DEVOIR MAISON N°2

PROBLÈME N°1

On dispose d'une bobine B que l'on assimilera à l'association série d'une inductance L et d'une résistance r. (L et r sont des constantes positives, indépendantes de la fréquence)

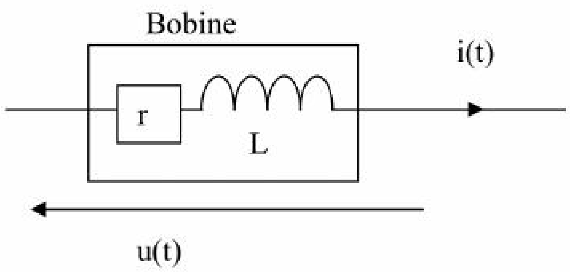

Figure 1

Détermination de r

1) La bobine est parcourue par un courant i(t). Exprimer la tension u(t) à ses bornes en fonction de r, L, i(t) et de sa dérivée par rapport au temps.

2) On réalise le circuit suivant, en plaçant, en série avec la bobine, un résistor de résistance $R = 40\ \Omega$. L'alimentation est un générateur de tension continue, constante, de force électromotrice $E_0 = 1{,}0$ V et de résistance interne $r_0 = 2{,}0\ \Omega$.

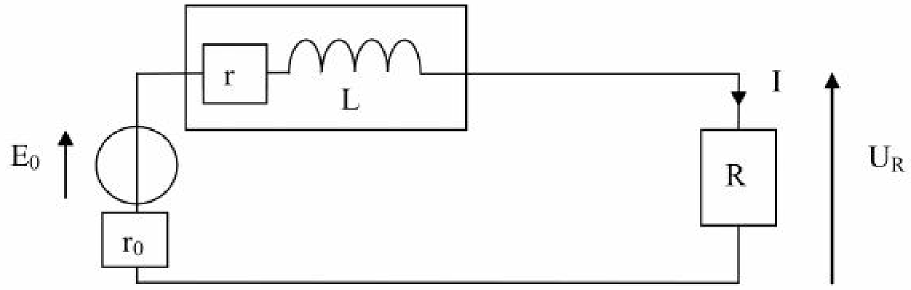

Figure 2

On mesure, en régime permanent, la tension U_R aux bornes de R.
Exprimer r en fonction des données de cette question. Calculer r avec $U_R = 0{,}56$ V.

Détermination de r et L à partir d'un oscillogramme.

On place, en série avec la bobine, un résistor de résistance $R = 40\ \Omega$ et un condensateur de capacité $C = 10\ \mu F$.
Le GBF (générateur basses fréquences) est réglé pour délivrer une tension sinusoïdale de fréquence $f = 250$ Hz (la pulsation sera notée ω) et de valeur crête à crête de 10 V.
Deux tensions sont visualisées sur un oscilloscope numérique.

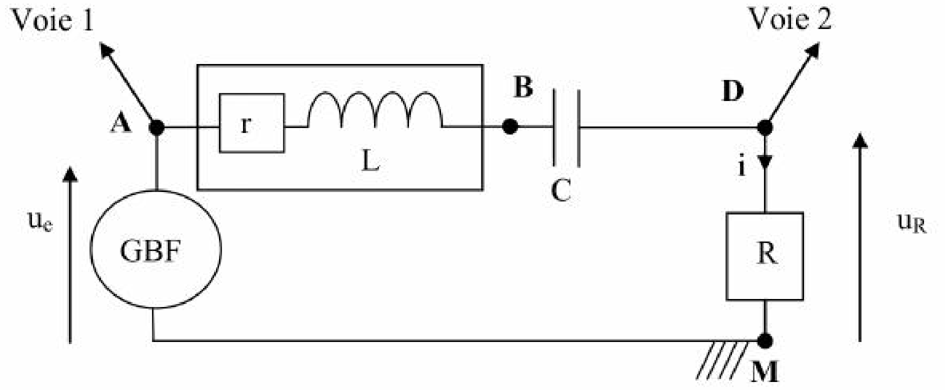

Figure 3

On obtient un oscillogramme équivalent au graphe suivant

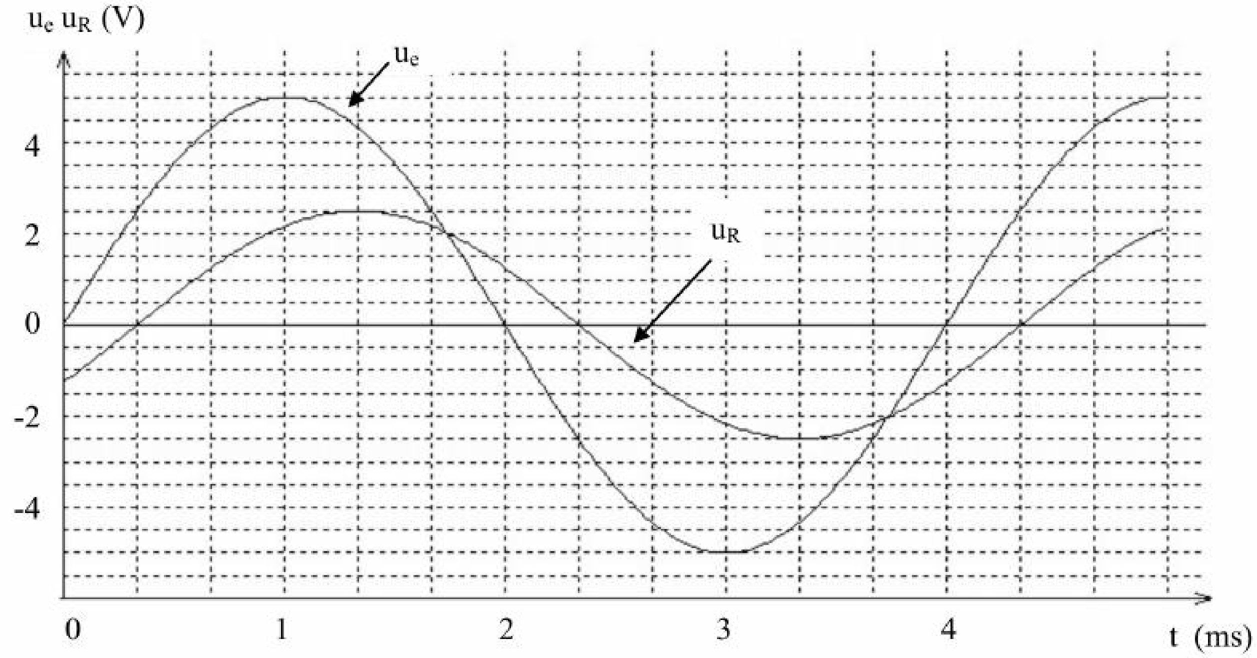

Figure 4

3) Déterminer l'amplitude U_e de la tension u_e et l'amplitude U_R de la tension u_R.

4) Déterminer l'amplitude I du courant i.

5) Rappeler l'expression générale de l'impédance Z d'un dipôle quelconque (module de l'impédance complexe). Calculer alors l'impédance Z_{AM} du dipôle AM.

6) Des deux tensions, $u_R(t)$ et $u_e(t)$, laquelle, et pourquoi d'après l'oscillogramme, est en avance sur l'autre ?

7) Déterminer précisément, à partir de l'oscillogramme, le déphasage $\varphi_{u_e/i}$ entre u_e et i, (c'est-à-dire entre u_e et u_R).

8) Ecrire l'expression générale de l'impédance complexe $\underline{Z}_{AM}$ en fonction de r, R, L, C, ω.

9) Ecrire l'expression de l'impédance complexe $\underline{Z}_{AM}$ en fonction de son module Z_{AM} et du déphasage $\varphi_{u_e/i}$.

10) Exprimer r en fonction de R, Z_{AM} et $\varphi_{u_e/i}$. Calculer sa valeur.

11) Exprimer L en fonction de C, ω, Z_{AM} et $\varphi_{u_e/i}$. Calculer sa valeur.

<u>Etude de la fonction de transfert.</u>

12) Rappeler la définition de la fonction de transfert $\underline{H}$ du filtre ainsi formé avec u_e pour tension d'entrée et u_R pour tension de sortie.

13) Proposer un schéma équivalent en basses puis en hautes fréquences et en déduire la nature probable du filtre.

14) Exprimer $\underline{H}$ en fonction de r, R, L, C, ω.

15) Mettre $\underline{H}$ sous la forme : $\underline{H} = \dfrac{H_{max}}{1 + j \cdot Q \cdot \left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$. On exprimera littéralement H_{max}, le paramètre ω_0 ainsi que le facteur de qualité Q de ce circuit en fonction de r, R, L, C.

16) La figure 5 représente (en partie) le diagramme de Bode du filtre précédent. Rappeler la définition du diagramme de Bode.

17) Déterminer, à partir du graphe et des données initiales, les valeurs de r et L.

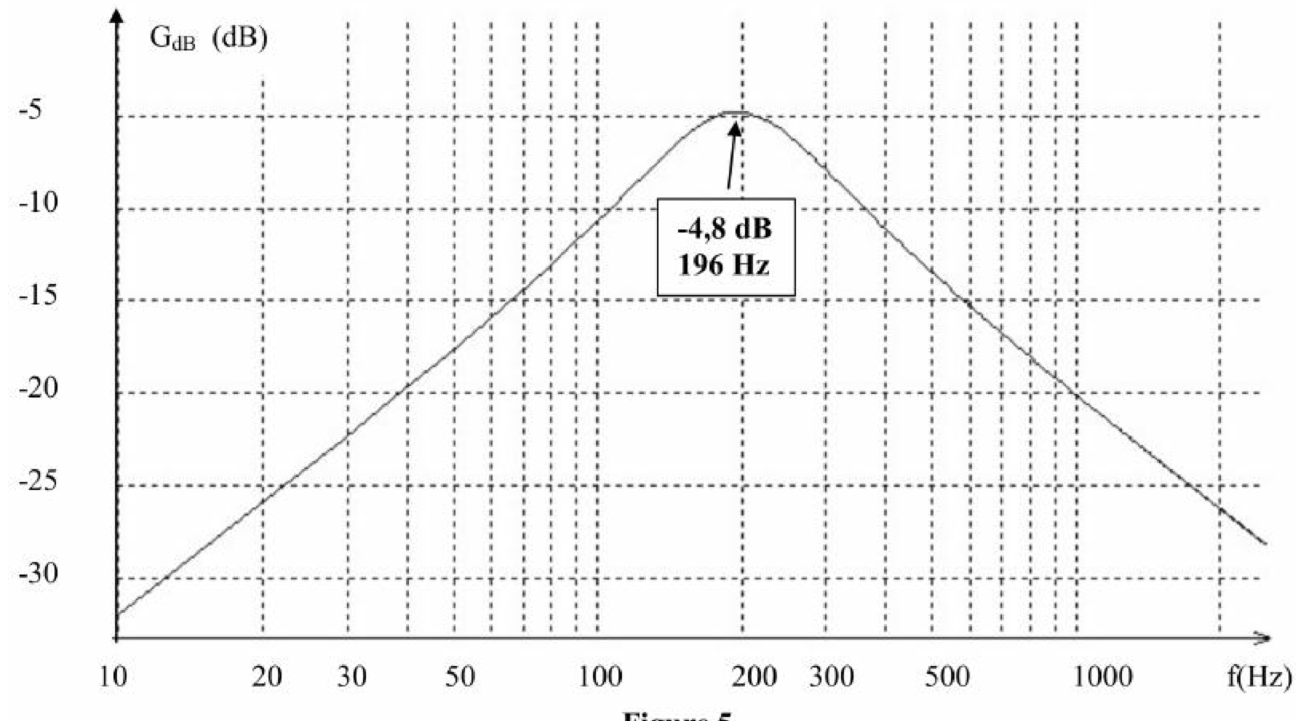

Figure 5

18) On place un signal créneau $e(t)$ de fréquence f_c=65,3 Hz à l'entrée du filtre.

$$e(t) = \mathrm{E}\left(1 + \frac{2}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}\frac{\sin(2p+1)2\pi f_c t}{2p+1}\right) \quad \text{avec} \quad \mathrm{E} = 1\mathrm{V}$$

a) Déterminer le spectre du signal d'entrée.
b) Déterminer le spectre du signal de sortie en précisant les amplitudes des 5 premières harmoniques.
c) Commenter.

19) On place en entrée un signal créneau de fréquence 10 kHz. Quelle est l'allure du signal de sortie ?

PROBLÈME N°2

Centrale inertielle

Une centrale inertielle est un ensemble d'accéléromètres et de gyromètres qui mesure l'accélération et la vitesse angulaire d'un mobile et permet de le positionner dans l'espace. La miniaturisation et le désormais faible coût de ces capteurs permettent de les intégrer dans de nombreux dispositifs électroniques embarqués. On les retrouve par exemple dans les systèmes de navigation automobile pour pallier la perte momentanée du signal GPS, dans les disques durs d'ordinateurs portables pour prévenir des chocs éventuels et protéger les têtes de lecture, dans les smartphones ou dans les manettes de jeu vidéo pour détecter les mouvements du joueur.

L'objet de ce problème est l'étude de différents types d'accéléromètres et de gyromètres. Les quatre parties du problème sont indépendantes.

Dans le problème g désigne l'accélération de la pesanteur que l'on prendra égale à 10 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ dans les applications numériques et c désigne la vitesse de la lumière dans le vide que l'on prendra égale à 3×10^8 $\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

I Étude d'un accéléromètre pendulaire

L'accéléromètre ADLX qui équipe les manettes des consoles Nintendo WiiU™ est un accéléromètre de type pendulaire. La fiche constructeur précise qu'il peut mesurer des accélérations comprises entre $-5g$ et $+5g$, que la plus petite accélération mesurable est de $0{,}01g$, et qu'il peut résister à des chocs allant jusqu'à 10 000g.

1. Donner, en précisant la méthode utilisée, les ordres de grandeur des accélérations subies par la manette de jeu placée dans la main d'un joueur agitant rapidement ou lentement le bras. Les situer relativement aux valeurs annoncées par le constructeur.

Un accéléromètre pendulaire peut être assimilé à un système masse-ressort amorti, dont le schéma de principe est présenté sur la figure 1. L'accéléromètre se compose d'une masse d'épreuve m, astreinte à se déplacer selon un axe $\vec{u}$ solidaire du boîtier extérieur de l'accéléromètre. La masse d'épreuve est reliée au boîtier par un ressort de raideur k. On note X la position de la masse d'épreuve par rapport au centre du boîtier. La position au repos de la masse d'épreuve, lorsque l'axe $\vec{u}$ est horizontal, est $X = 0$. On suppose que la masse d'épreuve subit également une force de frottement visqueux $\vec{F} = -2m\gamma\dot{X}\vec{u}$ où γ est une constante positive.

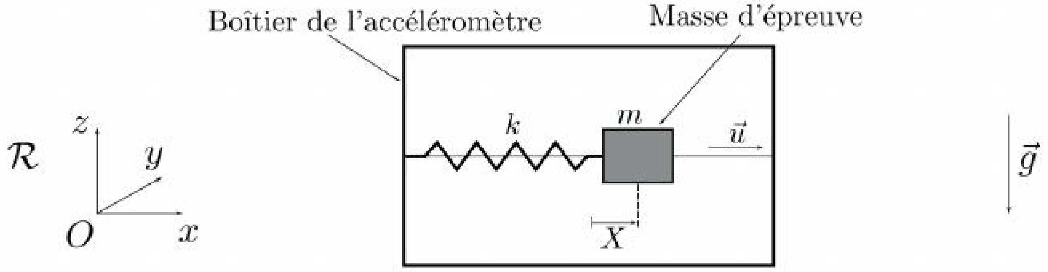

Figure 1: Schéma d'un accéléromètre pendulaire.

Le boîtier se déplace dans un référentiel $\mathcal{R}$ supposé Galiléen et on note $\vec{a}$ son accélération dans ce référentiel. Lorsque le boîtier subit une accélération, la masse d'épreuve quitte sa position d'équilibre. La mesure de la position X permet alors de déduire l'accélération du boîtier.

On suppose tout d'abord que l'accéléromètre garde une orientation fixe et horizontale selon l'axe Ox ($\vec{u} = \vec{e_x}$). De plus, l'accéléromètre ne se déplace que selon l'axe Ox ($\vec{a} = a(t)\vec{e_x}$). On note $\omega_r = \sqrt{k/m}$.

2. Donner l'équation différentielle vérifiée par la variable X, faisant intervenir ω_r, γ et $a(t)$.

On suppose que l'accéléromètre ainsi que sa masse d'épreuve sont immobiles pour des temps t négatifs, et que l'accéléromètre subit une accélération constante $\vec{a} = a\vec{e_x}$ pour les temps t positifs.

3. Donner l'expression de la solution de l'équation différentielle dans le cas faiblement amorti où $\gamma < \omega_r$ et dans le cas fortement amorti où $\gamma > \omega_r$. On ne cherchera pas à calculer les constantes d'intégration qui apparaissent dans les expressions.

4. Montrer que dans les deux cas, faiblement et fortement amorti, $X(t)$ tend vers une valeur stationnaire dont on donnera l'expression.

5. Tracer l'allure de $X(t)$ dans les deux cas, faiblement et fortement amortis.

On appelle temps de réponse de l'accéléromètre le temps caractéristique pour que $X(t)$ atteigne le régime stationnaire.

6. Donner le temps de réponse de l'accéléromètre dans les deux cas, faiblement et fortement amorti.

7. Tracer l'allure du temps de réponse de l'accéléromètre en fonction du paramètre γ, pour une pulsation ω_r fixée.

8. D'après le graphe de la question précédente, quel est le temps de réponse minimal pour un accéléromètre de pulsation ω_r donnée ?

D'après la fiche constructeur, l'accéléromètre ADLX possède les caractéristiques suivantes : pulsation de résonance $\omega_r = 2\pi \times 5\,500\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$, facteur de qualité $Q = \omega_r/\gamma = 5$.

9. Donner la valeur du temps de réponse de l'accéléromètre, ainsi que celle du déplacement stationnaire de la masse d'épreuve pour une accélération de $1g$.

10. Pourquoi peut-on dire que les performances de ce type d'accéléromètre résultent d'un compromis entre temps de réponse et sensibilité, c'est-à-dire qu'un accéléromètre pendulaire très sensible aura un temps de réponse long ?

11. On considère que l'accéléromètre n'est plus horizontal et qu'il subit une accélération constante $\vec{a}$ d'orientation quelconque. Montrer que ce type d'accéléromètre n'est pas capable de mesurer la composante de l'accélération $\vec{a}$ selon $\vec{u}$ mais une quantité que l'on exprimera en fonction de $\vec{a}$, $\vec{u}$ et l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$.