{\mathbf{v}}(\mathbf{M},\mathbf{t})$.

La méthode de Lagrange : une particule de fluide P est suivie au cours de son mouvement. On donne sa vitesse $\vec{\mathbf{v}}_{\mathbf{P}}(\mathbf{t})$.
Les lignes de courant (ou d'écoulement) sont les courbes tangentes en chacun de leurs points au vecteur vitesse V en ce point. Elles se définissent à un instant donné.

MOUVEMENT ET DEFORMATION D'UNE PARTICULE FLUIDE

Le mouvement de la particule de fluide associe une **translation** de son centre d'inertie, une **rotation** autour de C décrite par le vecteur tourbillon $\boxed{\vec{\Omega} = \dfrac{1}{2}\vec{\mathbf{rot}}(\vec{\mathbf{V}}(\mathbf{M}))}$ et une **déformation.**

ACCELERATION PARTICULAIRE

$$\boxed{\vec{\mathbf{A}} = \frac{\mathbf{D}\vec{\mathbf{v}}}{\mathbf{Dt}} = \frac{\partial\vec{\mathbf{v}}}{\partial\mathbf{t}} + (\vec{\mathbf{v}}.\mathbf{gr\vec{a}d})\vec{\mathbf{v}} = \frac{\partial\vec{\mathbf{v}}}{\partial\mathbf{t}} + \frac{1}{2}\mathbf{gr\vec{a}dv}^2 + 2\vec{\Omega}\wedge\vec{\mathbf{v}}}$$

DERIVEE PARTICULAIRE D'UNE GRANDEUR PHYSIQUE $\boxed{\dfrac{\mathbf{D}}{\mathbf{Dt}} = \dfrac{\partial}{\partial \mathbf{t}} + (\vec{\mathbf{v}}.\vec{\mathbf{grad}})}$

donne la **dérivée particulaire** pour un champ scalaire ou vectoriel.

On notera: $\mathbf{div}(\rho\,\vec{\mathbf{v}}) = \rho\,\mathbf{div}\,\vec{\mathbf{v}} + (\vec{\mathbf{v}}.\vec{\mathbf{grad}})\rho$

NOTION DE DEBITS

$\vec{\mathbf{j}}_{\mathbf{m}} = \rho\,\vec{\mathbf{v}}$ est le **vecteur densité volumique (de courant) de masse** en kg.s^{-1} .m^{-2}.
Le débit massique en kg. s^{-1} , à travers S dans le sens de sa normale, est défini par:

$$\mathbf{Dm} = \iint_{\mathbf{S}} \rho\,\vec{\mathbf{v}}.\vec{\mathbf{n}}\,\mathbf{dS}$$ et l**e débit volumique** par: $$\mathbf{Dv} = \iint_{\mathbf{S}} \vec{\mathbf{v}}.\vec{\mathbf{n}}\,\mathbf{dS}$$ en l.s^{-1}

CONSERVATION DE LA MASSE (EQUATION DE CONTINUITE)

$\boxed{\dfrac{\partial\rho}{\partial \mathbf{t}} + \mathbf{div}(\rho\,\vec{\mathbf{v}}) = 0}$. Pour un écoulement permanent $\mathbf{div}(\rho\,\vec{\mathbf{v}}) = 0$ le flux de $\vec{\mathbf{j}} = \rho\,\vec{\mathbf{v}}$ est nul à travers toute surface fermée. **En RP, le débit massique est conservé**

ECOULEMENTS INCOMPRESSIBLES

$\boxed{\dfrac{\mathbf{D}\rho}{\mathbf{Dt}} = 0}$ ce qui est **équivalent** à $\boxed{\mathbf{div}(\vec{\mathbf{v}}) = 0}$. Le flux de $\vec{\mathrm{j}}_{\mathrm{V}} = \vec{\mathrm{v}}$ est nul à travers toute surface fermée**. Pour un écoulement incompressible, le débit volumique est conservé**.

Rem : la masse volumique peut être uniforme dans un écoulement sans que ce dernier soit incompressible.
Rem : un **fluide** est incompressible si sa masse volumique est constante.

ECOULEMENTS IRROTATIONNELS $\vec{\Omega} = \dfrac{1}{2}\vec{\mathbf{rot}}(\vec{\mathbf{V}}(\mathbf{M}) = \vec{0}$

On peut lui associer une **fonction ϕ appelée potentiel des vitesses** tel que: $\vec{\mathrm{V}}(\mathrm{M}) = \vec{\mathrm{grad}}\,\phi$
On a alors un écoulement dit potentiel. Si l'écoulement est, de plus incompressible, ϕ vérifie $\mathbf{div}(\vec{\mathbf{grad}}\,\phi) = \Delta\phi = 0$ (équation de Laplace).

MEMORISER **Régime permanent** $\Rightarrow$

$\mathrm{div}(\rho\,\vec{\mathrm{v}}) = 0$ et Débit massique conservé $\mathbf{D_{m1} = D_{m2} \Leftrightarrow \rho_1 D_{v1} = \rho_2 D_{v2}}$

Ecoulement incompressible $\Rightarrow$

$\dfrac{\mathbf{D}\rho}{\mathbf{Dt}} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{div}(\vec{\mathrm{v}}) = 0$ et Débit volumique conservé $\mathbf{D_{v1} = D_{v2}}$

Ecoulement homogène incompressible $\Rightarrow$ la masse volumique est une constante donnée

Masse volumique donnée constante ρ $\Rightarrow$ Ecoulement incompressible donc $\mathbf{D_{v1} = D_{v2}}$
Conséquence $\mathbf{\rho D_{v1} = \rho D_{v2}}$ **d'où** $\mathbf{D_{m1} = D_{m2}}$ même si le régime n'est pas permanent.