

## Devoir surveillé n°6 B

### I. DÉTERMINATION DE LA VITESSE D'UNE ONDE DE CHOC

Indication : à la question III.1.3, il s'agira de justifier (ou d'admettre!) que les deux vecteurs d'onde forment un angle  $2\alpha$ .

Nous avons vu dans la partie II que la détermination de la vitesse  $D$  d'une onde de choc, associée à celle de la vitesse de la matière mise en mouvement permettait de remonter à l'état de pression d'un matériau soumis à une forte compression via les relations d'Hugoniot – Rankine établies dans cette même partie. On décrit dans cette partie le dispositif interférométrique qui permet d'effectuer la mesure.

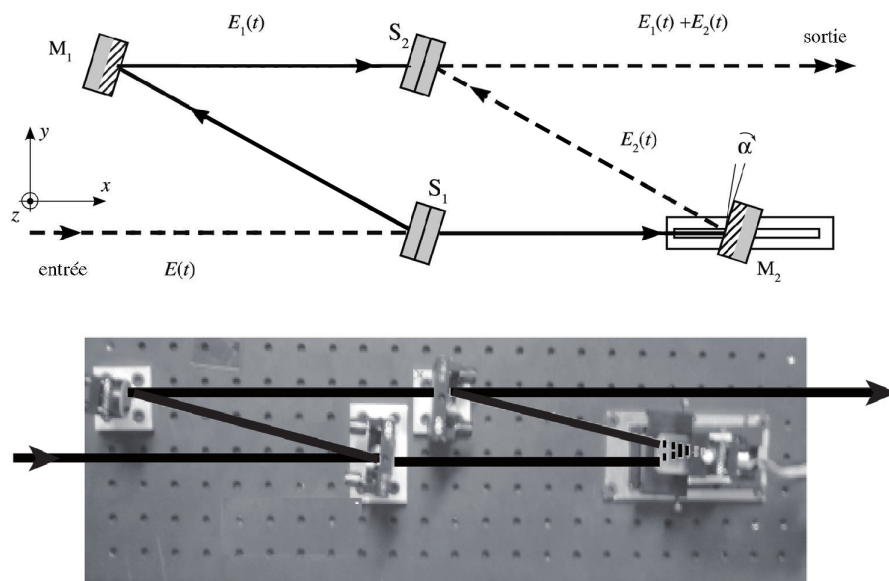


Figure 3. Schéma optique et table optique d'un VISAR

La figure 3 montre le schéma optique et une photographie de la table optique portant ce dispositif nommé par son acronyme anglais VISAR (Velocity Interferometer System for Any Reflector).  $M_1$  et  $M_2$  sont deux miroirs supposés identiques.  $M_2$  est monté sur un support piézoélectrique qui permet des réglages fins de translation.  $S_1$  et  $S_2$  sont deux lames séparatrices, également supposées identiques.

L'analyse qualitative et théorique de ce dispositif peut se faire à partir des connaissances expérimentales relatives à l'interféromètre de Michelson.

**III.1** Un faisceau lumineux parallèle et monochromatique entre dans l'interféromètre *via* la lame séparatrice  $S_1$ .

**III.1.1** Décrire qualitativement le fonctionnement de cet interféromètre.

**III.1.2** Les composants optiques sont initialement tous réglés avec des faces parallèles entre elles et les chemins optiques des deux bras de l'interféromètre sont égaux. Qu'observe-t-on en sortie de la séparatrice  $S_2$  ?

**III.1.3** On tourne le miroir  $M_2$  d'un petit angle  $\alpha$  autour de la verticale  $Oz$ . Faire un schéma des surfaces d'ondes en sortie de la séparatrice  $S_2$ . Qu'observe-t-on en sortie de  $S_2$  ?

**III.2** Les champs électriques des ondes lumineuses en sortie et ayant parcouru les 2 bras sont notés :

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= E_0 \exp i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \vec{e}_z \\ \vec{E}_2 &= E_0 \exp i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \vec{e}_z\end{aligned}$$

avec  $\|\vec{k}_1\| = \|\vec{k}_2\| = k = 2\pi/\lambda$

**III.2.1** Exprimer les phases  $\vec{k}_1 \cdot \vec{r}$  et  $\vec{k}_2 \cdot \vec{r}$  des champs  $\vec{E}_1$  et  $\vec{E}_2$  en coordonnées cartésiennes  $(x, y)$ .

**III.2.2** Soit  $\vec{E}$  le champ électrique total en sortie de la séparatrice, plan origine dont on posera l'abscisse  $x$  nulle. Expliciter l'intensité lumineuse  $I = \|\vec{E}\|^2$ .

**III.2.3** Faire un schéma de la répartition d'intensité lumineuse dans le plan  $(y, z)$ . Déterminer l'interfrange que l'on notera  $i$ .

**III.3** On interpose maintenant sur le trajet optique, tout contre le miroir  $M_2$ , un étalon, c'est-à-dire une pièce transparente (verre, quartz ou autre) d'épaisseur  $e$  calibrée et d'indice optique  $n$  supposé connu ( $n > 1$ ). Afin d'assurer la même position du faisceau en sortie de  $S_2$ , le miroir  $M_2$  est légèrement reculé. Soient  $\delta$  la différence de chemin optique correspondant à l'introduction de l'étalon et à la translation du miroir  $M_2$ , et  $\tau$  le retard temporel correspondant.

Exprimer la phase du champ  $\vec{E}_2$  parcourant le bras inférieur de l'interféromètre. En déduire comme en **III.2.2** l'expression analytique de l'intensité lumineuse dans le plan  $(y, z)$ .

Quel est l'effet de l'étalon sur la figure d'interférences ?

**III.4** La lumière entrant dans l'interféromètre provient de la réflexion sur une surface réfléchissante mobile (dénommée cible) d'un faisceau laser de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$ . La vitesse de cette surface mobile est notée  $V(t)$  et cette surface se rapproche de la source lumineuse laser. Du fait de ce mouvement, on admettra que la pulsation de la lumière après réflexion sur l'interface est donnée, au premier ordre en  $V/c$ , par l'expression :  $\omega_d = \omega_0[1 + 2V(t)/c]$ . Un détecteur est placé en sortie de l'interféromètre au niveau de la séparatrice  $S_2$ .

**III.4.1** On suppose que la surface réfléchissante est mise brutalement en mouvement à l'instant  $t = 0$  sous l'effet par exemple d'un phénomène de choc comme évoqué dans la partie **II**. Sa vitesse s'écrit donc  $V(t) = 0$  pour  $t < 0$  et  $V(t) = V_0$  pour  $t > 0$ .

Après un laps de temps dû à la propagation, la lumière de fréquence modifiée arrive sur le détecteur. Montrer que, dans ce cas, l'intensité lumineuse sur la séparatrice, en négligeant la modification de l'interfrange au voisinage du centre  $y = 0$ , est donnée par l'expression :

$$I_{S2}(y, V_0) = 2E_0^2[1 + \cos(\omega_0\tau + \Phi(V_0) + 2\pi y/i)]$$

Montrer que :  $\Phi(V_0) = 4\pi\tau V_0/\lambda_0$ .

**III.4.2** Tracer l'allure de l'évolution au cours du temps de l'interférogramme dans le plan de sortie de la séparatrice  $S_2$ . En déduire le principe de la mesure de la vitesse.

On notera le décalage de franges :  $F = \Phi(V_0)/2\pi$ .

### III.5. Exploitation d'un interférogramme expérimental

L'image ci-dessous (figure 4) est un interférogramme typique enregistré au cours d'une expérience sur le laser LULI 2000 de l'École Polytechnique. On se propose d'en déduire la vitesse de la cible accélérée par ce laser de puissance.

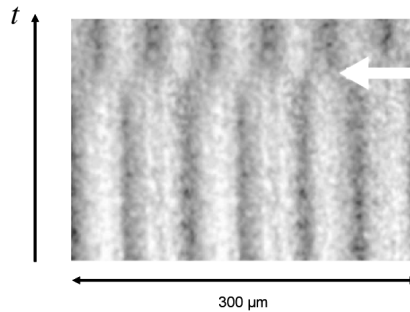


Figure 4. Interférogramme VISAR

**III.5.1** Déterminer la valeur de l'interfrange.

**III.5.2** La mise en vitesse intervient à l'instant marqué par la flèche (figure 4). On suppose  $F < 1$ . Estimer le saut de franges correspondant.

La formule  $F = \Phi(V_0)/2\pi$  se réécrit  $V_0 = S_V F$ . Exprimer le coefficient  $S_V$ , appelé sensibilité du VISAR en fonction de  $\lambda_0$  et  $\tau$ .

**III.5.3** On donne pour un étalon en silice les caractéristiques suivantes :  $e = 3,07$  mm et  $n = 1,4607$ . La différence de chemin optique est donnée par  $\delta = 2e(n - 1/n)$ .

Calculer  $\tau$  puis  $S_V$  pour  $\lambda_0 = 532$  nm. En déduire une estimation de la vitesse de l'interface.

### III.6. Limitation

Montrer que la vitesse n'est déterminée que modulo une certaine quantité que l'on précisera.

Justifier de l'emploi éventuel de deux dispositifs VISAR fonctionnant à des longueurs d'onde différentes et avec des sensibilités très différentes.

## II. ETOILE DOUBLE

Une lentille mince convergente précédée de deux trous d'Young distants de  $d$ , vise les deux composantes de même luminosité d'une étoile double dans les directions  $\alpha$  et  $\alpha + \Delta\alpha$

1. Monter qu'en faisant varier  $d$ , on peut mesurer  $\Delta\alpha$  de façon précise.
2. Le contraste s'annule pour une valeur minimale de  $d$  de 30 cm avec une radiation utilisée d'une longueur d'onde  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ , calculer en seconde d'arc la valeur minimale de  $\Delta\alpha$ .

Relation de conjugaison pour des lentilles minces :  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$

### III. INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON

*On étudie des phénomènes d'interférences à deux ondes que l'on illustrera à partir de la question 2.2 à l'aide de l'interféromètre de Michelson.*

**2.1.1.** Préciser pour lequel des deux cas suivants il peut y avoir localisation des franges en lumière monochromatique :

- a) on utilise une source ponctuelle,
- b) on utilise une source étendue.

Pour obtenir des interférences à deux ondes, on peut utiliser, soit un dispositif à division de front d'onde, soit un dispositif à division d'amplitude. Lequel de ces types de dispositif permet d'observer des interférences localisées ?

Donner un exemple de dispositif à division de front d'onde.

Donner un exemple de dispositif à division d'amplitude.

**2.1.2.** Qu'appelle-t-on longueur de cohérence ? Quel est son rôle dans les conditions d'observation des franges d'interférences ?

**2.2.1.** Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice  $S_P$  dont les facteurs de transmission et de réflexion sont supposés égaux, et de deux miroirs plans  $M_1$  et  $M_2$  perpendiculaires l'un à l'autre. La lame  $S_P$  est inclinée à  $45^\circ$  par rapport aux normales à  $M_1$  et  $M_2$ . L'interféromètre est plongé dans l'air. Dans tout le problème, on ne tiendra compte, ni

des inconvénients liés à l'épaisseur non négligeable de la séparatrice (inconvénients supposés parfaitement corrigés grâce à une lame compensatrice), ni d'éventuels changements de phases par réflexion. L'indice de l'air sera pris égal à 1.

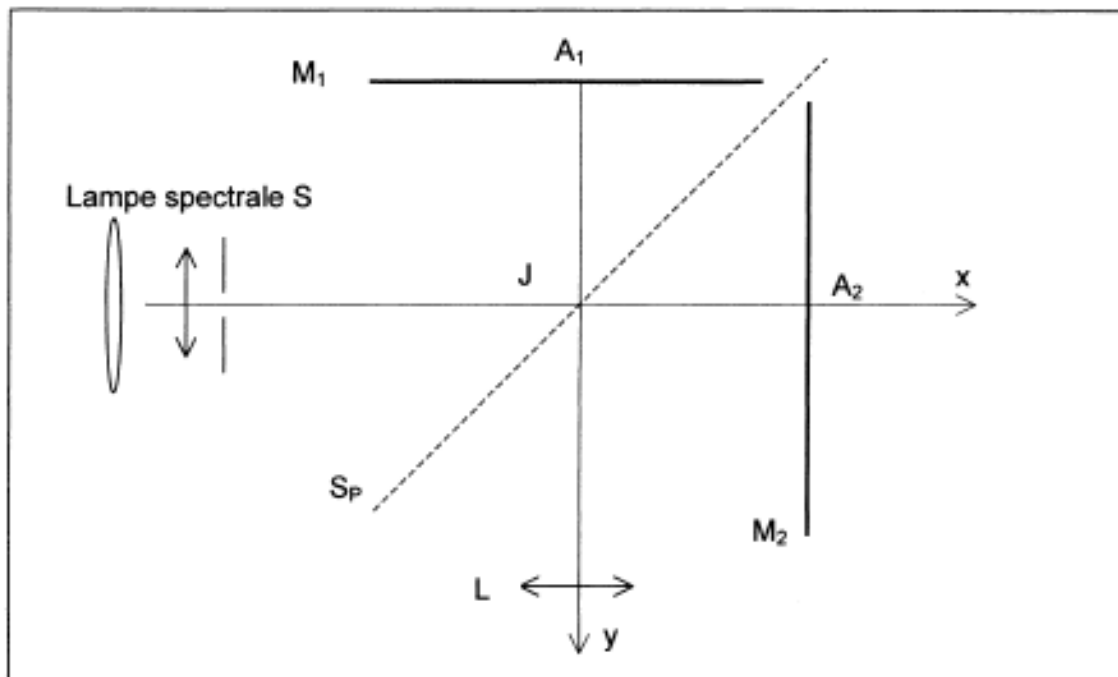


Figure 2

On utilise comme source étendue  $S$  une lampe spectrale de symétrie de révolution autour de l'axe  $SJ$ . Comment peut-on sélectionner une raie quasi-monochromatique de la lumière émise par la lampe ?

**2.2.2.** L'interféromètre a été réglé de sorte que les deux bras sont égaux ( $JA_1 = JA_2$ ). L'observation se fait en lumière monochromatique, dans le plan focal d'une lentille mince convergente ( $L$ ) d'axe optique  $Jy$  et de distance focale  $f' = 1\text{m}$ .

a) Qu'observe-t-on ?

b) Pourquoi est-il nécessaire de diaphragmer la lentille ( $L$ ) ou de limiter l'inclinaison des rayons incidents issus de la source  $S$  ?

**2.2.3.1** On translate  $M_2$  normalement à son plan de  $e = 1,1\text{ mm}$  dans la direction des  $x$  positifs. On considère un rayon incident d'angle d'incidence  $i$  (petit devant un radian). Montrer à l'aide d'un schéma que le phénomène d'interférences observé est analogue à celui d'une lame d'air à faces parallèles. Faire un tracé des deux rayons lumineux émergents de l'interféromètre, associés à cet incident. En quel point  $P$  de l'écran vont-ils interférer, après passage dans la lentille ? Exprimer la différence de marche en ce point en fonction de l'inclinaison  $i$  des rayons émergents de l'interféromètre par rapport à l'axe  $(A_1, y)$ . En déduire l'éclairement sur l'écran et l'ordre d'interférence  $p$  au point  $P$  associé à l'angle d'incidence  $i$ . En quel point de l'écran cet ordre  $p$  est-il maximal ?

Dans toute la suite, on se contentera d'une analyse limitée à l'ordre 2, inclus, en  $i$  (angle d'incidence).

**2.2.3.2.** Quel est le lieu de localisation des franges d'interférences ?

**2.2.3.3.** Avec une raie de longueur d'onde  $\lambda = 546,1 \text{ nm}$  dans le vide, et toujours avec  $e = 1,1 \text{ mm}$ , déterminer la valeur maximale de l'ordre d'interférence, et en déduire l'ordre d'interférence du premier anneau brillant, puis son rayon. Déterminer, de même, les rayons des deuxième et troisième anneaux brillants. Que constate-t-on?

**2.2.3.4.** On place sur le bras  $JA_1$  et parallèlement au miroir  $M_1$ , une lame transparente à faces parallèles d'épaisseur  $e' = 9,5 \text{ }\mu\text{m}$  et d'indice  $n = 1,5117$ . Calculer la variation, due à l'introduction de cette lame, de l'ordre d'interférence au centre.

Dans toute la suite, on enlève cette lame à faces parallèles.

**2.2.4.1** A partir de la situation où les deux bras sont égaux ( $JA_1 = JA_2$ ), on fait tourner le miroir  $M_2$  d'un angle  $\alpha$  très faible autour d'un axe passant par  $A_2$  et perpendiculaire au plan passant par  $J$ ,  $A_1$  et  $A_2$ . Montrer à l'aide d'un schéma que le dispositif est équivalent à un coin d'air d'angle  $\alpha$ .

**2.2.4.2.** Comment éclairer le coin d'air sous incidence quasi-normale?

**2.2.4.3.** Le centre de la source éclaire (après réflexion sur la séparatrice), le miroir  $M_1$  en incidence normale ; faire apparaître à l'aide d'un schéma, la position du plan de localisation de la figure d'interférences. Lors d'une observation oculaire, sur quelle surface a-t-on l'impression que les franges sont « peintes » ?

**2.2.4.4.** Pour observer une image nette et agrandie des interférences sur un écran, on utilise une lentille convergente  $L'$  de distance focale  $0,2 \text{ m}$  (cette lentille remplace la lentille  $L$ ) et un écran. La lentille est placée à  $0,25 \text{ cm}$  du miroir  $M_1$ , son axe optique correspond à l'axe  $(Jy)$  (on rappelle que l'angle  $\alpha$  est très faible). Préciser la position de l'écran d'observation et calculer le grandissement.

**2.2.4.5.** Caractériser le système de franges et donner l'expression de l'**interfrange  $i$  observé sur l'écran**.

Application numérique:  $i = 3,75 \text{ mm}$ .  $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ . Donner la valeur de  $\alpha$ .

**2.2.4.6.** On éclaire le coin d'air en lumière blanche ; qu'observe-t-on sur l'arête du coin d'air (ou sur son image)?

Expliquer pourquoi, si l'angle  $\alpha$  augmente, la région du coin où l'observation des franges en lumière blanche (teintes de Newton) est observable devient plus étroite.

**2.2.5.1.** L'interféromètre est réglé comme à la question 2.2.4, mais la source primaire est maintenant une lampe à vapeur de sodium dont on suppose que le spectre d'émission ne contient que deux raies intenses, de couleur jaune et de longueur d'onde  $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$  avec  $0 < \Delta\lambda \ll \lambda_1$ .

On observe alors nettement les franges obtenues dans la question 2.2.4. Ensuite on translate  $M_2$  d'une distance  $d$ , et on constate que les franges disparaissent une première fois lorsque  $d = 0,15 \text{ mm}$ . Expliquer le phénomène.

**2.2.5.2.** En déduire  $\Delta\lambda$  et  $\lambda_2$ .