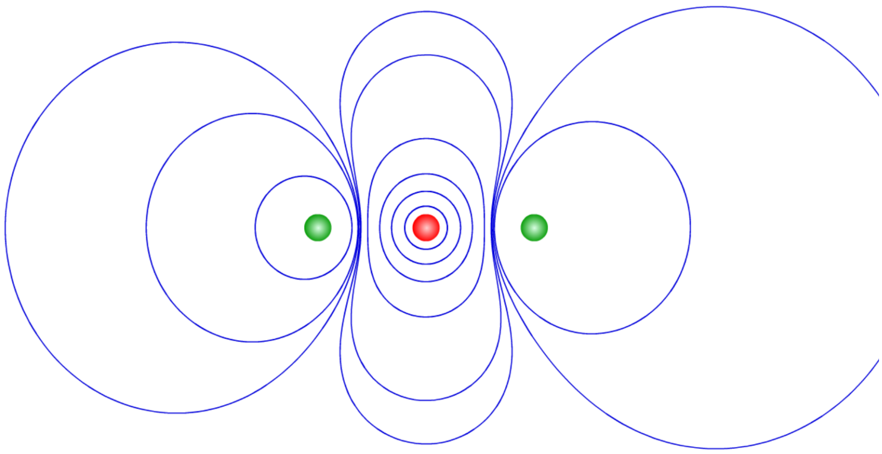
Devoir surveillé n°2 A

I. Electrostatique

On a tracé quelques équipotentielles d'une distribution globalement neutre de 3 charges ponctuelles présentes sur l'axe Ox : deux sont positives q et une est négative. On appelle a la distance entre deux charges voisines.

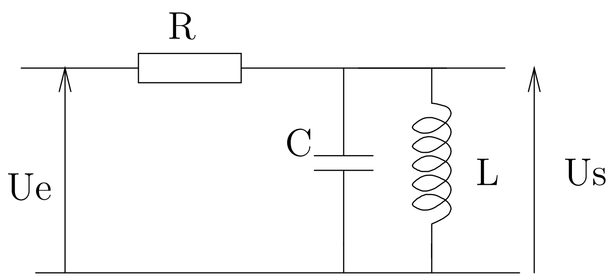


1. Tracer l'allure des lignes de champs, en les orientant.
2. Préciser les plans de symétrie et d'antisymétrie.
3. Déterminer la distribution.
4. Déterminer le champ sur l'axe Ox puis sur l'axe Oy (vertical sur la figure).
5. Existe-t-il des points d'arrêt sur ces deux axes ? Si oui, donner les équations vérifiées par ces points (on ne demande pas de les résoudre).
6. Déterminer le flux du champ électrostatique à travers une sphère de diamètre a centrée sur O (charge du centre).
7. Même question si la sphère est de diamètre $3a$.

II. Effet d'un filtre sur un signal triangulaire

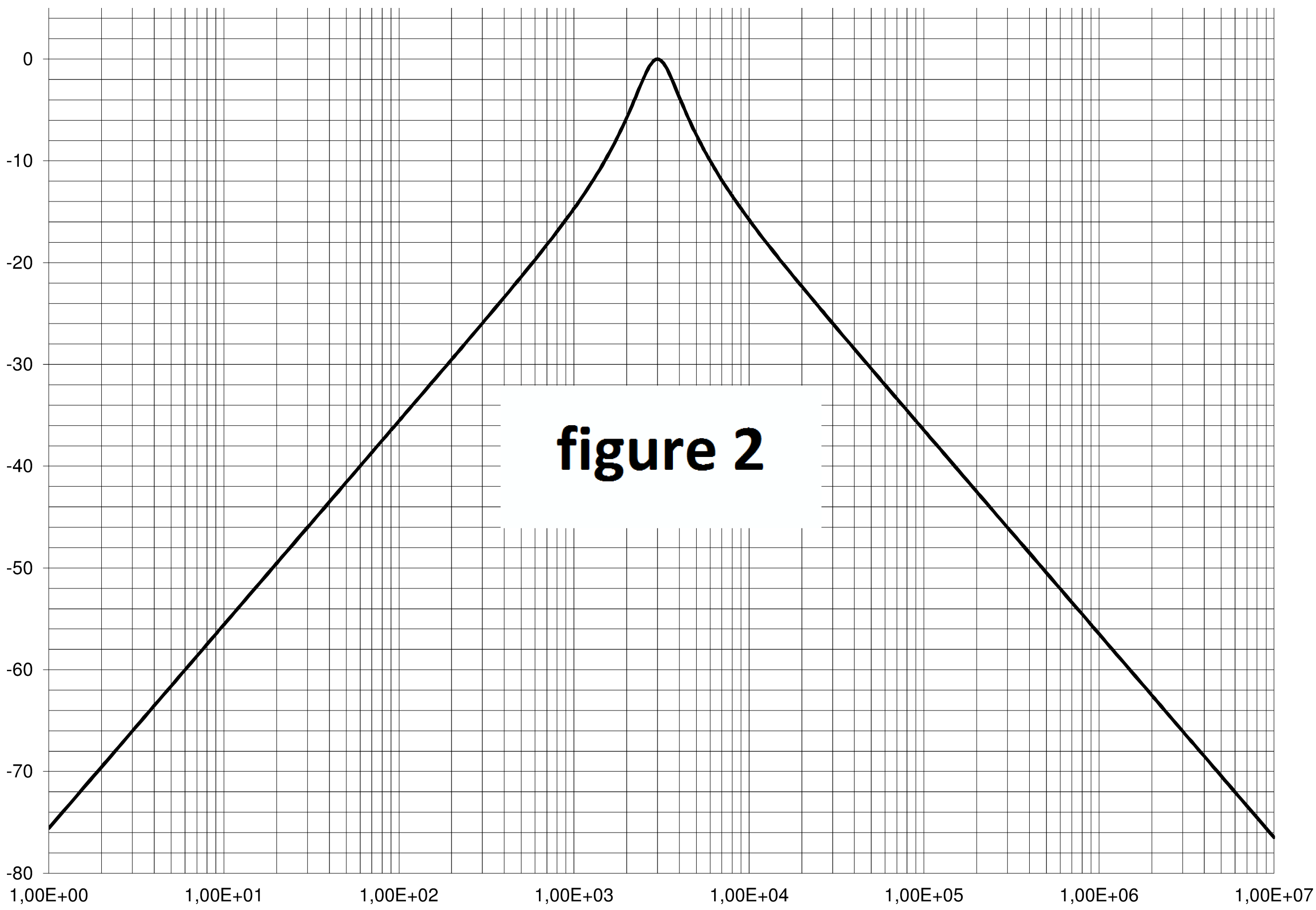
A. Etude du filtre

On considère un filtre constitué par le circuit suivant :



1. Ecrire la fonction de transfert sous la forme canonique : $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1 + jQ(\dfrac{f}{f_0} - \dfrac{f_0}{f})}$ et déterminer les expressions de H_0, Q et f_0 en fonction de R, L et C.

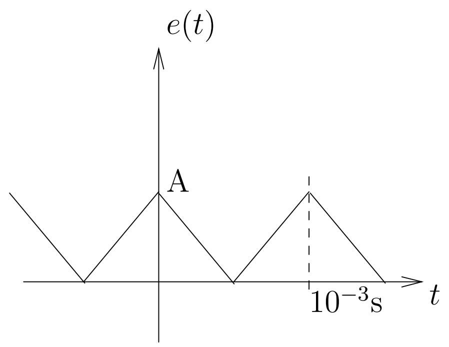
2. Rappeler la définition de la bande passante à -3 dB d'un filtre ainsi que l'expression de la largeur de la bande passante en fonction de f_0 et Q dans le cas de ce filtre.
   Le diagramme de Bode en gain de ce filtre est représenté sur la figure ci-dessous :



3. Déterminer à l'aide du diagramme les valeurs numériques de H_0, f_0 et Q.
4. En déduire les valeurs de C et L si $R = 0,4k\Omega$.

B. Etude du signal d'entrée

On considère le signal représenté ci-dessous :



$$e(t) = E + 4\frac{A}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos((2n-1)2\pi f_t t)}{(2n-1)^2}$$

1. Déterminer E en fonction de $A = 2V$.
2. Tracer l'allure du spectre en précisant les fréquences et amplitudes de 4 premiers "pics de Dirac" d'amplitude non nulle. On ne considérera que ces 4 composantes dans la suite.

C. Etude du signal de sortie

Le sigal précédent est placé à l'entrée du filtre étudié en partie A.

1. Déterminer les amplitudes des composantes du signal de sortie.
2. Tracer l'allure du spectre du signal de sortie.
3. Commenter.

Troisième problème

DOCUMENT 2 : Quelques coefficients de frottement dynamique

matériaux	coefficient de frottement dynamique λ
acier sur glace	0,050
acier sur acier	0,40
verre sur verre	0,40
pneu sur béton sec	0,70
pneu sur béton mouillé	0,50
semelle de cuir sur bois	0,20
semelle de cuir sur tapis	0,50

On considère dans un premier temps que la route est en béton, rectiligne, horizontale et sèche. Le véhicule de masse $m = 1000$ kg est assimilé à un point matériel.

B.1. En admettant que l'action du conducteur sur la pédale de frein se traduit par une force $\overrightarrow{f}$ colinéaire au déplacement s'exerçant sur le véhicule et s'opposant à son déplacement, établir un bilan des forces s'exerçant sur le véhicule et compléter le schéma du document - réponse en représentant ces forces.

B.2. Déterminer la réaction normale de la route supposée horizontale.

B.3. Rappeler les lois de frottement de Coulomb-Amontons. On notera $\overrightarrow{N}$ et $\overrightarrow{T}$ respectivement les composantes normale et tangentielle de la réaction en notant λ le coefficient de frottement dynamique qu'on suppose égal au coefficient de frottement statique.

B.4. Dans le cas où il y a glissement par exemple lors d'un freinage où les roues se bloquent, déterminer la force de frottement exercée par la route sur le véhicule.

B.5. Exprimer la norme de la force de freinage si le véhicule subit une décélération de norme $a_0 = 12$ m.s^{-2}. Comparer les forces de freinage et de frottement.

B.6. Toujours dans cette situation de glissement en bloquant les roues, calculer l'énergie dépensée pour arrêter un véhicule roulant initialement à une vitesse de 90 km.h^{-1}.

B.7. Pour garder le contact du véhicule sur la route, il ne doit pas y avoir glissement. Etablir l'inégalité que doit vérifier la force de freinage en l'absence de glissement.

B.8. En comparant les valeurs limites sur béton sec et béton mouillé, conclure sur l'influence de l'état de la route sur le freinage.

B.9. On s'intéresse à la situation où le véhicule aborde une descente sur une route inclinée d'un angle α par rapport à l'horizontale. Exprimer la réaction normale dans ce cas.

B.10. Etablir la nouvelle inégalité que doit vérifier la force de freinage en descente en l'absence de glissement.

C. Relèvement d'un virage

C.1. On revient au cas d'une route sèche et horizontale mais elle n'est plus rectiligne. On la modélise par un arc de cercle horizontal de rayon R et de centre O. Rappeler les expressions de la vitesse et de l'accélération d'un mouvement circulaire en coordonnées cylindriques (r, θ, z) d'origine O et d'axe vertical Oz.

C.2. On veut parcourir cette portion de route à vitesse constante v avec un véhicule de masse m. Que peut-on dire de la vitesse angulaire de rotation sur l'arc de cercle ? En déduire l'expression de l'accélération du véhicule en coordonnées cylindriques.

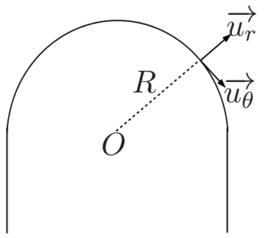
C.3. En projetant le principe fondamental de la dynamique sur la verticale, exprimer la composante normale N de la réaction de la route.

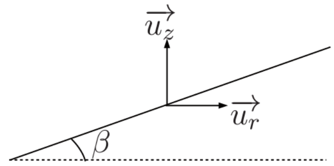
C.4. Montrer qu'il y a forcément une force radiale $\overrightarrow{T}$ au cours du mouvement. On donnera l'expression de sa norme en fonction de m, v et R.

C.5. Pour que le virage soit pris dans de bonnes conditions de sécurité, cette force doit correspondre à la composante tangentielle de la réaction de la route lorsqu'il n'y a pas glissement c'est-à-dire que sa norme T doit être inférieure à λN où N est la composante normale de la réaction et λ le coefficient de frottement (pour les éventuelles applications numériques, on se reportera au document 2 si nécessaire). Montrer que pour qu'il en soit ainsi, la vitesse ne doit pas dépasser une valeur maximale v_{max} qu'on exprimera en fonction de λ, g et R. Donner sa valeur numérique sur route sèche avec $R = 50$ m.

C.6. Si le virage est mouillé voire verglacé, que peut-on dire du coefficient de frottement ? de la vitesse maximale avec laquelle on peut aborder le virage ? Vers quelle limite tend v_{max} quand le frottement tend à s'annuler ?

C.7. Pour améliorer le contact pneu - route, on relève le virage d'un angle β. La valeur de β est obtenue en cherchant à annuler l'accélération verticale. On suppose ici qu'il n'y a pas de frottement. Dans ce cas, déterminer l'expression de la norme de la réaction normale N en fonction de m, g et β.





projection perpendiculaire à $\overrightarrow{u_z}$ projection perpendiculaire à $\overrightarrow{u_\theta}$

Figure 2: Deux projections du relèvement d'un virage.

C.8. Montrer que l'accélération radiale correspond à la composante horizontale de la réaction normale. En déduire la valeur de la vitesse constante v dans le virage en fonction de g, R et β. Donner sa valeur pour $\beta = 20°$ et $R = 50$ m.

C.9. Calculer la valeur de β pour retrouver la vitesse v_{max} obtenue précédemment en C.5.

C.10. La valeur de β correspond à une vitesse v_{ref} donnée. Que se passe-t-il lorsque la vitesse est plus faible ? plus grande ? On complétera les figures du document - réponse pour justifier sa réponse.