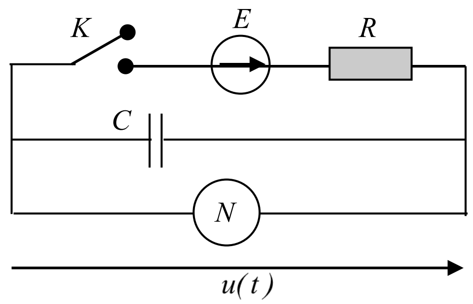
PC*1 / PC*2 / PC ***DEVOIR SURVEILLE DE PHYSIQUE N°1***

9 septembre 2017

I LAMPE AU NEON

Les lampes au néon remplacent avantageusement les lampes à incandescence, car elles présentent une très faible consommation, alliée à une longue durée de vie et un avantage indéniable pour la signalisation visuelle. Cependant, comme toutes les lampes à décharge, elles ne peuvent être utilisées que pour des tensions suffisantes pour provoquer leur amorçage. Une résistance montée en série limite le courant consommé.

On réalise le montage suivant avec une lampe au néon, notée *N* caractérisée par une résistance infinie quand elle est éteinte et de résistance ρ quand elle est allumée, une résistance *R* et un condensateur de capacité *C*. Le circuit est alimenté par un générateur continu de tension *E*.



A un instant $t = 0$ pris comme instant initial pour tout le problème, on ferme l'interrupteur *K* ; le condensateur de capacité *C* étant alors déchargé.
La lampe au néon s'allume si la tension *U* à ses bornes est supérieure ou égale à la valeur U_a appelée tension d'allumage, et elle s'éteint si *U* est inférieure où égale à la valeur U_e appelée tension d'extinction, avec $U_e < U_a$.

1) a) Déterminer la loi d'évolution de la tension $u(t)$ aux bornes de la lampe pour $t \geq 0$ et tant que la lampe reste éteinte. On introduira une constante τ homogène à un temps.
   b) A quelle condition la lampe peut-elle s'allumer, et si oui, préciser l'instant d'allumage t_1.
   On considérera dans toute la suite du problème que la possibilité d'allumage est réalisée.

2) Déterminer la loi $u(t)$ pour $t \geq t_1$, et tant que la lampe reste allumée.
   On fera apparaître obligatoirement les deux grandeurs réduites $E' = \dfrac{E}{1+k}$ et $\tau' = \dfrac{\tau}{1+k}$ en précisant l'expression de la constante *k*.
   A quelle condition la lampe reste-t-elle allumée ?

3) On considère *à partir de maintenant, et jusqu'à la fin du problème*, que l'extinction est possible à un instant ultérieur à t_1.
   Déterminer l'instant t_2 de l'extinction en fonction de t_1 et des paramètres du problème.

4) a) Déterminer la loi $u(t)$ pour $t > t_2$.
   b) Quel est l'instant t_3 de ré-allumage de la lampe ?

5) a) Montrer que le phénomène d'allumage et d'extinction de la lampe présente une périodicité dont on donnera la période.
   b) Tracer le graphe de $u(t)$ depuis l'instant origine.

6) On néglige maintenant ρ la résistance de la lampe devant *R*. On observe deux éclairs par seconde.
En déduire la valeur de *R*.
On donne : $E = 120$ V $U_a = 90$ V $U_e = 70$ V $C = 0{,}1$ µF

II FILTRAGE

Le problème consiste à comparer les comportements de différents filtres de type passe bas.

A Filtre RC

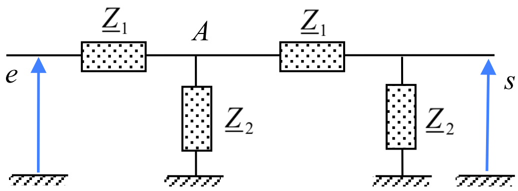
On veut réaliser un filtre passe bas très simple à l'aide d'une résistance *R* et d'un condensateur de capacité *C*.

1) Proposer un montage permettant de réaliser ce filtre, en précisant l'expression de la fonction de transfert $\underline{H}_1(j\omega)$ en sortie ouverte ainsi que celle des fréquences de coupure ω_c à $-3\,\text{dB}$ et ω_c' à $-6\,\text{dB}$.
On introduira une pulsation ω_0 dont on donnera l'expression.

2) Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude de ce filtre, en précisant la position des pulsations de coupure ω_c et ω_c'.

B Filtres en cascade

On associe maintenant deux filtres passe bas (R,C) identiques en cascade selon le montage suivant :



3) Préciser l'expression des impédances $\underline{Z}_1$ et $\underline{Z}_2$

4) Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}_2(j\omega)$ en sortie ouverte de ce circuit en introduisant encore la pulsation ω_0.

5) Déterminer la pulsation de coupure à -3 dB en fonction de ω_0 et précisez le comportement asymptotique du filtre en hautes fréquences.

6) Vérifier que la fonction de transfert peut se mettre sous la forme $\underline{H}_2(j\omega) = \dfrac{H_0}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_\alpha}\right)\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_\beta}\right)}$

et exprimer ω_α et ω_β en fonction de ω_0, avec $\omega_\alpha < \omega_\beta$.

7) Tracer en justifiant, l'allure du diagramme de Bode en amplitude de ce filtre.

C Filtre de Butterworth

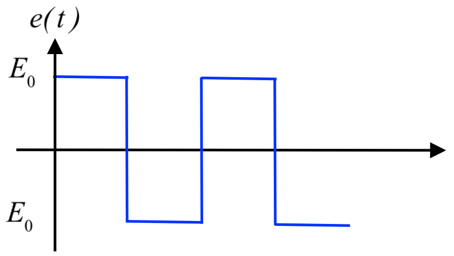
On définit un filtre passe bas de Butterworth d'ordre *n* par une fonction de transfert dont le module est de la forme : $G = |H(j\omega)| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^{2n}}}$

8) Vérifier que la fonction $\underline{H} = \dfrac{1}{1+2jx+2(jx)^2+(jx)^3}$, avec $x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ est une forme convenable pour un filtre de Butterworth d'ordre *n*.

Déterminer l'équation différentielle correspondante.

9) Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude de ce filtre, en précisant la pulsation de coupure à -3 dB. Quels peuvent être les intérêts d'un tel filtre ?

10) On applique maintenant à ce filtre un signal créneau de période T de la forme suivante



La décomposition de Fourier de ce signal est donnée par :

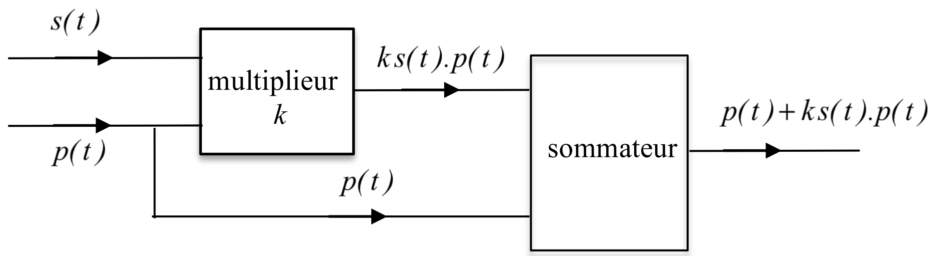
$$e(t)=\frac{4E_0}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{sin\left((2p+1)\omega t\right)}{2p+1}$$

a) Dessiner l'allure des premières harmoniques du spectre du signal créneau.

b) On peut admettre en première approche qu'un signal créneau est correctement défini par ses harmoniques dont les amplitudes sont au moins supérieures au dixième du fondamental de fréquence f_1.
Quelle est la période limite du créneau pour qu'il soit transmis correctement par le filtre de Butterworth de fréquence de coupure $f_0=\frac{\omega_0}{2\pi}$ = 10 kHz ?

III MODULATION D'AMPLITUDE

La transmission directe d'une onde radio n'est pas possible pour des raisons de contraintes technologiques, comme entre autres les tailles des antennes.
Une méthode simple est la modulation d'amplitude, AM, qui consiste à effecteur le traitement suivant :
le signal à transmettre et la porteuse sont envoyés dans un multiplieur puis on rajoute à ce produit le signal de la porteuse à l'aide d'un sommateur.
A la réception, on effectue une opération de démodulation qui nécessite entre autres de disposer de la porteuse.
Le facteur k est une constante positive.



Considérons d'abord le cas d'une onde sinusoïdale monochromatique, par exemple, le la3 du diapason à 440 Hz, à l'aide d'une porteuse de 220 kHz. L'onde transmise qui est issue du sommateur peut se décomposer en une superposition de trois ondes sinusoïdales, la porteuse et les deux autres ondes dont les fréquences sont à 440 Hz de distance de part et d'autre de la fréquence porteuse.
Lorsque le signal à transmettre n'est pas purement sinusoïdal, le principe est similaire, mais toutes les composantes du signal interviennent. Le signal occupe alors deux domaines de fréquences, réparties symétriquement par rapport à la porteuse. Ces deux domaines symétriques contiennent en fait la même information.
L'extension totale du spectre (même partiellement) utilisée est la bande d'émission.
Ainsi, si l'on veut transmettre la voie humaine, s'étendant de 300 Hz à 3400 Hz, il faut une bande d'émission large d'environ 7 kHz.
La transmission de la musique nécessite plutôt une bande d'émission de 40 kHz.

Les fréquences d'une bande d'émission associées à une porteuse ne sont pas disponibles pour d'autres signaux. Ainsi, pour que les communications ne se brouillent pas, le spectre électromagnétique a été découpé en canaux et des porteuses ont été attribuées par des conventions nationales ou internationales à différents utilisateurs.
En pratique, pour augmenter le nombre de canaux disponibles, on émet en *BLU* (bande latérale unique), c'est à dire un seul des deux domaines de fréquences symétriques.
Par ailleurs, la transmission de la porteuse nécessite représente près des deux tiers de l'énergie émise. Elle n'est donc pas transmise, mais reproduite par le récepteur à l'aide d'un oscillateur performant, de bon facteur de qualité élevé.

Questionnaire

1) On veut transmettre un signal $s(t) = S_0 \cos\omega_0 t$ à l'aide d'une porteuse $p(t) = P_0 \cos\Omega t$

a) Etablir que l'onde modulée est bien la superposition de trois ondes, et justifier les fréquences proposées par le document.
b) Représenter l'allure de ces trois ondes sur un axe de fréquences.
c) Justifier la nécessité du sommateur pour que l'une de ces ondes soit celle de la porteuse.

2) a) Justifier la largeur de la bande nécessaire à la transmission de la voie humaine, ainsi que la largeur de bande nécessaire à la transmission de la musique. Commenter.
b) Représenter les bandes occupées en fonction de la fréquence sur un graphe

3) En radiodiffusion, pour des fréquences comprises entre 300 Hz et 4500 Hz, quel est l'écart minimal de fréquences entre deux porteuses pour éviter que les émissions ne soient brouillées ?

4) a) Justifier que la possibilité de l'émission en BLU.
b) Pourquoi la transmission de la porteuse n'est pas nécessaire ? Pourquoi doit-on la reproduire sur le lieu de la réception ? Pourquoi faut-il un oscillateur de bon facteur de qualité ?
c) En supposant (grossièrement) que la porteuse est restituée à l'aide d'un circuit *RLC* série, et en tolérant un écart de 50 Hz à $-3\,\text{dB}$ autour de la fréquence nominale de la porteuse, quel doit être le facteur de qualité du circuit ? Commentaire.