

Evolutions thermiques

Notes de cours

mardi 5 septembre 2017

I- Transformation thermodynamique infinitésimale d'un système fermé

1. Définitions



Système thermodynamique *schéma*

La figure 1 représente un système thermodynamique. Il est défini par la donnée d'un volume V , c'est à dire d'une surface fermée Σ qui le délimite.

Les échanges d'un système sont positifs si c'est gagné pour lui, et négatif si c'est perdu. Attention : les conventions (dite de la "normale sortante") sont inverses en analyse vectorielle.

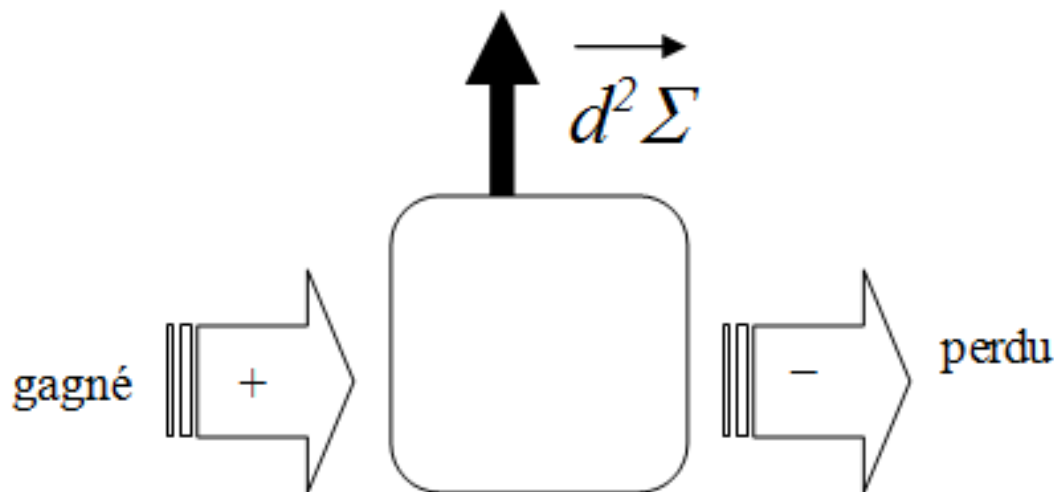


FIGURE 1 – Système thermodynamique



Système fermé / système ouvert : *définition*

un système fermé n'échange pas de matière avec l'extérieur. Par contre, il peut échanger de l'énergie !
Un système ouvert échange de la matière : il s'agit d'un fluide en écoulement.



Variable intensive / variable extensive : *définition*

une variable intensive g est définie en chaque point P , c'est à dire pour un élément infinitésimal du système $d^3\tau$. Une variable extensive G est définie à partir d'une variable intensive comme suit

$$G = \iiint_{P \in V} g(P) d^3\tau$$

Les variables extensives sont additives : $G_{S_1 \cup S_2} = G_{S_1} + G_{S_2}$



Etat d'équilibre thermodynamique : *s'y retrouver*

un système est à l'état d'équilibre thermodynamique si et seulement si les variables intensives g sont uniformes ($\vec{grad}(g) = \vec{0}$) en l'absence de champ extérieur.



Variance : *s'y retrouver*

la variance du système est le nombre v minimal de variables (dites d'"état") intensives indépendantes qu'il faut pour définir l'état d'équilibre du système. C'est

$$v = n + 2 - \varphi - r - s$$

où n est le nombre de constituants du système; φ est le nombre de phases; r est le nombre d'équilibres chimiques indépendants réalisés; et s est le nombre de relations surnuméraires indépendantes imposées par l'expérimentateur.



Transformation *s'y retrouver*

une transformation est le passage d'un état d'équilibre thermodynamique (1, dit initial) à un autre état d'équilibre (2, dit final). La variation des paramètres d'état g est

$$g_1 \rightarrow g_2$$



Transformation infinitésimale / transformation finie : *définition*

une transformation est infinitésimale si les variables d'état changent de façon infinitésimale

$$g_1 \rightarrow g_2 = g_1 + dg \text{ avec } |dg| \ll g_1$$

Au contraire, une transformation non infinitésimale est dite finie

$$g_1 \rightarrow g_2 = g_1 + \Delta g \text{ avec } \Delta g = \int_{g_1}^{g_2} dg$$



Transformation quasistatique / transformation réversible : *s'y retrouver*

une transformation qui passe par une succession d'un nombre infini d'états d'équilibre est dite quasistatique (c'est une transformation infiniment lente).

Une transformation qui passe par une succession d'un nombre infini d'états d'équilibre avec l'extérieur est réversible (réversible $\Rightarrow$ quasistatique, le contraire est faux).

2. Bilans d'énergie



Les différents types d'énergies d'un système : *s'y retrouver*

l'énergie mécanique d'un système est :

$$E_m = E_c + E_p$$

avec

- E_c , l'énergie cinétique macroscopique;
- E_p , l'énergie potentielle macroscopique (d'interaction avec l'extérieur du système).

L'énergie interne d'un système est

$$U = E'_c + E'_p$$

avec

- E'_c , l'énergie cinétique microscopique (dans le référentiel barycentrique) ;
- E'_p , l'énergie potentielle interne au système.

L'énergie totale d'un système est

$$E = E_m + U$$



Premier principe de la thermodynamique à retenir

l'énergie interne d'un système fermé, notée U , est une fonction d'état extensive : elle ne dépend que d'un petit nombre (v , la variance) de paramètres (T , P , etc) ; sa différentielle est donc totale (dU) ; sa variation finie ΔU ne dépend pas du chemin suivi (de la transformation).

Si on note E_c l'énergie cinétique, W le travail et Q le transfert thermique,

lors d'une transformation infinitésimale : $dE_c + dU = \delta W + \delta Q$

et lors d'une transformation finie : $\Delta E_c + \Delta U = W + Q$.



Travail s'y retrouver

le travail est un transfert d'énergie (en joule, J). A priori, le travail dépend du "chemin suivi" (de la transformation). Pour une transformation infinitésimale on le note donc δW (c'est une forme différentielle), et pour une transformation finie W (le travail n'est pas une fonction d'état : il n'est pas défini pour un état d'équilibre).

Le travail des forces électriques échangé par un dipôle électrique pendant dt est

$$\delta W = u i dt$$

où u est la tension appliquée aux bornes du dipôle et i l'intensité qui le parcourt (en convention récepteur : u et i en sens opposés).

Le travail des forces de pression échangé par un fluide est

$$\delta W = -P_{imp} dV$$

où P_{imp} est la pression imposée par l'expérimentateur.



remarque

dans le cas réversible, il y a équilibre avec les contraintes ($P = P_{imp}$), ainsi $\delta W_{rev} = -P.dV$, mais ceci est valable uniquement pour les transformations réversibles !



Transfert thermique (ou chaleur) : s'y retrouver

la chaleur est un transfert d'énergie (en joule, J) qui n'est pas le travail. Elle dépend du "chemin suivi" (de la transformation). On la note donc δQ (c'est une forme différentielle) pour une transformation infinitésimale, et Q pour une transformation finie.

La chaleur n'est pas une fonction d'état : elle n'est pas définie pour un état d'équilibre.



Transformations adiabatiques / transformations isothermes : s'y retrouver

pour que le système subisse une transformation adiabatique, il faut empêcher les transferts thermiques avec l'extérieur : les parois sont dites athermes (ou athermanes). Techniquement, on enferme le système dans un vase Dewar ("bouteille thermos").

A l'inverse, pour que le système subisse une transformation isotherme, il faut favoriser les transferts thermiques avec la "source de chaleur" (le thermostat) : les parois sont dites diathermes (ou diather-

manes).

3. Bilans d'entropie



Fonction entropie : *s'y retrouver*

l'entropie (S) est une fonction d'état qui dépend d'un petit nombre de paramètres. Elle est définie pour un système à l'équilibre. Ainsi, la variation de l'entropie d'un système fermé lors d'une transformation infinitésimale (dS) est une différentielle totale, et lors d'une transformation finie (ΔS) ne dépend pas du chemin suivi.

S est une fonction extensive ($S_{\Sigma_1 \cup \Sigma_2} = S_{\Sigma_1} + S_{\Sigma_2}$).

S est positive ($S \geq 0$).

S s'exprime en $\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$, les unités de la constante de Boltzmann k_B .

S mesure le "manque d'information" sur le système : si le "désordre" augmente, l'entropie aussi.

Troisième principe : l'entropie des corps purs cristallisés parfaits est nulle à $T = 0 \text{ K}$.



Second principe : *à retenir*

l'entropie S d'un système fermé est une fonction d'état.

Lors d'une transformation infinitésimale elle varie de : $dS = \delta S_{\text{echangee}} + \delta S_{\text{creee}}$ avec

- l'entropie échangée : $\delta S_{\text{echangee}} = \frac{\delta Q}{T_{\text{imp}}}$ où δQ est la chaleur élémentaire échangée par le système à la température imposée T_{imp} ;
- l'entropie créée : $\delta S_{\text{creee}} \geq 0$ ($\delta S_{\text{creee}} = 0$ si la transformation est réversible et $\delta S_{\text{creee}} > 0$ si la transformation est irréversible).



1 Variation d'entropie d'un système isolé : *exercice*

Montrer que l'entropie d'un système isolé (par exemple l'univers), ou plus généralement d'un système qui évolue de façon adiabatique, ne peut qu'augmenter

$$\delta Q = 0 \Rightarrow dS = \delta S_{\text{creee}} \geq 0$$



2 Enoncé de Clausius : *exercice*

Montrer que la chaleur ne passe pas spontanément d'un corps froid à un corps chaud.



3 Enoncé de Thomson : *exercice*

Montrer qu'un système en contact avec une seule source de chaleur ne peut, au cours d'un cycle, que recevoir du travail et donner de la chaleur.



4 Enoncé de Carnot : *exercice*

Montrer qu'un moteur ditherme (qui échange de la chaleur avec deux sources, l'une froide à T_f , l'autre chaude à T_c) a un rendement limité

$$\eta \leq 1 - \frac{T_f}{T_c} < 1$$



Transformation isentropique : s'y retrouver

une transformation adiabatique ($\delta Q = 0 \Rightarrow \delta S_{\text{échange}} = 0$) et réversible ($\delta S_{\text{cree}} = 0$) est une transformation isentropique ($dS = 0$).



Différentielle de l'énergie interne : s'y retrouver

on a toujours pour un fluide

$$dU = T dS - P dV = \delta Q + \delta W$$

mais les deux termes ne sont égaux que dans le cas réversible :

$$\begin{cases} \delta Q_{\text{réversible}} = T.dS \\ \delta W_{\text{réversible}} = -P.dV \end{cases}$$

II- Systèmes ouverts en thermodynamique

1. Généralités sur les systèmes ouverts



Grandeurs massiques : s'y retrouver

Pour le système correspondant au volume V :

$$G_{\text{ouvert}} = \iiint_V g.d^3m = \iiint_V \mu g d^3\tau$$

où g est la grandeur massique (intensive) associée à G_{ouvert} , la grandeur extensive pour le système ouvert et μ la masse volumique du fluide.

Si G s'exprime en J (par exemple), alors g s'exprime en $J.kg^{-1}$.



Écoulements unidimensionnels stationnaires : s'y retrouver

si on s'intéresse à des écoulements unidimensionnels stationnaires (dans une conduite), les grandeurs intensives ne dépendent plus que de la position x dans la conduite : $g(x)$ uniquement.

La surface fermée Σ qui délimite le système ouvert, s'appuie sur la conduite et a pour amont la surface S_A en x_A et pour aval S_B en x_B .

Ainsi, $G_{\text{ouvert}} = \text{cste}$ pour le système ouvert.

Mais : $G_{\text{ferme}} \neq \text{cste}$ pour le système fermé (car le système fermé se déplace dans la conduite!).



Débit massique : définition

le débit massique (en $kg \cdot s^{-1}$) est :

$$D_m = \iint (\mu \vec{v}) \cdot \vec{d^2S}$$

où μ est la masse volumique du fluide, $\vec{v}$ est la vitesse du fluide et $\vec{d^2S}$ orienté dans le sens d'écoulement du fluide.

La masse δm qui passe à travers la surface pendant dt est telle que $D_m = \frac{\delta m}{dt}$.

5 Bilan de masse en régime permanent *théorème*

La variation temporelle de M pour le système fermé est :

$$\frac{DM}{Dt} = \frac{dM}{dt} + \frac{\delta m_B}{dt} - \frac{\delta m_A}{dt}$$

où

- la variation temporelle de la masse M pour le système fermé : $\frac{DM}{Dt} = 0$;
- la variation temporelle explicite de M pour le système ouvert : $\frac{dM}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} (\iiint_V \mu \cdot d^3\tau) = 0$, car $\frac{\partial}{\partial t} = 0$;
- les flux entrant ($\frac{\delta m_A}{dt}$) et sortant ($\frac{\delta m_B}{dt}$) de masse qui ne sont rien d'autre que les débits massiques.

Le débit massique se conserve donc entre l'entrée et la sortie : $\frac{\delta m_A}{dt} = \frac{\delta m_B}{dt} = D_m \Rightarrow$

Le débit massique se conserve au cours de l'écoulement :

$$\forall x D_m(x) = D_m = \frac{\delta m_A}{dt} = \frac{\delta m_B}{dt} = \frac{\delta m}{dt}$$

avec δm la masse qui traverse une section pendant dt .

Passer d'un système ouvert à un système fermé *schéma*

La figure 2 représente un système thermodynamique ouvert et le système fermé qui le traverse.

- Le système fermé à l'instant t correspond au système ouvert et Σ_A ;
- le système fermé à l'instant $t + dt$ correspond au système ouvert et Σ_B .

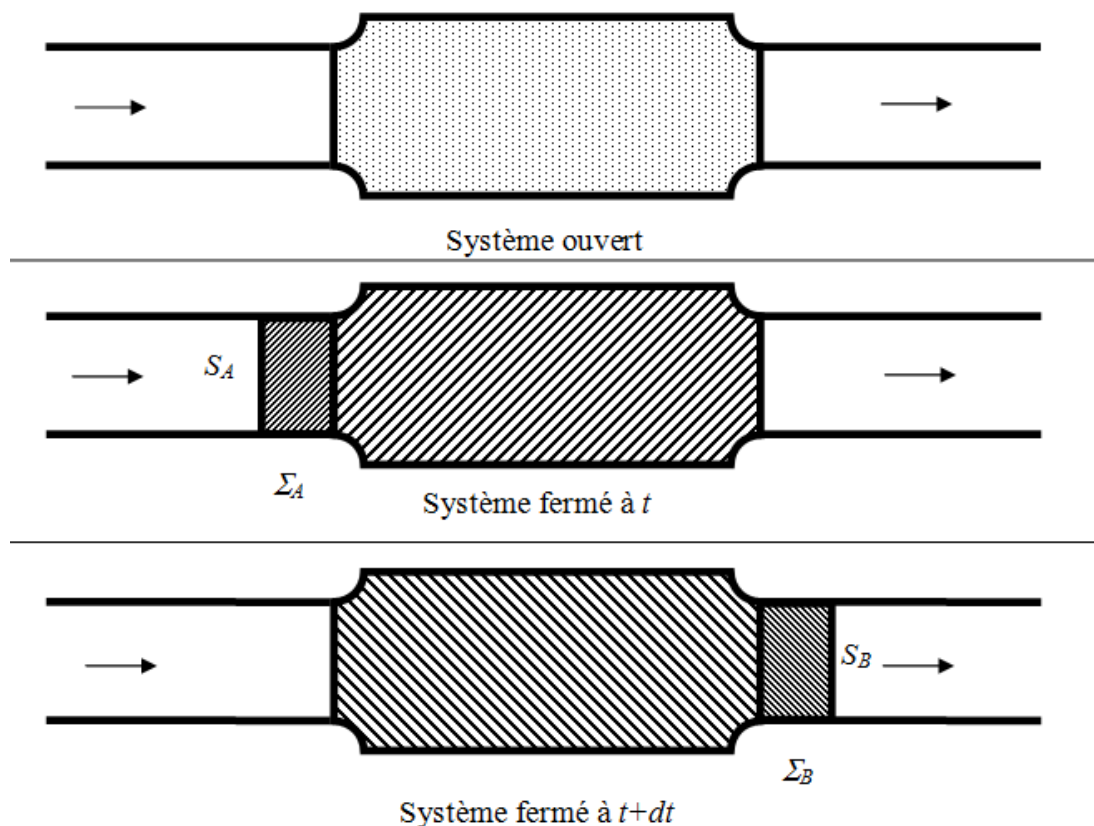


FIGURE 2 – Passer d'un système ouvert à un système fermé



Variation entre amont A et aval B : s'y retrouver

$$\frac{dG_{ferme}}{dt} = D_m (g_B - g_A)$$

où G_{ferme} est la grandeur extensive G pour le système fermé qui coïncide avec le système ouvert délimité par un amont en A et un aval en B , et g est la grandeur massique relative à G .

Si le système ouvert est fini, on pose pour toute grandeur intensive massique g :

$$\Delta g = g_B - g_A$$

où A est l'amont et B l'aval.

Si le système ouvert est infinitésimal (A infiniment proche de B), on écrira :

$$dg = g_B - g_A$$

2. Bilans d'énergie



Energies s'y retrouver

L'énergie totale d'un système ouvert est :

$$E_{tot} = \iiint_V (e_c + e_p + u) d^3m$$

où les énergies massiques (en $J \cdot kg^{-1}$) sont :

- $e_c = \frac{v^2}{2}$ (énergie cinétique massique) ;
- $e_p = gz$ (énergie potentielle massique de pesanteur) ;
- u (énergie interne massique).

On notera les puissances (en W) suivantes :

- $P_{th} = \frac{\delta Q}{dt}$, la puissance thermique ;
- $P = \frac{\delta W}{dt}$, puissance qui peut se séparer en deux termes :
- $P_{pression} = \frac{\delta W_{pression}}{dt}$ la puissance des forces de pression ;
- $P_{utile} = \frac{\delta W_{utile}}{dt}$ la puissance utile (pour toutes les autres forces).

Apparaissent des énergies massiques (en $J \cdot kg^{-1}$) :

- $w_{utile} = \frac{P_{utile}}{D_m} = \frac{\delta W_{utile}}{\delta m}$ est le travail utile massique échangé ;
- $q = \frac{P_{th}}{D_m} = \frac{\delta Q}{\delta m}$ est la chaleur massique échangée.



Travail utile schéma

La figure 3 représente des cas où le travail utile est non nul. On discerne :

- les écoulements pour lesquels le fluide reçoit du travail utile (il est pompé, ou bien il y a un compresseur) ;
- les écoulements pour lesquels le fluide donne du travail utile (il se détend dans une turbine) ;
- et enfin les écoulements purs (sans travail utile, il n'y a aucun appareil : ni pompe ni turbine).



Echangeur thermique schéma

La figure 4 représente deux échangeurs thermiques. On discerne :

- dans le premier un refroidissement du fluide ($q < 0$) ;
- dans le second un réchauffement du fluide ($q > 0$).

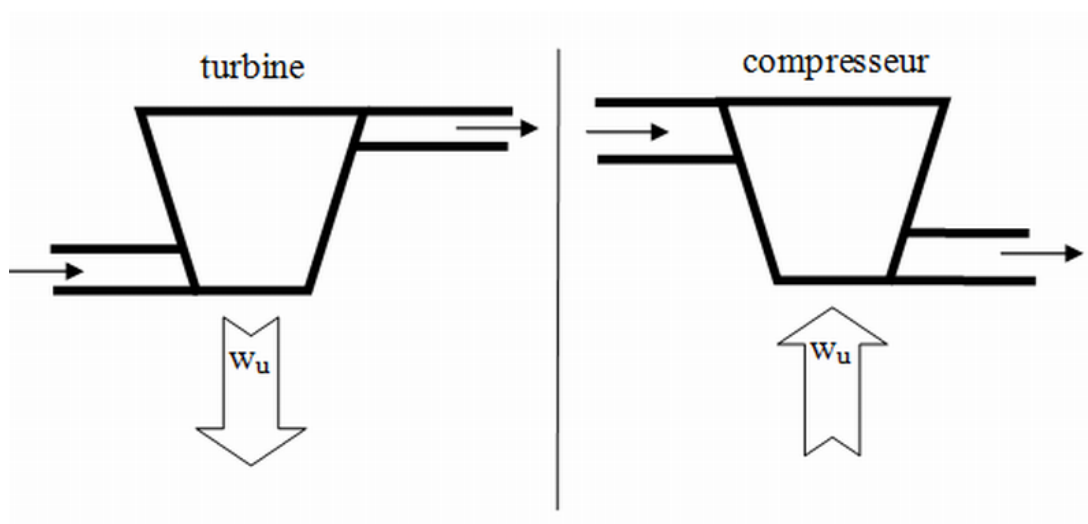


FIGURE 3 – Travail utile

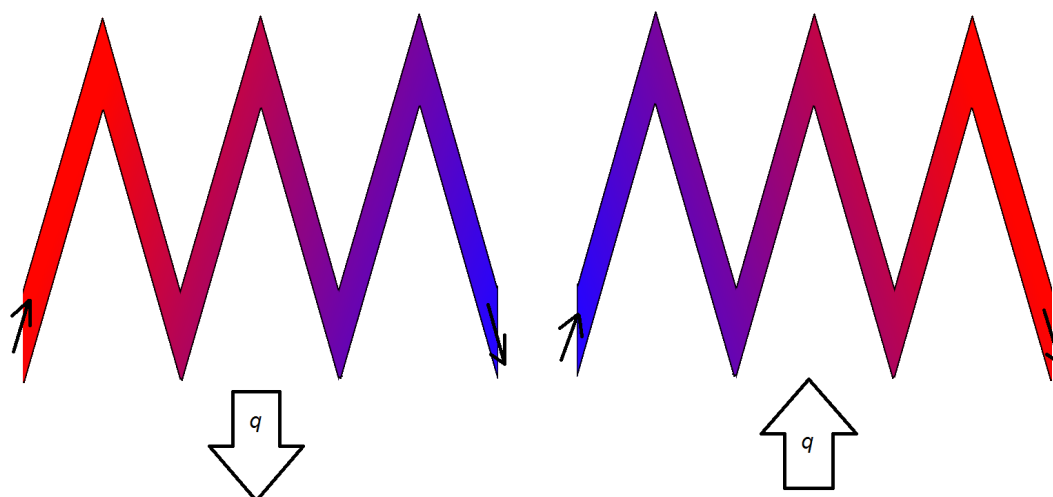


FIGURE 4 – Echangeur thermique

6 Bilans d'énergie dans un écoulement unidimensionnel stationnaire : *théorème*

$$\Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h = \frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} + g z_B - g z_A + h_B - h_A = w_{utile} + q$$

⇒

pour un système ouvert en régime permanent, entre une entrée et une sortie infiniment proches :

$$\frac{1}{2} d(v^2) + g dz + dh = \delta w_{utile} + \delta q$$

où v est la vitesse d'écoulement du fluide,
 z est l'altitude et g le champ de pesanteur,
 h est l'enthalpie massique,
 δw_{utile} est le travail utile massique,
 δq est le transfert thermique massique.

7 Cas de la détente de Joule–Thomson *exercice*

On s'intéresse à un fluide en régime permanent qui traverse un bouchon poreux dans une conduite horizontale atherme de section invariante.

- ▷ Démontrer que la variation d'énergie cinétique est nulle.
- ▷ En déduire que cette détente est isenthalpique.

▷ En régime permanent, le débit se conserve, donc, puisque la section est constante, les vitesses d'entrée et de sortie sont égales. Aussi, la variation d'énergie cinétique est nulle.

▷ $\frac{v_s^2}{2} - \frac{v_e^2}{2} + g.z_s - g.z_e + h_s - h_e = w_{utile} + q$, or $z_s = z_e$ (la conduite est horizontale), $q = 0$ (adiabatique) et $w_{utile} = 0$ (écoulement pur), donc : $h_s = h_e$.

3. Bilans d'entropie

8 Bilan d'entropie dans un écoulement unidimensionnel stationnaire : *théorème*

Si le régime est permanent, le débit massique se conserve ($D_m = \frac{\delta m_s}{dt} = \frac{\delta m_e}{dt}$) et $\frac{dS}{dt} = 0$, aussi

$$\frac{\delta S_{ech}}{dt} + \frac{\delta S_{cr}}{dt} = D_m \cdot (s_s - s_e)$$

pour un système d'extension finie ou bien encore pour un système infinitésimal en régime permanent :

$$D_m \cdot ds = \frac{\delta S_{ech}}{dt} + \frac{\delta S_{cr}}{dt} \geq \frac{P_{th}}{T}$$

En posant comme précédemment $q = \frac{P_{th}}{D_m} = \frac{\delta Q}{\delta m}$ la chaleur massique échangée, on trouve

$$ds \geq \frac{\delta q}{T}$$

(l'égalité ayant lieu dans le cas réversible).

▷ Or on a vu précédemment que le premier principe impose pour un système infinitésimal en régime permanent :

$$\frac{1}{2} d(v^2) + g.dz + dh = \delta w_{utile} + \delta q$$

Couplé à $ds \geq \frac{\delta q}{T}$ pour un système infinitésimal en régime permanent et vu que la variation d'enthalpie est $dH = V.dP + T.dS$, la variation de l'enthalpie massique est

$$dh = \frac{dP}{\mu} + T.ds$$

On aboutit donc à :

$$\delta w_{utile} \geq \frac{1}{2} d(v^2) + g \cdot dz + \frac{dP}{\mu}$$

pour un système infinitésimal en régime permanent. $\Rightarrow$

pour un système ouvert en régime permanent, entre une entrée et une sortie infiniment proches :

$$ds \geq \frac{\delta q}{T} \Leftrightarrow \delta w_{utile} \geq \frac{1}{2} d(v^2) + g \, dz + \frac{dP}{\mu}$$

où δq est le transfert thermique massique et T la température,

v est la vitesse d'écoulement du fluide,

z est l'altitude et g le champ de pesanteur,

δw_{utile} est le travail utile massique,

μ est la masse volumique du fluide et P la pression.



Travail de transvasement : s'y retrouver

le travail massique de transvasement est : $w_t = \int_A^B v \cdot dP$ qui s'exprime en $J \cdot kg^{-1}$ (NB : $v = \frac{1}{\mu}$ est le volume massique).



9 Travail de transvasement d'un lac dans un autre *exercice*

On s'intéresse à de l'eau de masse volumique $\mu = 1 \, kg \cdot L^{-1}$ pompée depuis un lac de vallée vers un lac d'altitude 250 m plus haut.

▷ Calculer le travail de transvasement.

▷ Quel est le travail utile massique minimal que fournissent les pompes ?

▷ Le travail de transvasement est nul car $P_s = P_e = P_{atm}$.

▷ $w_{utile} \geq g \cdot (z_s - z_e) = 2500 \, m \cdot J \cdot kg^{-1}$.

III- Etudes de machines thermiques

1. Etude fonctionnelle des machines thermiques



Rendement d'une machine thermique : définition

Le rendement d'une machine thermique est le rapport de ce qui est récupéré, sur ce que l'on a fourni.



Rendement d'un moteur : s'y retrouver

Le rendement d'un moteur est le rapport

de ce qui est récupéré (le travail, $-W$),

sur ce que l'on a fourni (la chaleur à la source chaude $Q_c > 0$) :

$$\eta_{moteur} = \frac{-W}{Q_c}$$

A cause du second principe, le rendement d'un moteur est limité : $0 < \eta_{moteur} < 1$.

✳ Rendement d'un réfrigérateur : s'y retrouver

Le rendement d'un réfrigérateur (ou un climatiseur, ou encore un congélateur) est le rapport de ce qui est récupéré (la chaleur prélevée à la source froide $Q_f > 0$), sur ce que l'on a fourni (le travail, W) :

$$\eta_{frigo} = \frac{Q_f}{W}$$

La valeur de ce rendement est quelconque : $\eta_{frigo} > 0$.

✳ Rendement d'une pompe à chaleur : s'y retrouver

Le rendement d'une pompe à chaleur est le rapport de ce qui est récupéré (la chaleur donnée à la source chaude $-Q_c$), sur ce que l'on a fourni (le travail, W) :

$$\eta_{pac} = \frac{-Q_c}{W}$$

Pour qu'une pompe à chaleur ait un intérêt, il faut que son rendement soit meilleur que celui d'une simple résistance électrique qui transforme intégralement du travail en chaleur : $\eta_{pac} > 1$.

👁 Différentes machines thermiques schéma

La figure 5 représente le schéma simplifié des transferts énergétiques mis en jeu pour les différents types de machines thermiques. En vert, la grandeur recherchée et en rouge la grandeur coûteuse.

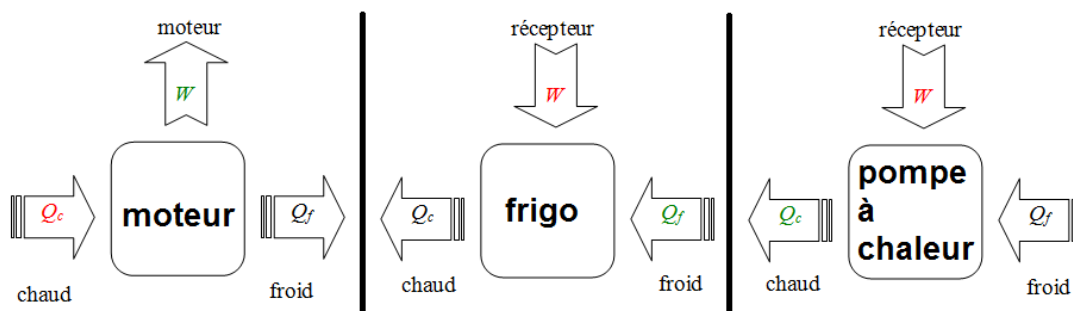


FIGURE 5 – Différentes machines thermiques

2. Diagrammes pour étudier les machines thermiques

✳ Diagramme de Clapeyron : s'y retrouver

dans le diagramme de Clapeyron, on trace la pression P en fonction du volume V .

L'aire sous la courbe ($\int P \, dV$) est égale à l'opposé du travail des forces de pression dans le cas réversible.

✳ Diagramme entropique : s'y retrouver

on trace la température T en fonction de l'entropie S dans le diagramme entropique.

L'aire sous la courbe ($\int T \, dS$) est égale au transfert thermique dans le cas réversible.



Intérêts du diagramme de Clapeyron et du diagramme entropique : *schéma*

La figure 6 représente le calcul du travail dans le cas du diagramme de Clapeyron et de la chaleur dans le cas du diagramme entropique. $\delta W = -P_{imp}.dV$ étant le travail élémentaire (pour une pression imposée P_{imp}), l'intégrale dans le diagramme de Clapeyron est l'opposé du travail des forces de pression dans le cas d'une évolution réversible ($P_{imp} = P$) :

$$W_{AB} = - \int_A^B P.dV$$

$\delta Q = T_{imp}.\delta S_{ech}$ étant le transfert thermique élémentaire (avec une source à la température imposée T_{imp}), l'intégrale dans le diagramme entropique est la chaleur échangée par le système dans le cas d'une évolution réversible ($T_{imp} = T$ et $dS = \delta S_{ech}$) :

$$Q_{AB} = + \int_A^B T.dS$$

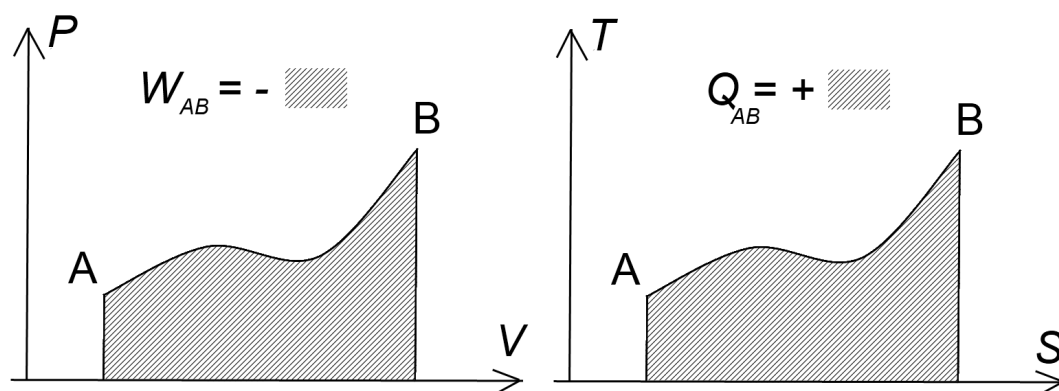


FIGURE 6 – Intérêts du diagramme de Clapeyron et du diagramme entropique :



10 Cycles moteurs et cycles récepteurs dans les diagrammes entropique et de Clapeyron : *théorème*

$\delta W = -P_{imp}.dV$ étant le travail élémentaire (pour une pression imposée P_{imp}), l'intégrale dans le diagramme de Clapeyron est l'opposé du travail des forces de pression dans le cas d'une évolution réversible ($P_{imp} = P$) :

$$W_{rev} = - \int P dV$$

$\delta Q = T_{imp} \delta S_{ech}$ étant le transfert thermique élémentaire (avec une source à la température imposée T_{imp}), l'intégrale dans le diagramme entropique est la chaleur échangée par le système dans le cas d'une évolution réversible ($T_{imp} = T$ et $dS = \delta S_{ech}$) :

$$Q_{rev} = + \int T.dS$$

De plus, les aires sont égales dans les deux diagrammes (car $\Delta U = W + Q = 0$ sur un cycle). $\Rightarrow$ la représentation d'un cycle suivi par un système "tourne" dans le même sens dans le diagramme entropique et dans le diagramme de Clapeyron :

- un cycle récepteur "tourne" dans le sens trigonométrique ;
- un cycle moteur "tourne" dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le système échange, au cours d'un cycle récepteur réversible :

$$|Q_{rev}| = |W_{rev}| = \text{aire balayée}$$

dans le diagramme entropique ou dans le diagramme de Clapeyron.



Exemples de cycle dans les diagrammes entropique et de Clapeyron *schéma*

La figure 7 représente un diagramme de Clapeyron et un diagramme entropique pour un cycle de Carnot.

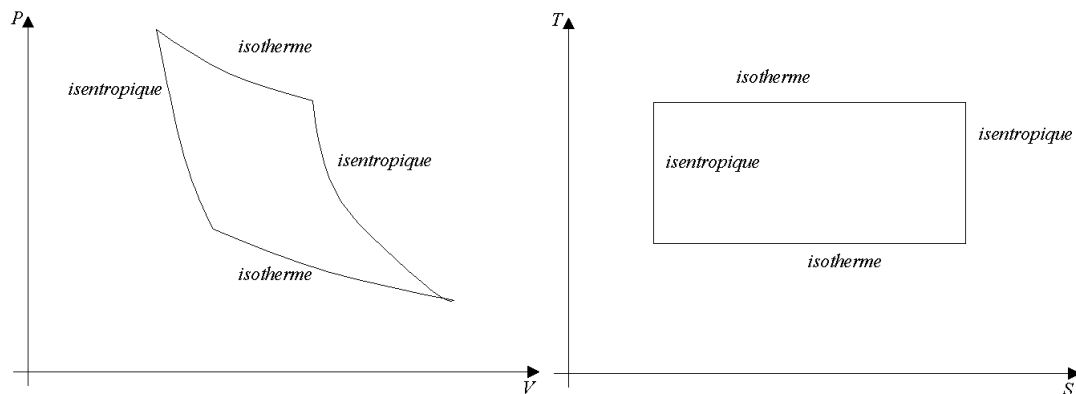


FIGURE 7 – Exemples de cycle dans les diagrammes entropique et de Clapeyron



Diagramme enthalpique (ou de Mollier) : *s'y retrouver*

on trace la pression P en fonction de son enthalpie massique h dans le diagramme enthalpique. Y sont représentées :

- les isenthalpes $h = cste$;
- les isobares $P = cste$;
- les isothermes $T = cste$;
- les isentropes $S = cste$, soit adiabatique réversible ;
- les isotitres : pourcentage de vapeur constant dans la zone liquide-vapeur.



Intérêts du diagramme enthalpique : *schéma*

La figure 8 représente un diagramme enthalpique (ou de Mollier) simplifié. Un tel diagramme permet de représenter et de relier graphiquement la pression P d'un fluide en fonction de son enthalpie massique h . La courbe de saturation découpe le diagramme en trois zones : liquide, liquide-vapeur et vapeur. Le diagramme est constitué de différentes familles de courbes :

- les isenthalpes : ce sont les droites d'enthalpie massique constante, elles sont verticales ;
- les isobares : ce sont les droites de pression constante, elles sont horizontales ;
- les isothermes : ce sont les courbes de température constante ;
- les isentropes : ce sont les courbes où la transformation du fluide s'effectue de façon réversible et sans échange de chaleur (avec l'extérieur) ;
- les isotitres : ce sont les courbes de pourcentage de vapeur constant dans la zone liquide-vapeur.

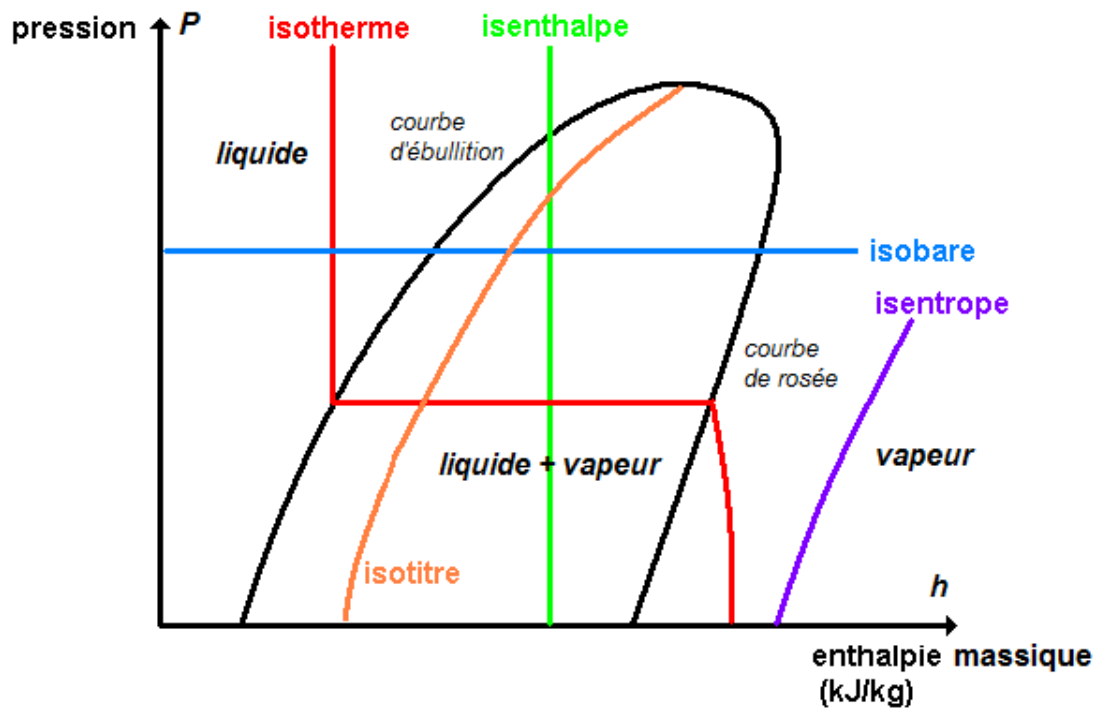
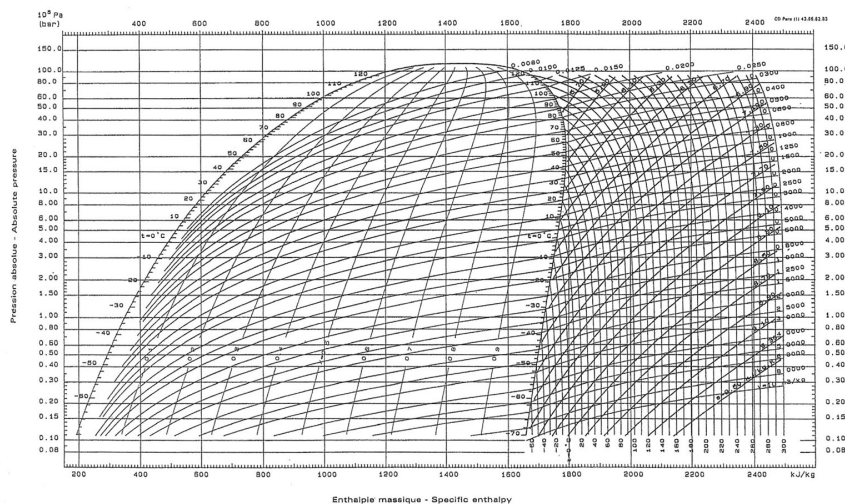


FIGURE 8 – Intérêts du diagramme enthalpique :

Exemple de diagramme enthalpique *photo*

Ammoniac (R 717)

(Ammoniac NH₃)

le diagramme enthalpique de l'ammoniac

Intérêt du diagramme enthalpique *s'y retrouver*

Chaque fluide de machine thermique a son diagramme enthalpique qui permet de suivre l'évolution de ce fluide dans son circuit au cours de son cycle. Il est l'outil indispensable du technicien en énergétique car il permet de déterminer les différentes puissances mises en jeu au cours des phases du cycle.

1) Cycle de Rankine d'une centrale thermique *exercice*

Les transformations du circuit secondaire d'une centrale thermique sont modélisées par :

- de A à B : compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression $P_1 = 0,10$ bar à la pression $P_2 = 70$ bar, du liquide saturant sortant du condenseur à la pression P_1 (point A) ;
- de B à D : échauffement isobare à P_2 du liquide dans le générateur de vapeur jusqu'à un état de liquide saturant (point D) ;
- de D à E' : vaporisation totale isobare à P_2 jusqu'à un état de vapeur sèche de température 400°C (point E') ;
- de E' à F' : détente adiabatique réversible de P_2 à P_1 . En F' l'état est un mélange liquide vapeur.
- de F' à A : liquéfaction totale isobare dans le condenseur à P_1 , de la vapeur présente en F' .

- 1) Sur le diagramme enthalpique de l'eau (en coordonnées (P, h)), positionner les points du cycle.
- 2) A l'aide de ce diagramme, déterminer numériquement le rendement du cycle avec surchauffe.

DIAGRAMMES (T, s) ET (P, h)

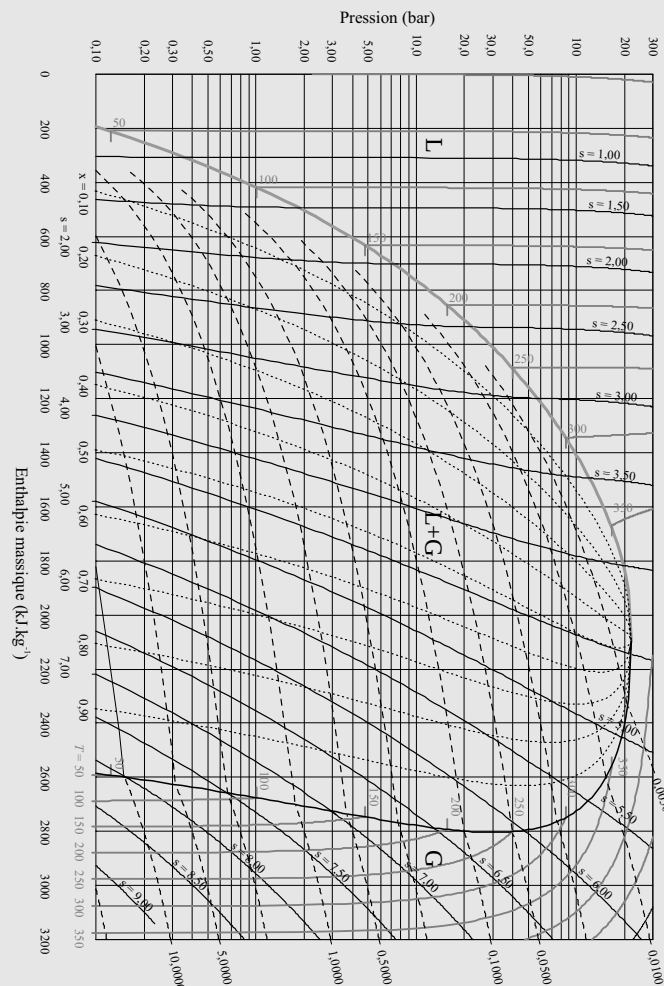


Figure 1.10 – Diagramme (P, h) de l'eau. L'échelle de pression est logarithmique. Les températures sont en $^\circ\text{C}$, les entropies massiques en $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ et les volumes massiques en $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$.

Correction :

1) L'allure du cycle de Rankine surchauffé dans le diagramme enthalpique (P, h) est représenté sur la figure 9.

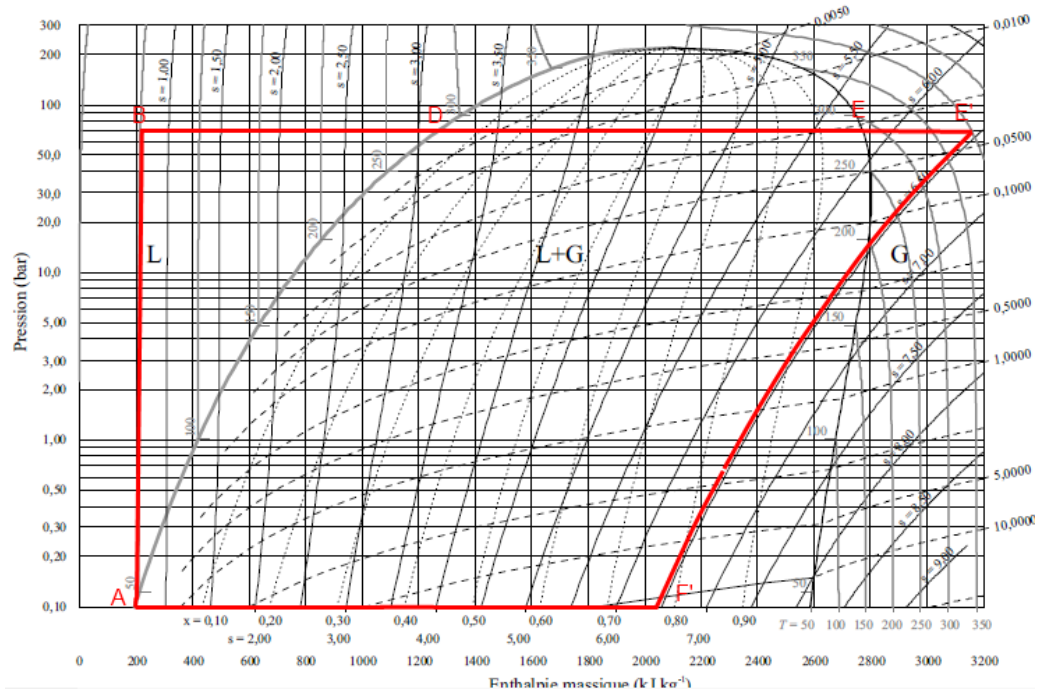


FIGURE 9 – cycle de Rankine surchauffé dans le diagramme enthalpique (P, h)

2) Le rendement est $\eta = \frac{-W}{Q_1} = \frac{-w_{AB} - w_{E'F'}}{q_1}$ soit $\eta' = 37\%$.

Éléments de correction :

Le rendement est $\eta = 37\%$.

Les techniques mathématiques à connaître

Fonctions de plusieurs variables

Fonctions de plusieurs variables : les fonctions d'état thermodynamiques sont des grandeurs thermodynamiques qui ne dépendent que de l'état d'équilibre thermodynamique. Ce sont des fonctions mathématiques de v variables où v est la variance.

Exemple $f : (x; y) \mapsto f(x; y)$

Imaginons pour simplifier que le nombre de variables est 2 et nommons les x et y (en thermodynamique, on dira que la variance v est égale à 2). On généralisera sans peine.

Transformation infinitésimale : lors d'une transformation infinitésimale ($x \rightarrow x + dx$ et $y \rightarrow y + dy$), la variation δf de f est alors une différentielle totale et est notée df . La fonction d'état f va passer de f à $f + df$ avec :

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x dy$$

La dérivée explicite de f à y constant est $\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y$, elle est obtenue en considérant y comme constante dans l'expression de f lors de la dérivation.

De la même façon, on définit $\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x$.

Propriétés des dérivées partielles :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \left(\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y \right)_x = \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)_x \right)_y = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_y = \frac{1}{\left(\frac{\partial x}{\partial f} \right)_y}$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

Lors d'une transformation finie :

$$\left. \begin{matrix} E_1 \\ x_1 \\ y_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} E_2 \\ x_2 = x_1 + \Delta x \\ y_2 = y_1 + \Delta y \end{matrix} \right.$$

quel que soit le "chemin suivi" par la transformation, la fonction d'état f va passer de f_1 à f_2 avec :

$$\Delta f = \int_{f_1}^{f_2} df = f_2 - f_1$$

qui ne dépend pas du chemin suivi, seulement des états initial (E_1) et final (E_2).

Forme différentielle : lors d'une transformation infinitésimale ($x \rightarrow x + dx$ et $y \rightarrow y + dy$),

$$\delta g = \alpha dx + \beta dy$$

δg est appelée forme différentielle.

$g = \int_{1 \rightarrow 2} \delta g$ dépend a priori du chemin suivi de l'état initial à l'état final

$$g(\text{chemin } A) \neq g(\text{chemin } B)$$

Condition pour qu'une forme différentielle soit une différentielle totale :

$$\delta g = \alpha dx + \beta dy = dg = \left(\frac{\partial g}{\partial x} \right)_y dx + \left(\frac{\partial g}{\partial y} \right)_x dy \Leftrightarrow \left(\frac{\partial \beta}{\partial x} \right)_y = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} \right)_x$$

Technique à maîtriser

jeudi 7 septembre 2017

I- Les capacités exigibles

1. Bilans d'énergie et d'entropie



ce qu'il faut savoir faire *capacités*

Définir le système.
Exploiter les conditions imposées par le milieu extérieur pour déterminer l'état d'équilibre final.
Utiliser le vocabulaire usuel : évolutions isochore, isotherme, isobare, monobare, monotherme.
Calculer le travail par découpage en travaux élémentaires et sommation sur un chemin donné dans le cas d'une seule variable.
Calculer une pression à partir d'une condition d'équilibre mécanique.
Connaître et utiliser l'équation d'état des gaz parfaits.
Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour un gaz parfait.
Savoir que $U_m = U_m(T)$ pour une phase condensée incompressible et indilatable.
Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan énergétique faisant intervenir travail W et transfert thermique Q .
Exploiter l'extensivité de l'énergie interne.
Distinguer le statut de la variation de l'énergie interne du statut des termes d'échange.
Calculer le transfert thermique Q sur un chemin donné connaissant le travail W et la variation de l'énergie interne ΔU .
Définir un système fermé et établir pour ce système un bilan entropique.
Exploiter l'extensivité de l'entropie.

2. Etude des écoulements



ce qu'il faut savoir faire *capacités*

Exprimer le premier principe sous forme de bilan d'enthalpie dans le cas d'une transformation monobare avec équilibre mécanique dans l'état initial et dans l'état final.
Établir les relations $\Delta h + \Delta e = w_u + q$ et $\Delta s = s_e + s_c$.
Utiliser les relations $\Delta h + \Delta e = w_u + q$ et $\Delta s = s_e + s_c$ pour étudier des machines thermiques réelles.

3. Etude des machines thermiques



ce qu'il faut savoir faire *capacités*

Interpréter géométriquement le travail des forces de pression dans un diagramme de Clapeyron.
Positionner les phases dans les diagrammes (P, T) et (P, v) .
Donner le sens des échanges énergétiques pour un moteur ou un récepteur thermique ditherme.
Définir un rendement ou une efficacité et la relier aux énergies échangées au cours d'un cycle. Justifier et utiliser le théorème de Carnot.
Citer quelques ordres de grandeur des rendements des machines thermiques réelles actuelles.
Etudier des machines thermiques réelles à l'aide de diagrammes thermodynamiques (T, s) et (P, h) .

II- Méthodes

1. Bilans d'énergie et d'entropie

A) Faire un bilan d'énergie *méthode*

Faire un bilan énergétique revient à calculer :

- un travail ($W = - \int P_{imp} dV$, ce qui peut se faire si on connaît la pression imposée, qui est P si la transformation est réversible) ;
- un transfert thermique (Q qui est nul si la transformation est adiabatique) ;
- une variation d'énergie interne (ΔU qui, pour un gaz parfait vaut $\Delta U = \int c_V . dT$).

Ces trois grandeurs sont reliées par le premier principe, de sorte que, si on en a trouvé deux, on a la troisième.

B) Faire un bilan entropique *méthode*

Faire un bilan entropique revient à calculer :

- une entropie créée (S_c qui est nulle si la transformation est réversible) ;
- une entropie échangée ($S_e = \int \frac{\delta Q}{T_{imp}}$) ;
- une variation d'entropie (qui peut se calculer en imaginant une transformation réversible ayant mêmes états initial et final).

Ces trois grandeurs sont reliées grâce au second principe, de sorte que, si on en a trouvé deux, on a la troisième.

2. Etude des écoulements

C) Etudier un écoulement en régime stationnaire *méthode*

Il faut définir un système ouvert (entre deux abscisses de l'écoulement), et définir un système fermé coïncident à t et à $t + dt$.

Ne pas oublier qu'en régime stationnaire le débit se conserve.

3. Etude des machines thermiques

D) Etudier une machine thermique *méthode*

Préalablement à l'étude de la machine thermique, il est bon de faire un petit schéma qui définit les signes des échanges de cette machine (pour le travail et les transferts thermiques).

Ceci permet définir le rendement (ou l'efficacité : rapport de ce que l'on cherche à obtenir sur ce que l'on fournit, en valeur absolue), de relier aux transferts thermique, et de le calculer.

Rappelons que les diagrammes de Clapeyron et entropique sont parcourus dans le même sens (horaire pour un moteur et trigonométrique pour un récepteur).

E) Utiliser un diagramme enthalpique *méthode*

★ Il s'agit de tracer le cycle dans le diagramme du fluide et de repérer sur ce diagramme les différents points (P_k, h_k) dans le cycle réel.

★ La donnée des différentes enthalpies massique h_k permet de connaître les puissances et puissances thermiques échangées. En effet, le premier principe pour un fluide en mouvement lors d'un écoulement stationnaire (de débit massique D_m) peut se réécrire :

$$P_{th} + P = D_m \Delta h$$

Ainsi, dans une machine thermique, la variation d'enthalpie massique Δh permet de calculer facilement :

- les transferts thermiques P_{th} lors du passage du fluide dans les échangeurs : $P_{th} = D_m \Delta h$ en
 - le travail échangé lors d'une compression (dans un compresseur) ou lors d'une détente (dans un détendeur) : $P = D_m \Delta h$.
- ★ Enfin, ces différentes puissances et puissances thermiques permettent de calculer le rendement ou efficacité de la machine thermique :

$$\eta = \frac{P_{intéressante}}{P_{couteuse}}$$

III- Exercices

1. Bilans d'énergie et d'entropie

1.1) Chaleur échangée par un corps qui chute

On lâche sans vitesse initiale dans le champ de pesanteur uniforme (de valeur $g = 9,81 m.s^{-2}$) un corps solide assimilé à un point matériel, de masse $m = 5,0 kg$. A la fin de la chute (d'une hauteur de $h = 2,0 m$), sa vitesse est $v_f = 9,0 m.s^{-1}$. Le travail des forces de frottement est $W_1 = -50 J$. On suppose que la température ainsi que le volume du corps restent constante.

- 1) En déduire la variation d'énergie interne ΔU .
- 2) Déterminer la variation d'énergie cinétique ΔE_c .
- 3) Calculer les autres travaux des forces W_2 .
- 4) Conclure en déterminant la chaleur Q échangée par ce corps en joules et en calories.

- 1) $\Delta U = 0$.
- 2) $\Delta E_c = \frac{1}{2} m.v_f^2 = 2,0 \cdot 10^2 J$.
- 3) Travail du poids : $W_2 = -\Delta E_p = m.g.h = 98 J$.
- 4) $Q = \Delta E_c + \Delta U - W_1 - W_2 = 1,5 \cdot 10^2 J = 37 cal$.

1.2) Un bon bain chaud

On veut préparer un bain de $V_{tot} = 120 L$ d'eau à $\theta_0 = 35^\circ C$ en mélangeant un volume V_1 d'eau chaude à $\theta_1 = 72^\circ C$ et un volume V_2 d'eau froide à $\theta_2 = 16^\circ C$. On négligera les échanges thermiques avec l'atmosphère et la baignoire.

- 1) Déterminer V_1
- 2) et V_2 .

- $V_{tot} = V_1 + V_2$ et $c.\mu.V_1\theta_1 + c.\mu.V_2\theta_2 = c.\mu.V_{tot}.\theta_0$. Soit :
- 1) $V_1 = 41 L$
- 2) $V_2 = 79 L$.

1.3) Etirement d'un ressort

On considère un ressort parfaitement élastique de constante de raideur k . Initialement, sa température est T_i et sa longueur est l_0 , la longueur à vide. On va considérer deux transformations qui l'amèneront au même état final, de longueur $l_f = l_0 + \Delta l$, et de température $T_f = T_i$.

- 1) Lors de la transformation 1, on allonge progressivement le ressort (de façon réversible), et de façon adiabatique.
 - 1.a) Déterminer la variation d'énergie interne ΔU .
 - 1.b) En déduire le travail W_1 de l'opérateur.
- 2) Lors de la transformation 2, on allonge brutalement le ressort, avec une force constante F_2 .
 - 2.a) Quelle doit être cette force F_2 ?
 - 2.b) Calculer le travail W_2 de l'opérateur.
 - 2.c) Quelle est la variation d'énergie interne lors de cette transformation ?
 - 2.d) En déduire la chaleur échangée Q_2 .

1) Transformation 1 :

1.a) $\Delta U = \Delta E_p = \frac{1}{2}k.\Delta l^2$.

1.b) $Q_1 = 0 \Rightarrow W_1 = \frac{1}{2}k.\Delta l^2$.

2) Transformation 2 :

2.a) $F_2 = k.\Delta l$ à la fin, donc tout le temps.

2.b) $W_2 = F_2.\Delta l = k.\Delta l^2$.

2.c) La variation d'énergie interne ne dépend pas de la transformation, seulement des états initial et final.

2.d) $Q_2 = \Delta U - W_2 = -\frac{1}{2}k.\Delta l^2$.

1.4) Trois travaux différents

On considère $n = 2,00 \text{ mol}$ de gaz parfait, que l'on fait passer de façon quasistatique de l'état initial $A(P_A, V_A, T_A)$ à l'état final $B(P_B = 3.P_A, V_B, T_B = T_A = 300K)$ par trois chemins distincts.

1) Calculer dans chaque cas les travaux mis en jeu en fonction de n , R et T_A et faire l'application numérique pour :

1.a) chemin 1 : transformation isotherme;

1.b) chemin 2 : transformation composée d'une isochore puis d'une isobare.

1.c) chemin 3 : transformation représentée par une droite en diagramme de Clapeyron (P, V);

2) Représenter les trois chemins en diagramme de Clapeyron.

1) Travaux :

1.a) $W_1 = n.R.T_A \cdot \ln 3 = 5,48 \text{ kJ}$;

1.b) $W_2 = 2.n.R.T_A = 9,98 \text{ kJ}$;

1.c) $W_3 = \frac{4}{3}n.R.T_A = 6,65 \text{ kJ}$.

1.5) Compressions d'un gaz parfait

On comprime $n = 1,0 \text{ mol}$ de dioxygène, assimilé à un gaz parfait diatomique depuis la température $T_i = 300K$ et la pression $P_i = 1,0.10^5 \text{ Pa}$, jusqu'à la température $T_f = 300K$ et la pression $P_f = 5,0.10^5 \text{ Pa}$.

1) Calculer les volumes :

1.a) V_i initial,1.b) et V_f final.

2) Calculer travail et chaleur échangés par le gaz

2.a) lors d'une compression isotherme;

2.b) lors d'une transformation isochore (de P_i à P_f) suivie d'une transformation isobare (de V_i à V_f).2.c) lors d'une transformation isobare (de V_i à V_f) suivie d'une transformation isochore (de P_i à P_f).

1) Volumes :

1.a) $V_i = \frac{n.R.T_i}{P_i} = 24L$.

1.b) et $V_f = \frac{n.R.T_i}{P_f} = 5,0L$.

2) Travail et chaleur échangés par le gaz :

2.a) Compression isotherme : $W = n.R.T_i \cdot \ln\left(\frac{P_f}{P_i}\right) = 4,0 \text{ kJ} = -Q$.

2.b) Transformation isochore (de P_i à P_f) : $W_1 = 0$, suivie d'une transformation isobare (de V_i à V_f) : $W_2 = -P_f \cdot (V_f - V_i)$. Donc : $W = -P_f \cdot (V_f - V_i) = 10 \text{ kJ} = -Q$.

2.c) Transformation isobare (de V_i à V_f) : $W_1 = -P_i \cdot (V_f - V_i)$, suivie d'une transformation isochore (de P_i à P_f) : $W_2 = 0$. Donc : $W = -P_i \cdot (V_f - V_i) = 2,0 \text{ kJ} = -Q$.

1.6) Variation d'entropie d'un gaz parfait

1) Exprimer (à une constante près) l'entropie S de n moles d'un gaz parfait en fonction de son coefficient γ , de sa pression P , et du volume V .

2) En déduire la variation d'entropie ΔS de $n = 1,0 \text{ mol}$ de gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$ lorsqu'il passe de l'état initial de pression $P_0 = 1,0.10^5 \text{ Pa}$ et de volume $V_0 = 24L$ à l'état final de pression $P_1 = 5,0.10^5 \text{ Pa}$ en subissant :

2.a) une transformation adiabatique réversible;

2.b) une transformation isochore;

2.c) une transformation isotherme.

- 1) $S = \frac{n.R}{\gamma-1} \ln(P.V^\gamma) + cste.$
- 2) Application :
 - 2.a) Adiabatique réversible : $\Delta S = 0.$
 - 2.b) Isochore : $\Delta S = \frac{n.R}{\gamma-1} \ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right) = 33 J.K^{-1}.$
 - 2.c) Isotherme : $\Delta S = n.R. \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right) = n.R. \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right) = -13 J.K^{-1}.$

1.7) Entropie de mélange de deux gaz

Deux récipients (A) et (B) calorifugés communiquent par un robinet. Initialement, les deux récipients sont à la même température T_i et à la même pression P_i , et

- (A) contient $n(N_2) = 4,0 mol$ de diazote;
- (B) contient $n(O_2) = 1,0 mol$ de dioxygène.

On considérera les gaz comme parfaits et on pose $V_{tot} = V_A + V_B$, où V_A et V_B sont respectivement les volumes de (A) et de (B).

- 1) Quelles sont :
 - 1.a) la température finale T_f ?
 - 1.b) le volume V_A en fonction de V_{tot} ?
 - 1.c) le volume V_B en fonction de V_{tot} ?

On rappelle que l'entropie d'un gaz parfait à la pression P qui occupe un volume V est $S = \frac{n.R}{\gamma-1} \ln(P.V^\gamma) + cste.$

- 2) Déterminer
 - 2.a) la variation d'entropie $\Delta S(O_2)$ pour le dioxygène;
 - 2.b) la variation d'entropie $\Delta S(N_2)$ pour le diazote;
 - 2.c) l'entropie créée $S_{creee}.$

- 1) Questions préliminaires :
 - 1.a) $T_f = T_i.$
 - 1.b) $V_A = \frac{4}{5} V_{tot}.$
 - 1.c) $V_B = \frac{1}{5} V_{tot}.$
- 2) Entropies :
 - 2.a) Pour le dioxygène : $\Delta S(O_2) = n(O_2).R. \ln(5) = 13 J.K^{-1}$
 - 2.b) Pour le diazote : $\Delta S(N_2) = n(N_2).R. \ln\left(\frac{5}{4}\right) = 33 J.K^{-1}$
 - 2.c) Entropie créée $S_{creee} = n(O_2).R. \ln(5) + n(N_2).R. \ln\left(\frac{5}{4}\right) = 47 J.K^{-1}.$

1.8) Variation d'entropie d'un solide chauffé ou refroidi

Un solide de capacité thermique C , initialement à la température T_i , est mis en contact thermique avec une source de chaleur de température invariable $T_{ext}.$

- 1) Exprimer pour la transformation du solide :
 - 1.a) l'entropie échangée S_{ech} ;
 - 1.b) la variation d'entropie ΔS ;
 - 1.c) l'entropie créée $S_{creee}.$

2) Vérifier le signe de l'entropie créée S_{creee} si la température initiale du solide est très proche de celle de la source : $T_{ext} = T_i.(1 + \varepsilon)$ avec $\varepsilon \ll 1.$

- 1) Solide :
 - 1.a) $S_{ech} = C \frac{T_{ext} - T_i}{T_{ext}}.$
 - 1.b) $\Delta S = C. \ln\left(\frac{T_{ext}}{T_i}\right).$
 - 1.c) $S_{creee} = C. \left[\ln\left(\frac{T_{ext}}{T_i}\right) - \frac{T_{ext} - T_i}{T_{ext}} \right].$
- 2) $T_{ext} = T_i.(1 + \varepsilon)$ avec $\varepsilon \ll 1. \Rightarrow S_{creee} \approx \frac{C}{2} \varepsilon^2 > 0.$

1.9) Bilan d'entropie pour un solide métallique chauffé

On s'intéresse à $n = 1,0 \text{ mol}$ d'un métal solide de capacité thermique molaire égale à $3.R$. On négligera la variation de volume du solide.

1) On place le solide initialement à la température ambiante $T_a = 300 \text{ K}$ dans de l'eau bouillante (à la température $T_e = 373 \text{ K}$). Effectuer le bilan entropique : on déterminera pour le solide

1.a) la variation d'entropie ΔS ;

1.b) l'entropie échangée S_{ech} ;

1.c) l'entropie créée S_{creee} .

2) On sort maintenant le solide de l'eau bouillante, et on le laisse se refroidir au contact de l'air ambiant à $T_a = 300 \text{ K}$. Effectuer le bilan entropique : on déterminera pour le solide

2.a) la variation d'entropie ΔS ;

2.b) l'entropie échangée S_{ech} ;

2.c) l'entropie créée S_{creee} .

3) Le second principe est-il vérifié lors des deux transformations ?

1) Chauffage :

1.a) $\Delta S = 3.n.R. \ln \left(\frac{T_e}{T_a} \right) = 5,4 \text{ J.K}^{-1}$.

1.b) $S_{ech} = 3.n.R \frac{T_e - T_a}{T_e} = 4,9 \text{ J.K}^{-1}$.

1.c) $S_{creee} = 3.n.R. \left[\ln \left(\frac{T_e}{T_a} \right) - \frac{T_e - T_a}{T_e} \right] = 0,55 \text{ J.K}^{-1}$.

2) Refroidissement :

2.a) $\Delta S = 3.n.R. \ln \left(\frac{T_a}{T_e} \right) = -5,4 \text{ J.K}^{-1}$.

2.b) $S_{ech} = 3.n.R \frac{T_a - T_e}{T_a} = -6,1 \text{ J.K}^{-1}$.

2.c) $S_{creee} = 3.n.R. \left[\ln \left(\frac{T_a}{T_e} \right) - \frac{T_a - T_e}{T_a} \right] = 0,64 \text{ J.K}^{-1}$.

3) Dans les deux cas, $S_{creee} > 0$: les transformations sont irréversibles.

1.10) Bilan d'entropie pour une résistance électrique

Un courant électrique de $I = 1,0 \text{ A}$ circule dans un conducteur ohmique, de résistance $R = 30 \Omega$ pendant $\Delta T = 10'$ qui plonge dans de l'eau bouillante (à la température $T_0 = 373 \text{ K}$).

La température du résistor passe de la valeur initiale $T_i = 373 \text{ K}$ à la valeur finale $T_f = 400 \text{ K}$. La capacité thermique du résistor est de $C = 45 \text{ J.K}^{-1}$.

1) Effectuer le bilan entropique : on déterminera pour le résistor

1.a) la variation d'entropie ΔS ;

1.b) l'entropie échangée S_{ech} ;

1.c) l'entropie créée S_{creee} .

1) Bilan entropique :

1.a) $\Delta S = C. \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) = 3,1 \text{ J.K}^{-1}$.

1.b) $S_{ech} = \frac{C.(T_f - T_i) - R.I^2.\Delta T}{T_0} = 2,5 \text{ J.K}^{-1}$.

1.c) $S_{creee} = C. \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) - \frac{C.(T_f - T_i) - R.I^2.\Delta T}{T_0} = 0,69 \text{ J.K}^{-1}$.

1.11) Entropie de mélange de deux liquides

On mélange, à pression constante, une masse $m_1 = 0,50 \text{ kg}$ de pétrole (de chaleur massique $c = 2,1 \text{ J.K}^{-1}.\text{g}^{-1}$), à la température $\theta_1 = 77^\circ \text{ C}$, avec une masse $m_2 = 2,0 \text{ kg}$ de pétrole à la température $\theta_2 = 17^\circ \text{ C}$.

1) Déterminer littéralement, puis numériquement, la température d'équilibre T en fonction de m_1 , m_2 , T_1 et T_2 .

2) Puis faire un bilan d'entropie pour le système que constituent les deux corps en fonction de m_1 , m_2 , T_1 et T_2 , c et T . On fera aussi l'application numérique, pour :

2.a) l'entropie échangée S_{ech} ;

2.b) la variation d'entropie ΔS ;

2.c) l'entropie créée S_{creee} .

- 1) $T = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 302K$
- 2) Bilan d'entropie :
 - 2.a) $S_{ech} = 0$;
 - 2.b) $\Delta S = c \cdot \left(m_1 \ln \left(\frac{T}{T_1} \right) + m_2 \ln \left(\frac{T}{T_2} \right) \right) = 15,4 J.K^{-1}$;
 - 2.c) $S_{creee} = \Delta S = c \cdot \left(m_1 \ln \left(\frac{T}{T_1} \right) + m_2 \ln \left(\frac{T}{T_2} \right) \right) = 15,4 J.K^{-1} > 0$.

2. Etude des écoulements

2.12) Forme d'une tuyère

On s'intéresse à un écoulement unidimensionnel (suivant x) d'un gaz parfait en régime stationnaire dans un cylindre de section variable, la tuyère. On supposera le fonctionnement réversible et les bords athermes : l'écoulement est isentropique. On se placera dans le référentiel de la tuyère.

Les notations sont les suivantes :

$S(x)$ est la section de la tuyère à la cote x , et $r(x)$, son rayon ; $P(x)$, la pression ; $T(x)$, la température ; $v(x)$, le volume massique ; $c(x)$ la vitesse du gaz.

Pour les applications numériques, on s'intéressera par exemple à l'air : on prendra $M = 29 g.mol^{-1}$ et $\gamma = 1,4$.

- 1) Faire un bilan pour un système ouvert infinitésimal (de longueur dx) sur l'enthalpie massique h .

De même, faire un bilan d'entropie massique s . Dédurre de ces deux bilans la relation n° 1 : $v.dP = -c.dc$.

- 2) Ecrire la conservation du débit vérifiée par $S(x)$, $c(x)$ et $v(x)$. La dériver pour obtenir la relation n° 2.

3) Montrer que $dP = c_{son}^2 d\mu$ si l'écoulement est isentropique. Que vaut c_{son} ? Application numérique pour $T = 300K$. Dans la suite, on considérera que c_{son} est une constante (la température varie peu). Montrer alors la relation n° 3 :

$$dP = - \left(\frac{c_{son}}{v} \right)^2 . dv$$

- 4) Grâce aux trois relations, montrer que $S(x)$ et $c(x)$ vérifient la formule d'Hugoniot :

$$\frac{dS}{S} = \frac{dc}{c} \left(\frac{c^2}{c_{son}^2} - 1 \right)$$

Comment varie S en fonction de c ?

- 5) On supposera connu $c(x)$. Intégrer alors S en fonction de c .

- 1) Soit un système ouvert infinitésimal (de longueur dx) : $de_p + de_c + dh = \delta w_u + \delta q$.

Or la tuyère est atherme ($\delta q = 0$), horizontale ($de_p = 0$) et il n'y a pas de machine ($\delta w_u = 0$).

Donc $de_c + dh = 0 = c.dc + T.ds + v.dP$.

De plus, l'écoulement est isentropique ($ds = 0$), on trouve donc la relation n° 1 : $v.dP = -c.dc$.

- 2) Le débit massique se conserve : $D = \mu.c.S = cste = \frac{c.S}{v} \Rightarrow \frac{dc}{c} + \frac{dS}{S} - \frac{dv}{v} = 0$ (relation n° 2).

- 3) Comme l'écoulement est isentropique, $dP = \left(\frac{\partial P}{\partial \mu} \right)_S d\mu$. On reconnaît la compressibilité isentropique :

$$\chi_S = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \mu}{\partial P} \right)_S, \text{ qui est reliée par la relation de Reech à la compressibilité isotherme : } \chi_S = \frac{\chi_T}{\gamma}.$$

Enfin, pour un gaz parfait, $\chi_T = \frac{1}{P}$. On peut donc écrire : $dP = \frac{1}{\mu \cdot \chi_S} d\mu = \frac{\gamma}{\mu \cdot \chi_T} d\mu = \frac{\gamma \cdot P}{\mu} d\mu$.

Or, la loi des gaz parfaits : $P.v = \frac{R.T}{M}$ entraîne : $dP = \frac{\gamma.R.T}{M} d\mu$, soit $dP = c_{son}^2 . d\mu$, avec : $c_{son} = \sqrt{\frac{\gamma.R.T}{M}}$.

A.N : $c_{son} = 347 m.s^{-1}$.

Transformons la masse volumique en volume massique : $\mu = \frac{1}{v} \Rightarrow \frac{d\mu}{\mu} = -\frac{dv}{v}$. Ainsi, on trouve la relation n° 3 : $dP = - \left(\frac{c_{son}}{v} \right)^2 . dv$.

- 4) Formule d'Hugoniot :

Les relations 1 et 3 donnent : $\frac{c_{son}^2}{v} . dv = c.dc$, qui nous permet, grâce à la relation 2, de trouver : $\frac{dc}{c} + \frac{dS}{S} - \frac{c.dc}{c_{son}^2} = 0 \Rightarrow \frac{dS}{S} = \frac{dc}{c} \left(\frac{c^2}{c_{son}^2} - 1 \right)$ (formule d'Hugoniot).

Supposons que la vitesse augmente dans la tuyère ($dc > 0$). Alors il se présente deux possibilités :

$c < c_{son} \Rightarrow dS < 0$, donc la section de la tuyère diminue ;

mais si $c > c_{son} \Rightarrow dS > 0$, alors la section de la tuyère augmente.

La tuyère est donc d'abord convergente, puis si la vitesse dépasse celle du son, divergente.

- 5) L'intégration de la formule d'Hugoniot donne :

$$\frac{dS}{S} = \frac{c.dc}{c_{son}^2} - \frac{dc}{c} \Rightarrow \ln \left(\frac{S}{S_0} \right) = -Ln \left(\frac{c}{c_0} \right) + \frac{c^2 - c_0^2}{2.c_{son}^2} \Rightarrow S = \frac{S_0.c_0.e^{\frac{1}{2} \frac{c^2 - c_0^2}{c_{son}^2}}}{c}$$

2.13) Détente d'un gaz dans une tuyère convergente

On étudie la détente d'un gaz diatomique, dans une tuyère convergente, rigide et atherme, d'axe de révolution Oz horizontal, de section $S(z)$ perpendiculaire à Oz . L'écoulement du fluide est unidimensionnel et permanent, en particulier la vitesse moyenne est : $\vec{c} = c(z)\vec{e}_z$ avec $c(z) > 0$.

1) Le gaz entre dans la tuyère avec une vitesse c_e et une enthalpie h_e . Etablir la relation qui les lie à la vitesse c_s et l'enthalpie h_s à la sortie.

2) L'évolution étant supposée réversible, déterminer $h_s - h_e$ en fonction de la température T_e à l'entrée, du rapport $x = \frac{p_s}{p_e}$ des pressions à l'entrée et à la sortie, de γ et de $r = \frac{R}{M}$, M étant la masse molaire du gaz.

En déduire c_s , sachant que c_e est négligeable devant c_s .

3) Exprimer la conservation du débit massique D_m .

4) Exprimer la masse volumique à la sortie μ_s en fonction de μ_e , T_e , r et x .

5) Montrer que le débit est $D_m = A.S_s.f(x)$ avec :

$$f(x) = x^{\frac{1}{\gamma}} \left(1 - x^{1-\frac{1}{\gamma}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

A étant une constante que l'on déterminera en fonction de γ , r , p_e et T_e .

6) Pour quelle valeur critique x_c de x , le débit D_m est-il maximal?

Application numérique.

1) Le premier principe pour les systèmes ouverts implique dans ce cas :

$$\frac{c_e^2}{2} + h_e = \frac{c_s^2}{2} + h_s$$

2) $h_s - h_e = c_p.(T_s - T_e)$ avec la capacité calorifique massique : $c_p = \frac{\gamma.r}{\gamma-1}$.

L'évolution étant adiabatique réversible, on peut appliquer la loi de Laplace : $P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}.T = \text{cste}' \Rightarrow T_s = T_e.x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$. Or $c_e \ll c_s \Rightarrow$

$$c_s = \sqrt{2 \frac{\gamma.r}{\gamma-1} \left(1 - x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right).T_e}$$

3) Le débit massique est :

$$D_m = \mu_s.c_s.S_s = \mu_e.c_e.S_e$$

4) $\mu_s = \frac{P_s}{r.T_s}$ d'après la loi des gaz parfaits.

$$\left. \begin{array}{l} T_s = T_e.x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \\ P_s = x.P_e \end{array} \right\} \Rightarrow \mu_s = \frac{P_e}{r.T_e} x^{\frac{1}{\gamma}}$$

5) Le débit massique est donc :

$$D_m = \mu_s.c_s.S_s = \frac{P_e}{r.T_e} x^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{2 \frac{\gamma.r}{\gamma-1} \left(1 - x^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right).T_e}.S_s = A.S_s.f(x)$$

avec :

$$A = \frac{P_e}{T_e^{\frac{1}{2}}} \sqrt{\frac{2.\gamma}{r.(\gamma-1)}}$$

6) Pour trouver D_m maximal, il faut annuler la dérivée de f (ou mieux : celle de f^2) :

$$x_c = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0,528$$

2.14) Détente d'air dans une tuyère

On considère l'écoulement d'air (gaz diatomique supposé parfait caractérisé par $\gamma = \frac{7}{5}$) dans une conduite cylindrique horizontale de section variable, rigide et atherme.

Les données techniques sont les suivantes : le débit massique est $D_m = 3kg.s^{-1}$; à l'entrée, la vitesse est $c_e = 300m.s^{-1}$, la masse volumique $\mu_e = 5kg.m^{-3}$, la pression est $p_e = 5,4bar$ et la température est $T_e = 573K$; à la sortie, la vitesse est $c_s = 500m.s^{-1}$, la masse volumique $\mu_s = 1kg.m^{-3}$, la pression est $p_s = 1bar$ et la température T_s .

On donne la masse molaire de l'air : $M = 29g.mol^{-1}$.

1) Relier la variation d'enthalpie massique entre l'entrée de la conduite et la sortie, à la variation d'énergie cinétique massique correspondante.

2) En déduire la température de l'air à la sortie. Comparer cette détente à la détente de Joule-Thomson.

3) Quelle est la variation d'entropie de cette masse d'air ? L'écoulement est-il réversible ou irréversible ? Justifier.

4) Calculer les aires des sections droites de la conduite à l'entrée et à la sortie.

1) Le premier principe pour les systèmes ouverts implique dans ce cas :

$$\frac{c_e^2}{2} + h_e = \frac{c_s^2}{2} + h_s$$

2) $h_s - h_e = c_p.(T_s - T_e)$

avec la capacité calorifique massique : $c_p = \frac{\gamma.r}{\gamma-1}$ où $r = \frac{R}{M}$.

$$\Rightarrow T_s = T_e + \frac{\gamma-1}{2.\gamma.r} (c_e^2 - c_s^2) = 493K$$

alors que la détente de Joule-Thomson est isenthalpique, donc isotherme pour un gaz parfait.

3) L'entropie suit la loi :

$$dh = T.ds + v.dP = c_p.dT = \frac{\gamma.r}{\gamma-1}dT \Rightarrow ds = \frac{\gamma.r}{\gamma-1} \frac{dT}{T} - r \cdot \frac{dP}{P}$$

qui s'intègre en :

$$s_s = s_e + \frac{\gamma.r}{\gamma-1} \ln \frac{T_s}{T_e} - r \frac{P_s}{P_e} = 334J.K^{-1}$$

Comme la paroi est atherme, l'entropie échangée est nulle : toute la variation d'entropie est due à une création d'entropie. Ainsi, l'écoulement est irréversible.

4) Les aires des sections de la conduite, à l'entrée S_e et à la sortie S_s , sont telles que le débit massique se conserve :

$$D_m = \mu_s.c_s.S_s = \mu_e.c_e.S_e \Rightarrow \begin{cases} S_e = \frac{D_m}{\mu_e.c_e} = 20cm^2 \\ S_s = \frac{D_m}{\mu_s.c_s} = 60cm^2 \end{cases}$$

2.15) Robinet mélangeur

Un robinet mélangeur admet de l'eau froide (température T_f , débit massique D_f) et de l'eau chaude (température T_c , débit massique D_c).

1) Déterminer la température T de l'eau sortant du robinet.

On peut supposer le robinet adiabatique en régime permanent. La capacité thermique massique à pression constante c de l'eau ne dépend pas de la température. En régime permanent, l'enthalpie entrant dans le robinet pendant dt est égale à l'enthalpie sortant pendant la même durée : $\mu.c.D_c.T_c.dt + \mu.c.D_f.T_f.dt = \mu.c.(D_c + D_f).T.dt$, donc :

$$T = \frac{D_c.T_c + D_f.T_f}{D_c + D_f}$$

2.16) Réfrigérant

De l'air chaud ($P_i = 6bar$, $T_i = 500K$, de chaleur massique à pression constante $c_a = 1,0kJ.kg^{-1}.K^{-1}$.) est refroidi de façon isobare jusqu'à la température $T_f = 300K$, dans un échangeur parfaitement calorifugé.

Le fluide réfrigérant est constitué par de l'eau (de chaleur massique $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) qui entre à la température $\theta_e = 12^\circ\text{C}$ et qui sort à θ_s . Le débit massique d'eau est $D_e = 100 \text{ g.s}^{-1}$ et celui de l'air $D_a = 6,5 \text{ g.s}^{-1}$.

1) Calculer θ_s .

1) Bilan enthalpique pour l'air : $P_{tha} = D_a \cdot c_a \cdot (T_s - T_e)$.

Bilan enthalpique pour l'eau : $P_{the} = D_e \cdot c_e \cdot (\theta_s - \theta_e)$.

Le système est calorifugé, aussi : $P_{tha} + P_{the} = 0$.

Donc :

$$\theta_s = \theta_e - \frac{D_a \cdot c_a}{D_e \cdot c_e} (T_s - T_e) = 15^\circ\text{C}$$

2.17) Mélangeur

Un robinet mélangeur admet de l'eau froide (température T_f , débit massique D_f) et de l'eau chaude (température T_c , débit massique D_c).

1) Déterminer la température T de l'eau sortant du robinet.

1) On peut supposer le robinet adiabatique en régime permanent. La capacité thermique massique à pression constante c de l'eau ne dépend pas de la température. En régime permanent, l'enthalpie entrant dans le robinet pendant dt est égale à l'enthalpie sortant pendant la même durée :

$\mu \cdot c \cdot D_c \cdot T_c \cdot dt + \mu \cdot c \cdot D_f \cdot T_f \cdot dt = \mu \cdot c \cdot (D_c + D_f) \cdot T \cdot dt$, donc :

$$T = \frac{D_c \cdot T_c + D_f \cdot T_f}{D_c + D_f}$$

2.18) Compresseur adiabatique

Un compresseur amène de l'air de l'état atmosphérique ($P_i = 1 \text{ bar}$, $T_i = 300 \text{ K}$) jusqu'à l'état final ($P_f = 6 \text{ bar}$, T_f) sans échange de chaleur. La puissance du moteur qui l'entraîne est $P = 1,5 \text{ kW}$, et le débit massique est $D_m = 6,5 \text{ g.s}^{-1}$. On assimilera l'air à un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

1) Calculer la température T_f .

1) Un bilan d'enthalpie donne :

$c_p \cdot D_m \cdot (T_f - T_i) = P$, donc :

$$T_f = T_i + \frac{P}{c_p \cdot D_m} = 531 \text{ K}$$

3. Etude des machines thermiques

3.19) Détendeur de plongée

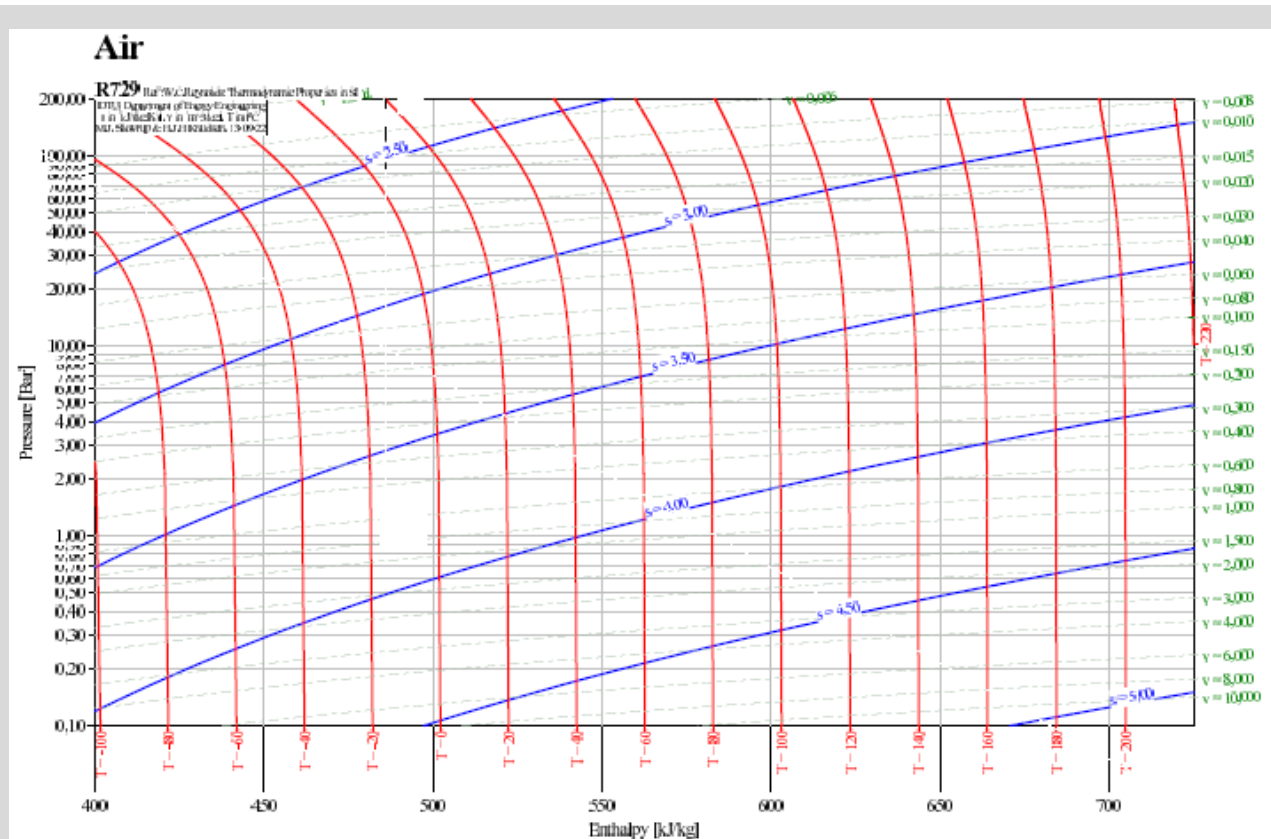
Pour pratiquer la plongée sous-marine, l'air est stocké dans des bouteilles à la pression $P_b = 200 \text{ bar}$.

A l'aide d'un système complexe de membrane déformable et de ressort, un détendeur fait circuler l'air à travers un mince étranglement, cet écoulement supposé adiabatique s'accompagnant d'une diminution de pression.

1) Relier l'enthalpie massique à la sortie du détendeur (h_s) à celle à l'entrée h_e .

Pour la plongée, un détendeur primaire, placé sur la bouteille, assure la détente de la haute pression (200 bar) vers une moyenne pression (10 bar) et la température de l'eau (qu'on supposera égale à 20°C). Un détendeur secondaire, placé au niveau de la bouche du plongeur, assure la détente vers la basse pression (1 bar).

2) Représenter la transformation subie par l'air dans le diagramme entropique suivant :



3) Interprétation.

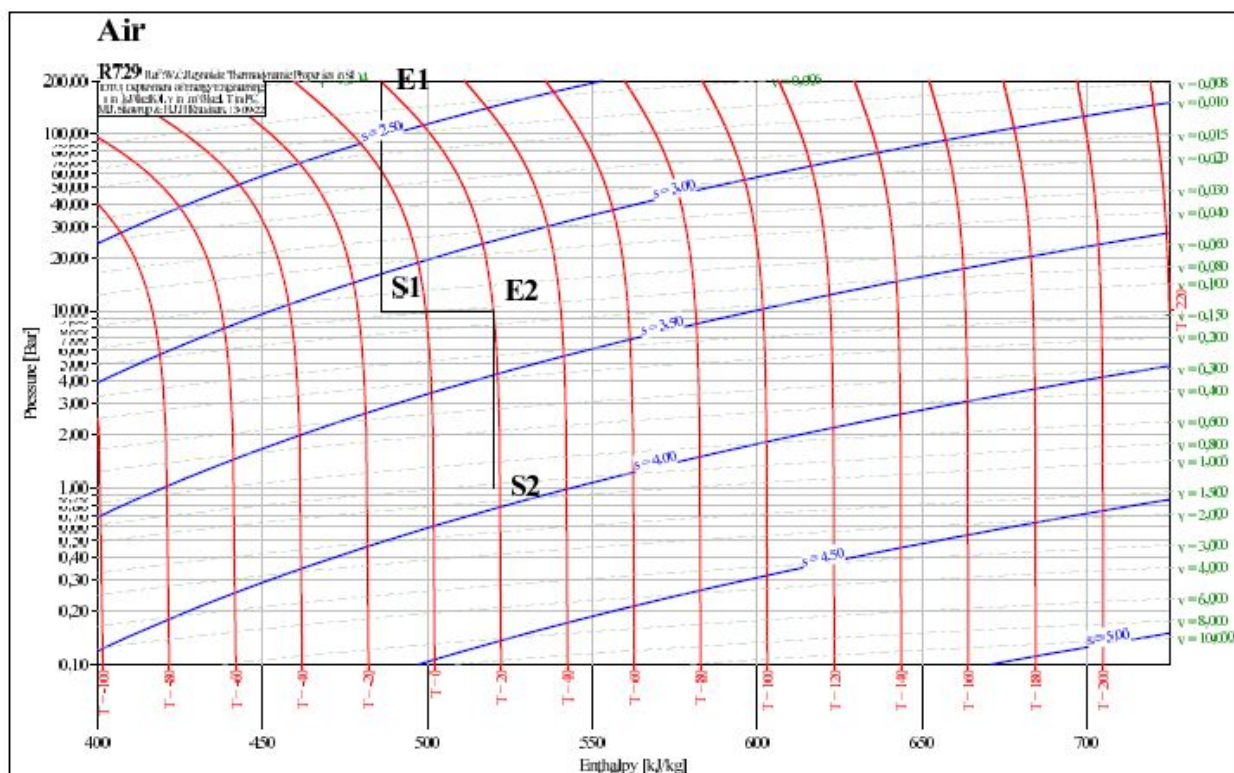
3.a) Montrer que la première détente est accompagnée d'une baisse importante de température.

3.b) Pourquoi le plongeur ne ressent-il pas une sensation d'air froid lors de l'inspiration ?

3.c) Déterminer la chaleur échangée par 10 g d'air dans le tube entre le premier et le second détendeur.

1) Pas de travail massique utile, ni de chaleur massique, donc

$$h_s - h_e = 0$$



2)

3) Interprétation :

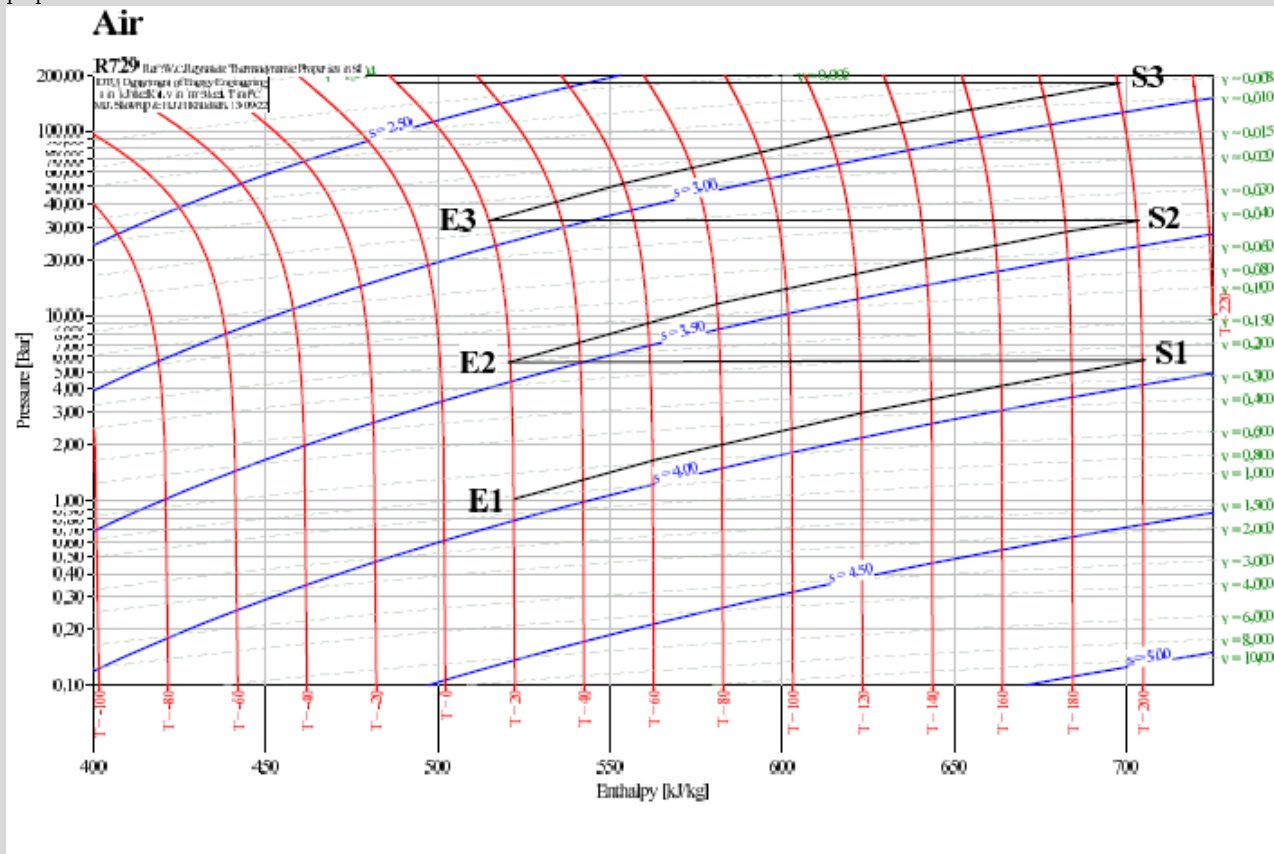
3.a) La première détente est accompagnée d'une baisse importante de température : -15°C environ.

3.b) La deuxième détente est pratiquement isotherme : à peine moins de 20°C , et le plongeur ne ressent pas une sensation d'air froid lors de l'inspiration.

3.c) La chaleur massique se lit sur le diagramme : $40\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Aussi, la chaleur échangée par 10 g d'air dans le tube entre le premier et le second détendeur vaut-elle 400 J.

3.20) Compresseur

Les transformations suivies par l'air soumis à un compresseur sont représentées dans le diagramme enthalpique ci-dessous :



1) Décrire les transformations :

1.a) $E_k \rightarrow S_k$,

1.b) et $S_k \rightarrow E_{k+1}$.

2) Déterminer pour toutes les phases $E_k \rightarrow S_k$, les valeurs numériques

2.a) des chaleurs massiques ;

2.b) des travaux utiles massiques.

1) Description des transformations :

1.a) $E_k \rightarrow S_k$ suit à peu près une isentropique : c'est une transformation adiabatique réversible. La pression augmente : c'est une compression.

1.b) $S_k \rightarrow E_{k+1}$ se fait à pression constante : c'est une isobare. La température repasse de 200°C à 20°C : c'est un refroidissement.

2) Echanges énergétiques massiques :

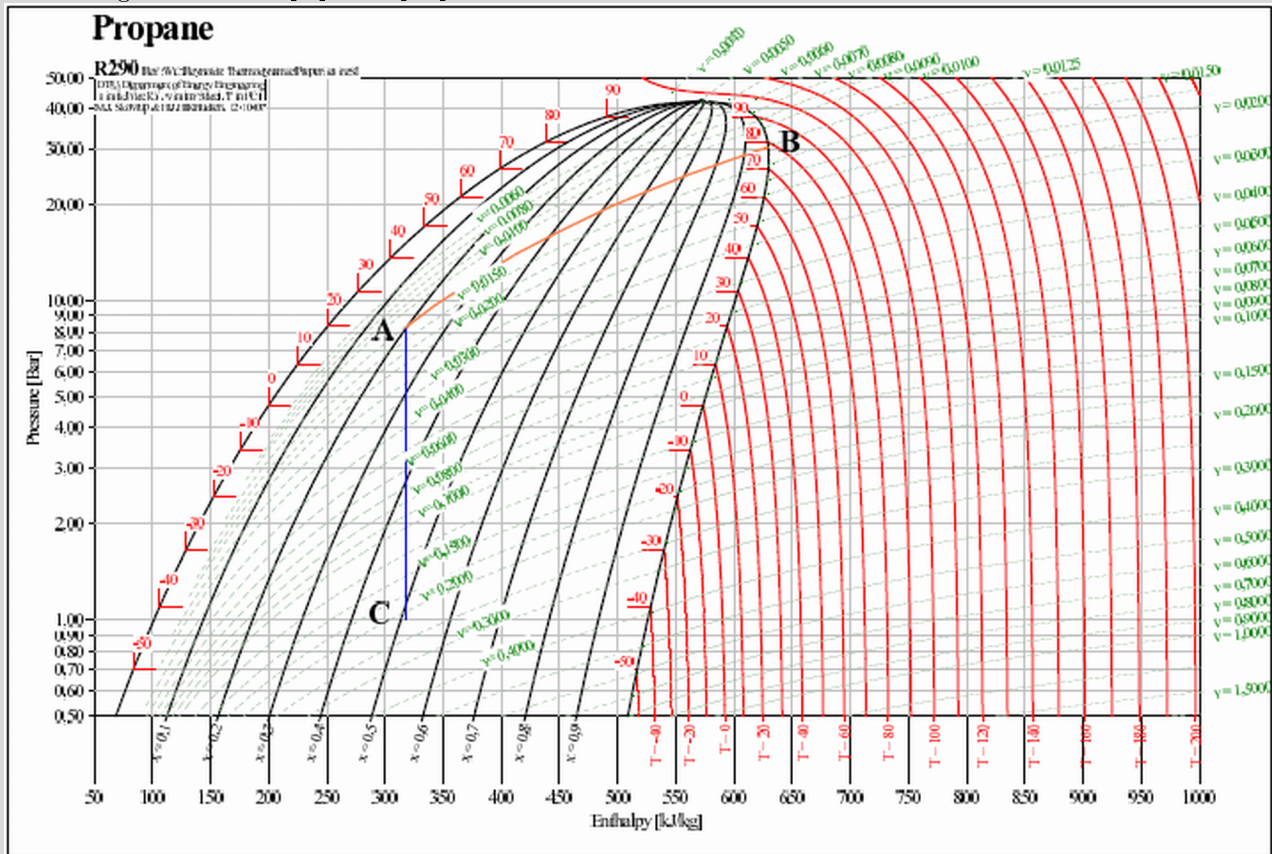
2.a) Pour $E_k \rightarrow S_k$: $h_s - h_e = w_u + q = w_u$ car la transformation est adiabatique. Donc $q = 0$ pour chacune de ces phases.

2.b) On lit sur le graphique $w_u = h_s - h_e \approx 705 - 520 = 185\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

3.21) Réservoir GPL

Le GPL (gaz de pétrole liquéfié), utilisé comme carburant par certains véhicules, peut être, pour simplifier, assimilé à du propane. Il est stocké sous la forme d'un mélange liquide-gaz dans le réservoir.

Le diagramme enthalpique du propane est donné ci-dessous :



1) Etat initial du réservoir.

Un réservoir de volume V contient une masse m de propane dans l'état du point A sur le diagramme.

Déterminer :

- 1.a) la température θ du propane;
- 1.b) sa pression P ;
- 1.c) sa fraction massique x en vapeur;
- 1.d) son volume massique v .

2) Echauffement du réservoir.

En cas d'échauffement accidentel (du à un incendie par exemple), le GPL risque d'exploser. Aussi, depuis 2001, les réservoirs GPL sont munis d'une soupape permettant d'évacuer le fluide dès que la pression dépasse 25 bar.

- 2.a) Pourquoi, si la température augmente, la transformation subie par le GPL suit-elle la courbe AB ?
- 2.b) A quelle température θ_{max} la soupape évacue-t-elle le GPL gazeux ?

3) Utilisation du GPL par le moteur

Entre la sortie du réservoir et les injecteurs du moteur, le GPL circule dans un vapo-détendeur (passif, sans échanges thermiques).

- 3.a) Pourquoi la transformation subie par le GPL dans le vapo-détendeur suit-elle la courbe AC ?

Comment évoluent alors :

- 3.b) la pression ?
- 3.c) la température ?
- 3.d) le volume massique ?
- 3.e) et la composition du mélange liquide-vapeur ?

1) Etat initial du réservoir.

On lit sur le diagramme enthalpique, au point A :

- 1.a) la température $\theta = 20^\circ\text{C}$ du propane;
- 1.b) sa pression $P = 8$ bar;
- 1.c) sa fraction massique $x = 0,2$ en vapeur;
- 1.d) son volume massique $v = 0,0150 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

2) Echauffement du réservoir.

2.a) Si la température augmente, à volume V constant et masse m fixe, la transformation subie par le GPL se fait à volume massique $v = 0,0150 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ constant. Aussi, suit-elle la courbe AB.

2.b) On lit sur la courbe AB la température $\theta_{\max} \approx 69^\circ\text{C}$ pour $P = 25 \text{ bar}$.

3) Utilisation du GPL par le moteur

3.a) Dans un vapo-détendeur, il n'y a pas de travail utile massique ("passif" $\Rightarrow w_u = 0$), ni chaleur massique ("sans échanges thermiques" $\Rightarrow q = 0$). Aussi, $h = \text{cste}$ (la transformation est isenthalpique) donc le GPL dans le vapo-détendeur suit la courbe AC.

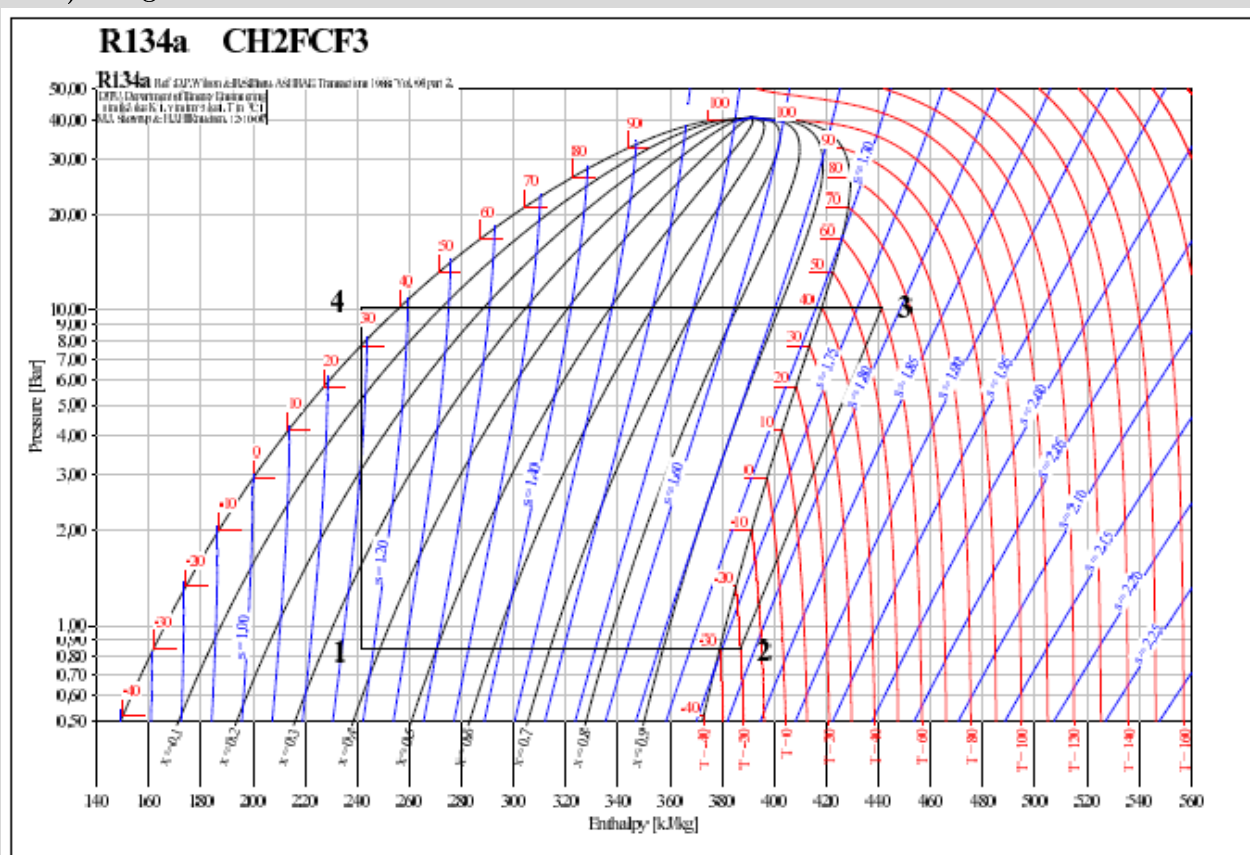
3.b) la pression P diminue;

3.c) la température θ diminue;

3.d) et la fraction de vapeur x augmente

3.e) ainsi que le volume massique v .

3.22) Congélateur



Le cycle suivi dans un congélateur par le fluide frigorigère R134a (CH₂F-CF₃) dans le diagramme enthalpique est donné ci-dessus.

1) Déterminer, pour chaque état (1, 2, 3 et 4) :

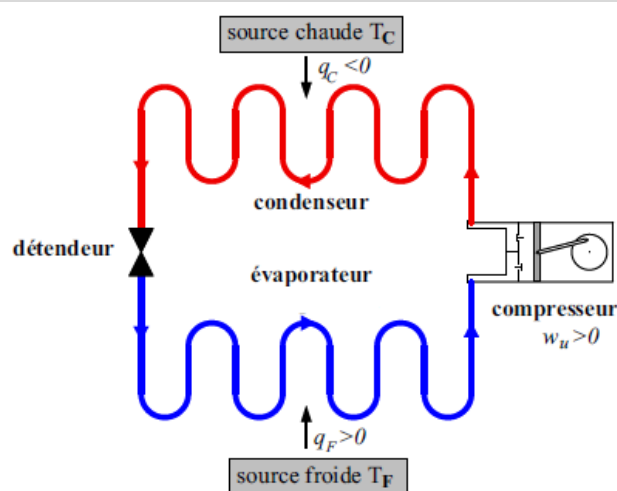
1.a) l'état physique (liquide, gaz ou mélange liquide vapeur de fraction x) ;

1.b) la pression P ;

1.c) la température θ .

Le schéma ci-contre fait apparaître les différents éléments dans lesquels circule le fluide :

- le compresseur
- le détendeur
- le condenseur
- l'évaporateur



2) Associer à chacun de ces précédents éléments une transformation du cycle (1 $\rightarrow$ 2, 2 $\rightarrow$ 3, 3 $\rightarrow$ 4 et 4 $\rightarrow$ 1). On donnera les caractéristiques de ces transformations.

3) Définir l'efficacité η du congélateur et déterminer sa valeur numérique.

1) Etats d'équilibre :

- 1 : mélange liquide vapeur de fraction massique $x = 0,35$ en vapeur, à la pression $P_1 = 0,85$ bar et à la température $\theta_1 = -30^\circ\text{C}$;
- 2 : gaz à la pression $P_2 = 0,85$ bar et à la température $\theta_2 = -20^\circ\text{C}$;
- 3 : gaz à la pression $P_3 = 10$ bar et à la température $\theta_3 = +60^\circ\text{C}$;
- 4 : liquide à la pression $P_4 = 10$ bar et à la température θ_4 non lisible.

2) Transformations

- 1 $\rightarrow$ 2 : l'évaporateur. Le fluide subit une transformation isobare et son enthalpie augmente.
- 2 $\rightarrow$ 3 : le compresseur. Le fluide subit une compression isentropique et son enthalpie augmente.
- 3 $\rightarrow$ 4 : le condenseur. Le fluide subit une transformation isobare et son enthalpie diminue.
- 4 $\rightarrow$ 1 : le détendeur. Le fluide subit une détente isenthalpique.

3) Efficacité du congélateur.

L'efficacité η du congélateur est le rapport de l'énergie intéressante (celle qui est prélevée à la source froide, q_f) sur celle qui est coûteuse (le travail utile w_u) :

$$\eta = \frac{q_f}{w_u}$$

Dans l'évaporateur, puisque le fluide n'échange pas de travail utile

$$\Delta h_{1 \rightarrow 2} = q_f \approx 390 - 240 = 150 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

Dans le compresseur, puisque le fluide subit une compression isentropique,

$$\Delta h_{2 \rightarrow 3} = w_u \approx 440 - 390 = 50 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

L'efficacité est donc :

$$\eta \approx \frac{150}{50} = 3$$

3.23) Cycle de Stirling

Un cycle de Stirling est formé de deux isothermes (aux températures T_1 et $T_2 < T_1$) et de deux isochores (aux volumes V_1 et $V_2 > V_1$) alternées. Le cycle est supposé réversible; il est décrit dans le sens moteur par un gaz parfait caractérisé par son γ .

1) En fonction des températures T_1 et T_2 , du taux de compression $a = \frac{V_2}{V_1}$ et de n , R et γ , établir les expressions :

- 1.a) de la quantité de chaleur Q_1 reçue par le système au cours d'un cycle moteur réversible;
- 1.b) de la quantité de chaleur Q_2 cédée par le système au cours d'un cycle moteur réversible;
- 1.c) du rendement thermodynamique η de ce cycle.

2) Comparaison avec le cycle de Carnot :

2.a) Quelle est l'expression du rendement du cycle de Carnot réversible η_0 correspondant (c'est à dire utilisant des sources dont les températures sont égales aux températures extrêmes précédentes) ?

2.b) Comparer les deux rendements et montrer que le sens de l'inégalité est indépendant des valeurs numériques des paramètres.

1) Cycle de Stirling :

$$1.a) \quad Q_1 = n.R. \left(T_1 \ln a + \frac{T_1 - T_2}{\gamma - 1} \right) > 0;$$

$$1.b) \quad Q_2 = -n.R. \left(T_2 \ln a + \frac{T_1 - T_2}{\gamma - 1} \right) < 0;$$

$$1.c) \quad \eta = 1 - \frac{T_2 \ln a + \frac{T_1 - T_2}{\gamma - 1}}{T_1 \ln a + \frac{T_1 - T_2}{\gamma - 1}}.$$

2) Comparaison avec le cycle de Carnot :

$$2.a) \quad \eta_0 = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

$$2.b) \quad \eta < \eta_0.$$

3.24) Cycle à trois temps

L'état initial d'une mole de gaz parfait est caractérisé par $P_0 = 2.10^5 Pa$, $V_0 = 14L$. On fait subir successivement à ce gaz les transformations réversibles suivantes :

- phase 1 : une détente isobare qui double son volume ;
- phase 2 : une compression isotherme qui le ramène à son volume initial ;
- phase 3 : un refroidissement isochore qui le ramène à l'état initial.

- 1) A quelle température s'effectue la compression isotherme ? En déduire la pression maximale atteinte.
- 2) Représenter le cycle dans le diagramme (P, V) .
- 3) Calculer, en fonction de P_0 , V_0 et $\gamma = 1,4$, les travaux et transferts thermiques échangés par le système au cours de chacune des phases du cycle :

3.a) W_1 et Q_1 ;

3.b) W_2 et Q_2 ;

3.c) W_3 et Q_3 .

- 4) Que vaut ΔU pour le cycle.

- 1) Compression isotherme à $2.T_0$, pression maximale atteinte $2.P_0$.

- 2) Diagramme de Clapeyron.

- 3) Chaque phase :

3.a) $W_1 = -P_0.V_0 = -2,8.10^3 J$ et $Q_1 = \frac{\gamma}{\gamma-1}P_0.V_0 = 9,8.10^3 J$;

3.b) $W_2 = 2.P_0.V_0.\ln 2 = 3,9.10^3 J$ et $Q_2 = -2.P_0.V_0.\ln 2 = -3,9.10^3 J$;

3.c) $W_3 = 0$ et $Q_3 = -\frac{P_0.V_0}{\gamma-1} = -7,0.10^3 J$.

- 4) Bien sûr $\Delta U = 0$.

3.25) Cycle de Carnot

Un gaz parfait décrit un cycle de Carnot moteur réversible, caractérisé par les températures T_1 (avec la source chaude) et T_2 (avec la source froide).

- 1) Diagramme entropique :

1.a) Quel est la forme du cycle dans le diagramme entropique ?

1.b) Dans quel sens est décrit le cycle dans le diagramme entropique ?

- 2) Etablir le rendement η du moteur thermique en fonction de T_1 et T_2 .

- 1) Diagramme entropique :

1.a) Le diagramme entropique est un rectangle pour le cycle de Carnot réversible.

1.b) Le cycle étant moteur, il est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre.

- 2) $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$.

3.26) Cycle de Brayton

Un gaz parfait décrit un cycle de Brayton moteur réversible, caractérisé par deux isobares (de pressions respectives P_1 et P_2 avec $P_1 < P_2$) alternées avec deux adiabatiques.

- 1) Diagramme de Clapeyron :

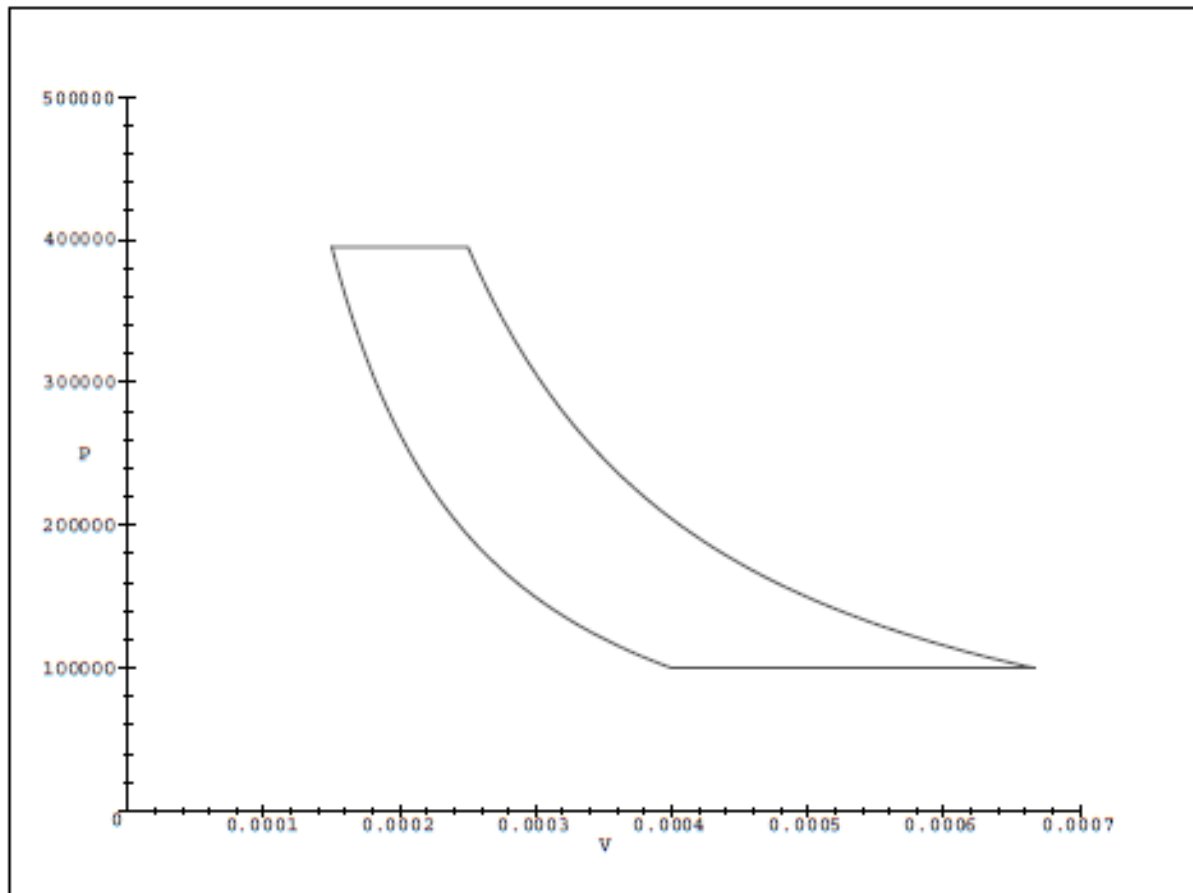
1.a) Quel est la forme du cycle dans le diagramme de Clapeyron ?

1.b) Dans quel sens est décrit le cycle dans le diagramme de Clapeyron ?

- 2) Etablir le rendement η du moteur thermique en fonction de γ , P_1 et P_2 .

- 1) Diagramme entropique :

1.a) Le diagramme de Clapeyron du cycle de Brayton réversible est le suivant :



1.b) Le cycle étant moteur, il est décrit dans le sens des aiguilles d'une montre.

2) $\eta = 1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$.

3.27) Moteur et pompe à chaleur utilisés pour un chauffe-eau

Pour maintenir la température d'un chauffe-eau à $T_c = 333K$ on utilise les deux sources de chaleurs qui se trouvent à proximité de l'habitation : l'air extérieur à $T_a = 310K$ et l'eau d'une rivière à $T_r = 285K$.

Un moteur ditherme réversible fonctionnant entre l'air extérieur et la rivière, fournit le travail nécessaire à une pompe à chaleur réversible ditherme fonctionnant entre le chauffe-eau et la rivière.

- 1) Exprimer le rendement η_m du moteur en fonction de T_a , T_c et T_r .
- 2) Exprimer de même le rendement η_{pac} de la pompe à chaleur.
- 3) Déterminer le rendement η du dispositif global, défini comme le rapport de la chaleur donnée au chauffe-eau à la chaleur prélevée à l'air.

1) $\eta_m = 1 - \frac{T_r}{T_a} = 8,06\%$.

2) $\eta_{pac} = \frac{T_c}{T_c - T_r} = 6,94$.

3) $\eta = \eta_m \cdot \eta_{pac} = \left(1 - \frac{T_r}{T_a}\right) \frac{T_c}{T_c - T_r} = 55,9\%$.

3.28) Climatiseur

Un local, de capacité thermique à pression constante $C_p = 4.10^3 kJ.K^{-1}$, est initialement à la température de l'air extérieur $T_{ext} = 305K$. Un climatiseur, qui fonctionne de façon cyclique réversible ditherme (entre l'air extérieur et le local), ramène la température du local à $T_f = 293K$ en une heure.

- 1) Quel est le rendement η de ce climatiseur si le local est à la température T ?
- 2) Exprimer la chaleur totale Q_l échangée par le climatiseur avec le local pendant la transformation.
- 3) Exprimer le travail total W échangé par le climatiseur pendant la transformation.
- 4) Quelle puissance électrique moyenne $\langle P \rangle$ a dû recevoir ce climatiseur ?

- 1) $\eta = \frac{T}{T_{ext}-T}$.
- 2) $Q_l = -C_p \cdot (T_f - T_{ext}) = 48 MJ$.
- 3) $W = -C_p \cdot \left(T_f \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_{ext}}\right) - T_f + T_{ext} \right) = 0,97 MJ$.
- 4) $\langle P \rangle = \frac{W}{\delta t} = 269 W$.

4. Techniques mathématiques - Fonctions de plusieurs variables

4.29) Calcul d'une différentielle d'une fonction de deux variables

- 1) Différentier la fonction $f(x, y) = \frac{x^2}{y}$

- 1) Première dérivée partielle :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{y}$$

et la seconde :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-x^2}{y^2}$$

$$\text{donc } df = \frac{2x}{y} dx - \left(\frac{x}{y}\right)^2 dy.$$

4.30) Calcul d'une différentielle d'une fonction de trois variables

- 1) Différentier la fonction $f(x, y, z) = \frac{x^2}{y z}$

- 1) Première dérivée partielle :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{2x}{y z}$$

la seconde :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{-x^2}{y^2 z}$$

la troisième :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \frac{-x^2}{z^2 y}$$

$$\text{donc } df = \frac{2x}{y} dx - \frac{x^2}{y^2 z} dy - \frac{x^2}{z^2 y} dz.$$

4.31) Montrer qu'une forme différentielle est une différentielle totale

- 1) Montrer que la forme différentielle $\delta g = \frac{2x}{y} dx - \left(\frac{x}{y}\right)^2 dy$ est une différentielle totale d'une fonction f .

- 1) δg est de la forme $\delta g = \alpha dx + \beta dy$ avec $\alpha = \frac{2x}{y}$ et $\beta = -\left(\frac{x}{y}\right)^2$.

Calculons

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{-2x}{y^2}$$

et :

$$\frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{-2x}{y^2}$$

ainsi

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{\partial \beta}{\partial x}$$

donc $\delta g = df$.

4.32) Montrer qu'une forme différentielle n'est pas une différentielle totale

- 1) Montrer que la forme différentielle $\delta g = \frac{x}{y} dx + \left(\frac{x}{y}\right)^2 dy$ n'est pas une différentielle totale.

1) δg est de la forme $\delta g = \alpha dx + \beta dy$ avec $\alpha = \frac{x}{y}$ et $\beta = \left(\frac{x}{y}\right)^2$.

Calculons

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{-x}{y^2}$$

et :

$$\frac{\partial \beta}{\partial x} = \frac{+2x}{y^2}$$

ainsi

$$\frac{\partial \alpha}{\partial y} \neq \frac{\partial \beta}{\partial x}$$

donc $\delta g \neq df$.

4.33) Relation circulaire sur les dérivées partielles dans le cas des gaz parfaits

- 1) On part de la relation $PV = nRT$ où n et R sont des constantes. Vérifier que

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

en prenant $x = P$, $y = V$ et $z = T$.

- 1) D'une part $P = nR\frac{T}{V}$ donc

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -nR\frac{T}{V^2}$$

D'autre part $V = nR\frac{T}{P}$ donc

$$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \frac{nR}{P}$$

Enfin $T = \frac{PV}{nR}$ donc

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = \frac{V}{nR}$$

Aussi, on vérifie que

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -nR\frac{T}{V^2} \times \frac{nR}{P} \times \frac{V}{nR} = -\frac{nR}{PV} = -1$$

Travaux dirigés

vendredi 8 septembre 2017

Cet exercice sera fait en demi-groupe lors de la séance de travaux dirigés.

John Ericsson

extrait d'une biographie

disponible à l'adresse <http://www.moteurairchaud.com/ericsson/ericsson.php>

l'inventeur du moteur... Ericsson

John Ericsson est né en 1803 en Suède, à Langban dans le Värmland. Très tôt, à l'âge de 12 ans, il travailla comme géomètre sur l'important chantier suédois du canal Göta. Puis il fit une courte carrière dans l'armée. Il inventa alors son premier "caloric engine" qui fit l'objet d'un brevet déposé en Suède en 1826, année de son départ pour l'Angleterre. Toujours passionné de mécanique, il inventa différents moteurs à air chaud ou à vapeur.

John Ericsson partit pour les USA en 1839. En 1851, il déposa un nouveau brevet de moteur à air chaud. C'est le moteur Ericsson utilisant le cycle thermodynamique du même nom. Ce moteur équipa le bateau Ericsson. John Ericsson continua sa collaboration avec l'US Navy.

Les "moteurs solaires" de John Ericsson concentraient l'énergie solaire à l'aide d'une parabole. Au point de convergence, on installait un moteur Ericsson ou une machine à vapeur. Les fermiers américains ont accueilli avec succès cette invention pour entraîner des pompes d'irrigation sans frais de combustible.

John Ericsson mourut le 8 mars 1889.



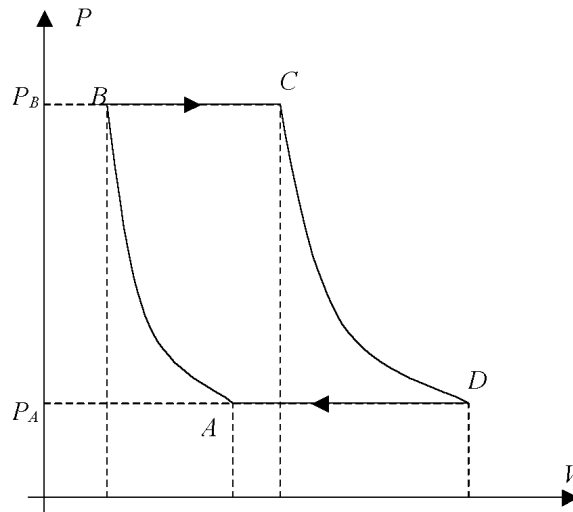
Enoncé

On s'intéresse à un système fermé de n moles d'un gaz parfait caractérisé par $\gamma = 1,4$, qui suit un cycle d'Ericsson constitué de deux isothermes, de températures respectives $T_A = 27^\circ\text{C}$ et $T_C = 327^\circ\text{C}$ et deux isobares de pressions respectives $P_A = 1,0 \cdot 10^5$ Pa et $P_B = 10 \cdot 10^5$ Pa.

1) Déterminer le rendement η d'une telle machine thermique.

Correction

Cycle dans le diagramme de Clapeyron :



Etude des états d'équilibre intermédiaires :

Lois des gaz parfaits : $V_A = \frac{n.R.T_A}{P_A}$

$$V_B = \frac{n.R.T_A}{P_B},$$

$$V_C = \frac{n.R.T_C}{P_B}$$

$$\text{et } V_D = \frac{n.R.T_C}{P_A}.$$

Le cycle dans le diagramme de Clapeyron est présenté sur la figure ???. C'est bien un cycle moteur, car il est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre.

Bilans d'énergie :

$$W(AB) = -Q(AB) = n.R.T_A \cdot \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right) > 0,$$

$$W(BC) = -n.R.(T_C - T_A) < 0, \quad Q(BC) = \frac{\gamma.n.R}{\gamma-1}(T_C - T_A) > 0,$$

$$W(CD) = -Q(CD) = n.R.T_C \cdot \ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right) < 0$$

$$\text{et } W(DA) = n.R.(T_C - T_A) > 0, \quad Q(DA) = \frac{\gamma.n.R}{\gamma-1}(T_A - T_C) < 0.$$

$$W = n.R.(T_A - T_C) \cdot \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right) < 0. \text{ C'est un cycle moteur.}$$

Le rendement est :

$$\eta = \frac{-W}{Q(BC) + Q(CD)} = \frac{-(T_A - T_C) \cdot \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)}{\frac{\gamma}{\gamma-1}(T_C - T_A) - T_C \cdot \ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right)}$$

AN : $\eta = 0,28$.

Devoir non surveillé

vendredi 8 septembre 2017

Le document est à lire, l'exercice est à rendre.

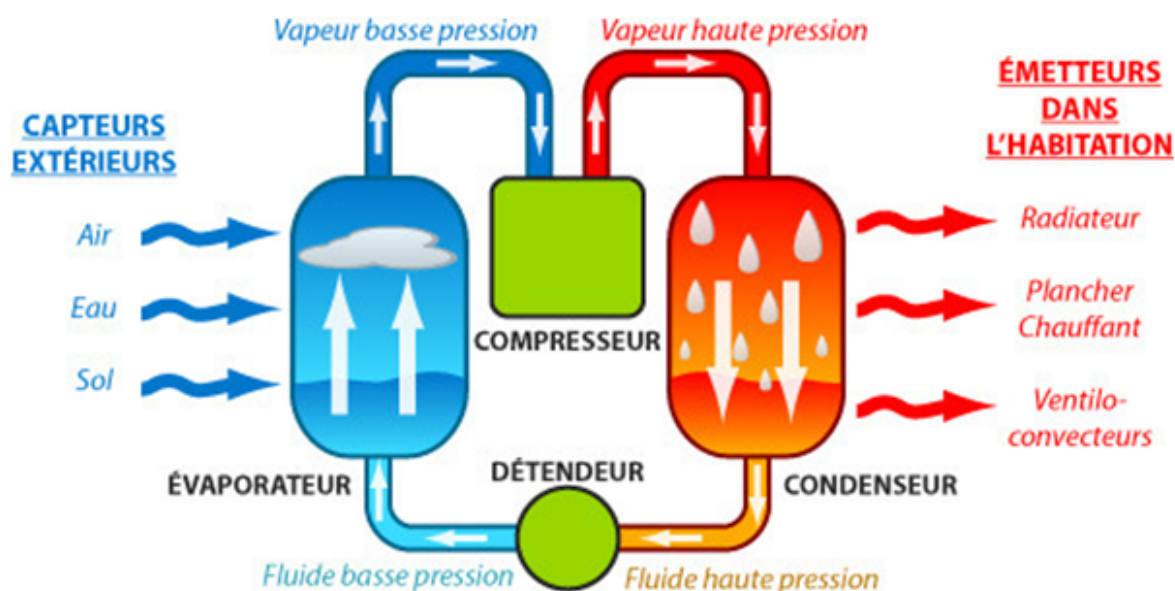
Fonctionnement d'une pompe a chaleur

auteur inconnu

disponible à l'adresse <http://pompe-a-chaueur.comprendrechoisir.com>.

Comment fonctionne une pompe à chaleur ?

Principes de base



Tous droits réservés FT Media

1. Au sein de l'évaporateur

La chaleur prélevée du milieu naturel, contenue dans la source froide, est transmise au fluide frigorigène alors à l'état liquide. La température du fluide augmente et il finit par se transformer en vapeur (comme de l'eau bout lorsqu'elle est portée à température élevée).

2. Au sein du compresseur

Le gaz est aspiré par le compresseur puis comprimé sous haute pression. Cette opération a pour effet d'échauffer le gaz qui atteint alors une température de 90°C.

3. Au sein du condenseur

Le gaz à 90°C entre en contact avec la source chaude qui est à 45°C. Le gaz baisse en température et cède une partie de sa chaleur à la source chaude. Le gaz se condense (redevient liquide).

4. Au sein du détendeur

Le détendeur crée un environnement sous basse pression. Cette chute de pression provoque une baisse de température du liquide (- 20°C).

5. Retour à la case départ au sein de l'évaporateur

Le liquide sous basse température entre en contact avec la source froide, qui est froide certes mais toujours plus chaude que le liquide. Le liquide chauffe alors jusqu'à ébullition. Il est ensuite ré-aspiré par le compresseur.

Les températures annoncées le sont à titre d'exemple. Elles varient en fait en fonction du fluide utilisé. Le fonctionnement d'une pompe à chaleur reste toutefois identique en tous points.

Il y a compresseur et compresseur...

Tous les compresseurs ne se valent pas. Evitez les PAC à compresseur à piston, préférez-leur un compresseur Scroll, au rendement supérieur, tout en engendrant moins de vibration et de bruit. Encore mieux : le compresseur rotatif à un ou deux étages, qui permettent de délivrer une puissance constante quelle que soit la température de la source froide (air, eau, sol), ce qui évite tout surdimensionnement.

Qu'ils soient Scroll ou rotatifs, les compresseurs doivent aussi disposer d'un système d'alimentation variable nommé « Inverter ». Il permet un démarrage progressif et évite les arrêts et redémarrages fréquents des modèles traditionnels qui usent prématurément les compresseurs.

Le coefficient de performance

On appelle coefficient de performance ou COP, le rapport "énergie thermique restituée/énergie électrique consommée". Avec un COP de 3, une PAC qui consomme 1 kWh d'électricité produit 3 kWh de chauffage. Les bonnes pompes à chaleur (certifiées NFPAC) ont un COP au moins supérieur à 3. Un COP est un rapport variable. Il dépend des qualités de la pompe à chaleur mais varie aussi selon les types d'installations. On distingue :

- Le COP machine : qui est le niveau de performance d'une pompe à chaleur déterminé en laboratoire, donc dans des conditions d'essais éloignées de la réalité.
- Le COP système : qui prend en compte tous les éléments du système, la pompe à chaleur mais aussi les circulateurs, les pompes de relevage de l'eau, les accessoires divers... Plus près de la réalité, mais encore théorique.
- Le COPA ou COP annuel : il s'agit du COP système enregistré sur une saison de chauffe. C'est celui qui donne le rendement réel de votre pompe à chaleur. Selon la qualité de l'installation, il peut y avoir une grande différence entre le COP machine et le COPA.

Un COP d'une pompe à chaleur n'a de sens que s'il est accompagné de deux températures de référence :

- La température du milieu dans lequel on puise les calories. Dans les textes officiels, elle est indiquée $+7^{\circ}\text{C}$, sauf pour les pompes à chaleur sol/sol et sol/eau (-5°C).
- La température de l'eau à la sortie de la pompe à chaleur : si elle alimente un plancher chauffant : 35°C , 50°C pour des radiateurs basse température, 65°C voire plus pour des radiateurs haute température.

Quand on parle donc d'un COP 3 ($+7^{\circ}\text{C}$; 65°C) pour une pompe à chaleur Air - Eau par exemple, cela signifie que lorsqu'il fait 7 degrés dehors, la pompe à chaleur consomme 1 kWh d'électricité pour générer 3 kWh de chauffage en chauffant l'eau à 65°C .

Le COP est d'autant meilleur que la différence entre ces deux températures est faible : il est plus facile de chauffer de l'eau à 35°C à partir d'un air à 15°C (20°C d'écart), qu'une eau à 85°C par une nuit d'hiver à -15°C (100°C d'écart). Étonnant, non ?

Quand les températures extérieures deviennent négatives, certaines pompes à chaleur (aérothermiques, et géothermiques à capteurs horizontaux notamment) doivent être soutenues par un appoint en électricité.

Le COP des machines hydrothermiques est souvent meilleur car la température de l'eau dans laquelle la pompe à chaleur tire les calories est stable autour de 10°C , quelle que soit l'époque de l'année.

Enoncé

1) En utilisant les températures annoncées à titre d'exemple dans le document, évaluer le COP d'une pompe à chaleur hydrothermique.

Correction

1) Dans le cas d'une pompe à chaleur hydrothermique, la source froide est à 10°C (cf. document).

Le cycle est le suivant :

1. Au sein de l'évaporateur Le fluide échange $Q_f > 0$ avec la source froide à $T_f = 283$ K.

2. Au sein du compresseur Le fluide échange $W_c > 0$ car il est comprimé.

3. Au sein du condenseur Le fluide échange $Q_c < 0$ avec la source chaude à $T_f = 319$ K.

4. Au sein du détendeur Le fluide échange $W_d < 0$ car il se détend.

Le bilan sur un cycle donne pour le premier principe : $Q_f + Q_c + W_c + W_d = 0$, soit $W_c = -Q_f - Q_c - W_d \geq -Q_f - Q_c$

et pour le second principe : $\frac{Q_f}{T_f} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0$,

soit $\frac{Q_f}{Q_c} \geq -\frac{T_f}{T_c}$.

Le COP est $COP = \frac{-Q_c}{W_c}$.

L'utilisation du premier principe donne :

$$\frac{1}{COP} = \frac{W_c}{-Q_c} \geq \frac{Q_f}{Q_c} + 1 \geq -\frac{T_f}{T_c} + 1$$

Conclusion

$$COP \leq \frac{1}{1 - \frac{T_f}{T_c}} = \frac{1}{1 - \frac{283}{319}} = 8,8$$

ce qui semble cohérent (le COP doit être supérieur à 1, et les valeurs typiques données par le document sont 3).