

## Devoir surveillé n°6 A

Relation de conjugaison pour des lentilles minces :  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$

### I. DÉTECTION D'UNE ÉTOILE DOUBLE

#### A- Lunette astronomique

Une lunette astronomique est schématisée par deux lentilles minces convergentes, l'une notée  $L_1$  et appelée objectif, de focale  $f'_1 = 100\text{cm}$  et l'autre, notée  $L_2$  et appelée oculaire, de focale  $f'_2 = 2\text{cm}$ . Le plan focal image de  $L_1$  est confondu avec le plan focal objet de  $L_2$ . Le centre optique de  $L_1$  est noté  $O_1$  et celui de  $L_2$  est noté  $O_2$ . Le point focal image de  $L_1$  est noté  $F'_1$  et le point focal objet de  $L_2$  est noté  $F_2$ . La lunette est utilisée dans les conditions de Gauss,

- 1- Représenter sur le document réponse 1 du **feuillet mobile**, le trajet des émergents associés à un rayon incident parallèle à l'axe optique.
- 2- Représenter sur le document réponse 2 du **feuillet mobile**, le trajet des émergents associés à un rayon incident qui fait un angle  $\alpha$  avec l'axe optique. On notera  $B_1$  le point d'intersection de ce rayon avec le plan focal image de  $L_1$  et  $\alpha'$  l'angle que fait le rayon émergent de  $L_2$  avec l'axe optique. **Penser à rendre le feuillet mobile avec la copie.**
- 3- Déterminer le grossissement (angulaire)  $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$  en fonction de  $f'_1$  et  $f'_2$ .
- 4- Application numérique : calculer  $G$ .

#### B- Mesure de la distance angulaire des composantes d'une étoile double

On utilise la lunette précédente qu'on dirige vers un groupe de deux étoiles très voisines  $S_1$  et  $S_2$  qu'on suppose ponctuelles. Elles émettent une même lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 0,6\mu\text{m}$  d'intensités respectives  $I_1$  et  $I_2$ . La face d'entrée de l'objectif est masquée par un écran, représenté en **figure 1 page suivante**, percé de deux fines fentes de Young, parallèles, et perpendiculaires au plan de cette figure 1, qui contient les sources  $S_1$ ,  $S_2$  et l'axe optique ; on peut faire varier la distance, notée  $e$ , entre ces deux fentes fines notées  $A_1$  et  $A_2$ . Toute l'étude qui suit se fait dans le plan focal image de  $L_1$  de sorte que la présence de l'oculaire n'a pas d'importance dans cette partie.

Les fentes sont supposées de très grande longueur. On prendra  $n = 1$ .

On dispose la lunette de sorte que  $S_1$  et  $S_2$  soient symétriques par rapport à son axe optique. Celui-ci fait donc les angles  $\varepsilon/2$  avec la direction de  $S_1$  et  $-\varepsilon/2$  avec celle de  $S_2$ ,  $\varepsilon$  étant la distance angulaire entre  $S_1$  et  $S_2$ . Le dispositif est représenté sur la **figure 1, ci-dessous**. Seuls trois rayons issus de  $S_1$  sont représentés sur cette figure.

**1-1** Les deux étoiles constituent-elles des sources cohérentes? Que peut-on en déduire en ce qui concerne les éclaircissements qu'elles produisent dans le plan focal image de  $L_1$ ?

**1-2** On cherche l'aspect du plan focal image de  $L_1$  si  $S_1$  était seule. Exprimer la différence de marche, au point

$M$  d'abscisse  $x$ , entre les deux ondes issues de  $S_1$ , passant par  $A_1$  et  $A_2$ , en fonction de  $e$ ,  $\varepsilon$ ,  $x$  et  $f'_1$ , focale de  $L_1$ . On suppose  $f'_1 \gg e$  et  $f'_1 \gg x$ .

1-3 En déduire l'éclairement au point  $M$  en fonction de  $e$ ,  $\varepsilon$ ,  $x$ ,  $f'_1$ ,  $\lambda$  et  $I_1$ .

1-4 Déterminer l'interfrange de la figure d'interférences ainsi produite en fonction de  $\lambda$ ,  $f'_1$  et  $e$ .

1-5 Application numérique : calculer l'interfrange avec  $e = 6\text{mm}$  et  $f'_1 = 100\text{cm}$ .

1-6 Donner sans calcul la différence de marche pour  $S_2$  supposée seule. En déduire l'éclairement pour  $S_2$  seule. Quelle est l'interfrange ?

2- On suppose, dans cette partie  $S_1$  et  $S_2$  de même intensité.

2-1 Déterminer l'éclairement total au point  $M$  résultant des deux composantes de l'étoile double. Déterminer les valeurs maximales et minimales de l'éclairement.

2-2 En déduire le contraste du système de franges et montrer que les franges disparaissent pour certaines valeurs de  $e$ .

2-3 La photographie en annexe donne une image de l'étoile double « La volante de Piazzi, 61 Cygni » dans la constellation du Cygne prise par la lunette astronomique étudiée en A.

Déterminer la distance angulaire entre les deux composantes de l'étoile double.

En déduire la distance minimale  $e_{\min}$  entre les trous d'Young permettant d'observer la première annulation du contraste.

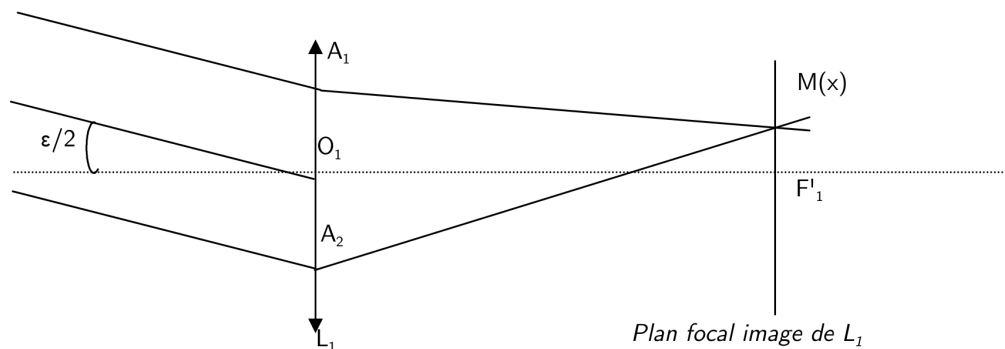
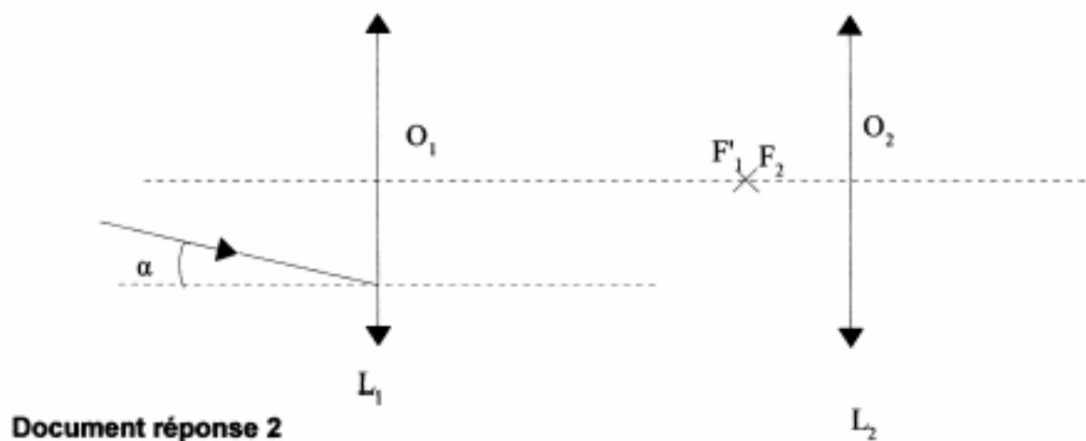
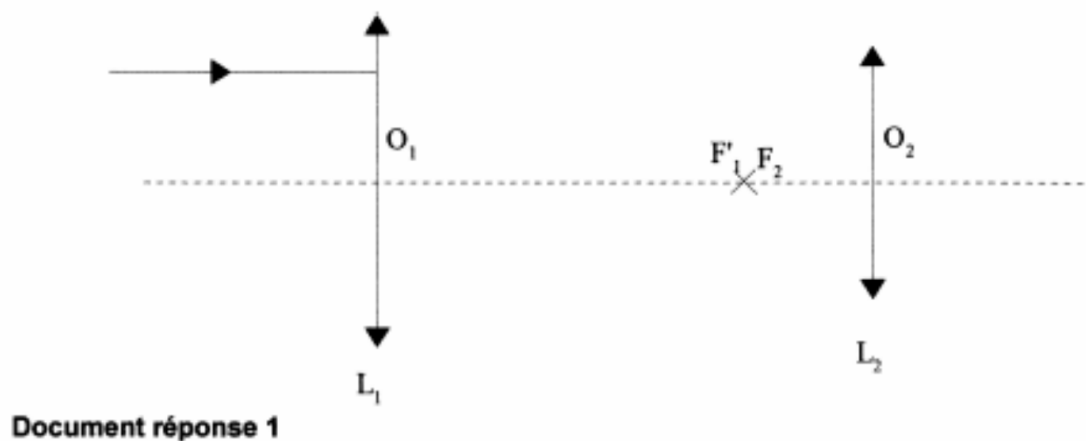


Figure 1

Observation de l'étoile double « **La volante de Piazzi, 61 Cygni** » (constellation du Cygne) :

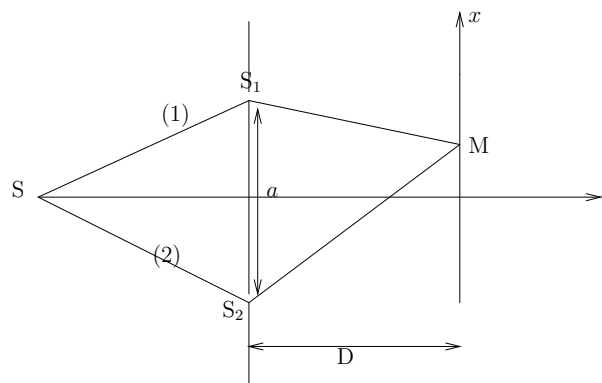


$4'10'' = 250''$  (' = minute d'angle)



## II. COHÉRENCE SPATIALE

Une source  $S$  ponctuelle, monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ , émettant une intensité totale  $I_0$  est placée sur l'axe optique d'un dispositif à trous d'Young (à une distance  $D$  du plan des trous) :



1. Rappeler l'expression de la différence de marche  $\delta$  ainsi que l'intensité lumineuse  $I$  en  $M$  en fonction de  $\delta$ . Tracer l'allure de  $I$  en fonction de  $\delta$ , de  $\varphi$  et de l'ordre d'interférence  $p$ .

2. On considère une deuxième source ponctuelle identique à la première mais située à une distance  $X_1$  de l'axe optique. Reprendre la question précédente. Montrer que l'ordre d'interférence varie d'une quantité  $\Delta p$  à exprimer en fonction de  $X_1$ .
3. Que se passe-t-il si les deux sources sont présentes simultanément ? Pour quelle valeur minimale de  $\Delta p$  (en valeur absolue), le contraste est-il nul ? Que vaut alors  $X_1$  en valeur absolue ?
4. On considère maintenant une source large de largeur  $b$  centrée sur l'axe optique. Pour quelle valeur minimale de  $b$ , le contraste est-il nul ( il faut utiliser la question précédente et ne pas faire de calcul) ? Que se passe-t-il si la largeur de la source est plus grande ? Quelle conclusion tirer de ce raisonnement ?

### III. INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON

*On étudie des phénomènes d'interférences à deux ondes que l'on illustrera à partir de la question 2.2 à l'aide de l'interféromètre de Michelson.*

**2.1.1.** Préciser pour lequel des deux cas suivants il peut y avoir localisation des franges en lumière monochromatique :

- a) on utilise une source ponctuelle,
- b) on utilise une source étendue.

Pour obtenir des interférences à deux ondes, on peut utiliser, soit un dispositif à division de front d'onde, soit un dispositif à division d'amplitude. Lequel de ces types de dispositif permet d'observer des interférences localisées ?

Donner un exemple de dispositif à division de front d'onde.

Donner un exemple de dispositif à division d'amplitude.

**2.1.2.** Qu'appelle-t-on longueur de cohérence ? Quel est son rôle dans les conditions d'observation des franges d'interférences ?

**2.2.1.** Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice  $S_P$  dont les facteurs de transmission et de réflexion sont supposés égaux, et de deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  perpendiculaires l'un à l'autre. La lame  $S_P$  est inclinée à  $45^\circ$  par rapport aux normales à  $M_1$  et  $M_2$ . L'interféromètre est plongé dans l'air. Dans tout le problème, on ne tiendra compte, ni

des inconvénients liés à l'épaisseur non négligeable de la séparatrice (inconvénients supposés parfaitement corrigés grâce à une lame compensatrice), ni d'éventuels changements de phases par réflexion. L'indice de l'air sera pris égal à 1.

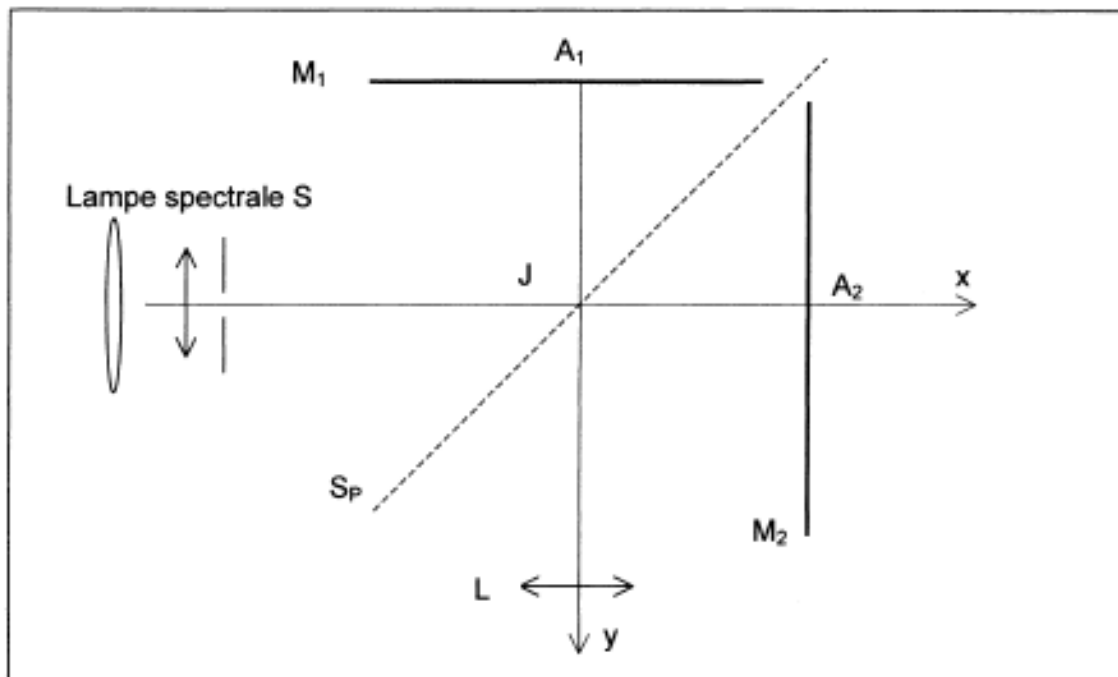


Figure 2

On utilise comme source étendue  $S$  une lampe spectrale de symétrie de révolution autour de l'axe  $SJ$ . Comment peut-on sélectionner une raie quasi-monochromatique de la lumière émise par la lampe ?

**2.2.2.** L'interféromètre a été réglé de sorte que les deux bras sont égaux ( $JA_1 = JA_2$ ). L'observation se fait en lumière monochromatique, dans le plan focal d'une lentille mince convergente ( $L$ ) d'axe optique  $Jy$  et de distance focale  $f' = 1\text{m}$ .

a) Qu'observe-t-on ?

b) Pourquoi est-il nécessaire de diaphragmer la lentille ( $L$ ) ou de limiter l'inclinaison des rayons incidents issus de la source  $S$  ?

**2.2.3.1** On translate  $M_2$  normalement à son plan de  $e = 1,1\text{ mm}$  dans la direction des  $x$  positifs. On considère un rayon incident d'angle d'incidence  $i$  (petit devant un radian). Montrer à l'aide d'un schéma que le phénomène d'interférences observé est analogue à celui d'une lame d'air à faces parallèles. Faire un tracé des deux rayons lumineux émergents de l'interféromètre, associés à cet incident. En quel point  $P$  de l'écran vont-ils interférer, après passage dans la lentille ? Exprimer la différence de marche en ce point en fonction de l'inclinaison  $i$  des rayons émergents de l'interféromètre par rapport à l'axe  $(A_1, y)$ . En déduire l'éclairement sur l'écran et l'ordre d'interférence  $p$  au point  $P$  associé à l'angle d'incidence  $i$ . En quel point de l'écran cet ordre  $p$  est-il maximal ?

Dans toute la suite, on se contentera d'une analyse limitée à l'ordre 2, inclus, en  $i$  (angle d'incidence).

**2.2.3.2.** Quel est le lieu de localisation des franges d'interférences ?

**2.2.3.3.** Avec une raie de longueur d'onde  $\lambda = 546,1 \text{ nm}$  dans le vide, et toujours avec  $e = 1,1 \text{ mm}$ , déterminer la valeur maximale de l'ordre d'interférence, et en déduire l'ordre d'interférence du premier anneau brillant, puis son rayon. Déterminer, de même, les rayons des deuxième et troisième anneaux brillants. Que constate-t-on?

**2.2.3.4.** On place sur le bras  $JA_1$  et parallèlement au miroir  $M_1$ , une lame transparente à faces parallèles d'épaisseur  $e' = 9,5 \text{ }\mu\text{m}$  et d'indice  $n = 1,5117$ . Calculer la variation, due à l'introduction de cette lame, de l'ordre d'interférence au centre.

Dans toute la suite, on enlève cette lame à faces parallèles.

**2.2.4.1** A partir de la situation où les deux bras sont égaux ( $JA_1 = JA_2$ ), on fait tourner le miroir  $M_2$  d'un angle  $\alpha$  très faible autour d'un axe passant par  $A_2$  et perpendiculaire au plan passant par  $J$ ,  $A_1$  et  $A_2$ . Montrer à l'aide d'un schéma que le dispositif est équivalent à un coin d'air d'angle  $\alpha$ .

**2.2.4.2.** Comment éclairer le coin d'air sous incidence quasi-normale?

**2.2.4.3.** Le centre de la source éclaire (après réflexion sur la séparatrice), le miroir  $M_1$  en incidence normale ; faire apparaître à l'aide d'un schéma, la position du plan de localisation de la figure d'interférences. Lors d'une observation oculaire, sur quelle surface a-t-on l'impression que les franges sont « peintes » ?

**2.2.4.4.** Pour observer une image nette et agrandie des interférences sur un écran, on utilise une lentille convergente  $L'$  de distance focale  $0,2 \text{ m}$  (cette lentille remplace la lentille  $L$ ) et un écran. La lentille est placée à  $0,25 \text{ cm}$  du miroir  $M_1$ , son axe optique correspond à l'axe  $(Jy)$  (on rappelle que l'angle  $\alpha$  est très faible). Préciser la position de l'écran d'observation et calculer le grandissement.

**2.2.4.5.** Caractériser le système de franges et donner l'expression de l'**interfrange  $i$  observé sur l'écran**.

Application numérique:  $i = 3,75 \text{ mm}$ .  $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ . Donner la valeur de  $\alpha$ .

**2.2.4.6.** On éclaire le coin d'air en lumière blanche ; qu'observe-t-on sur l'arête du coin d'air (ou sur son image)?

Expliquer pourquoi, si l'angle  $\alpha$  augmente, la région du coin où l'observation des franges en lumière blanche (teintes de Newton) est observable devient plus étroite.

**2.2.5.1.** L'interféromètre est réglé comme à la question 2.2.4, mais la source primaire est maintenant une lampe à vapeur de sodium dont on suppose que le spectre d'émission ne contient que deux raies intenses, de couleur jaune et de longueur d'onde  $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$  avec  $0 < \Delta\lambda \ll \lambda_1$ .

On observe alors nettement les franges obtenues dans la question 2.2.4. Ensuite on translate  $M_2$  d'une distance  $d$ , et on constate que les franges disparaissent une première fois lorsque  $d = 0,15 \text{ mm}$ . Expliquer le phénomène.

**2.2.5.2.** En déduire  $\Delta\lambda$  et  $\lambda_2$ .