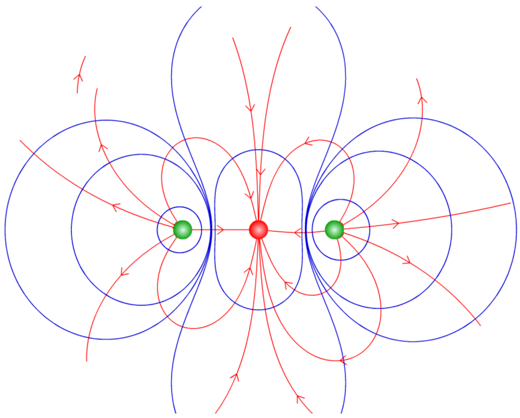
DEVOIR SURVEILLÉ N°2 A : CORRIGÉ

I. ELECTROSTATIQUE

1/1



2/1 Le plan de la feuille est plan de symétrie, de même que le plan contenant les trois charges. Le plan passant par la charge centrale et médiateur des deux autres est aussi plan de symétrie.

3/0,5 La charge centrale est négative et vaut -2q. Les deux autres valent q.

4/3 Il faut être distinguer les différents cas :

Pour $x > a$, $\mathrm{E}(x) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(x+a)^2} + \dfrac{1}{(x-a)^2} - \dfrac{2}{x^2}\right)$

Pour $x < -a$, $\mathrm{E}(x) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\dfrac{1}{(x+a)^2} - \dfrac{1}{(x-a)^2} + \dfrac{2}{x^2}\right)$

Pour $0 < x < a$, $\mathrm{E}(x) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(x+a)^2} - \dfrac{1}{(x-a)^2} - \dfrac{2}{x^2}\right)$

Pour $-a < x < 0$, $\mathrm{E}(x) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{1}{(x+a)^2} - \dfrac{1}{(x-a)^2} + \dfrac{2}{x^2}\right)$

Pour $y > 0$, $\mathrm{E}(y) = \dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{y}{(a^2+y^2)^{3/2}} - \dfrac{1}{y^2}\right)$

Pour $y < 0$, $\mathrm{E}(y) = \dfrac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{y}{(a^2+y^2)^{3/2}} + \dfrac{1}{y^2}\right)$

5/1 Il n'y a pas de point d'arrêt. C'est évident sur l'axe des x.Sur l'axe des y, l'influence de la charge centrale l'emporte toujours sur les deux autres.

6/1 Le théorème de Gauss donne $\oiint \overrightarrow{\mathrm{E}}\,.\,\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}} = -\dfrac{2q}{\varepsilon_0}$

7/1 Le théorème de Gauss donne $\oiint \overrightarrow{\mathrm{E}}\,.\,\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{S}} = 0$ puisque les 3 charges sont dans la sphère.

II. EFFET D'UN FILTRE SUR UN SIGNAL TRIANGULAIRE

A.1/2

La fonction de transfert vaut (diviseur de tension) :

$$\underline{\mathrm{H}} = \frac{\mathrm{Z}}{\mathrm{R}+\mathrm{Z}} = \frac{1}{1+\dfrac{\mathrm{R}}{\mathrm{Z}}} = \frac{1}{1+j\left(\mathrm{R}\mathrm{C}\omega - \dfrac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}\omega}\right)}$$

d'où
$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{LC}}} = 2\pi f_0 \text{ et } \mathrm{Q} = \mathrm{RC}\omega_0 = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}\omega_0} \quad \mathrm{H}_0 = 1}$$

A.2/2 La bande passante à -3 dB est la plage de fréquences telles que $|\underline{\mathrm{H}}| > \mathrm{H}_{max}/\sqrt{2}$.

$$\mathrm{Q}\left(x - \frac{1}{x}\right) = \pm 1$$

On résoud l'équation du second degré et on garde les racines positives :

$$x_1 = -\frac{1}{2\mathrm{Q}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\mathrm{Q}}\right)^2 + 1} \quad \text{et} \quad x_1 = \frac{1}{2\mathrm{Q}} + \sqrt{\left(\frac{1}{2\mathrm{Q}}\right)^2 + 1}$$

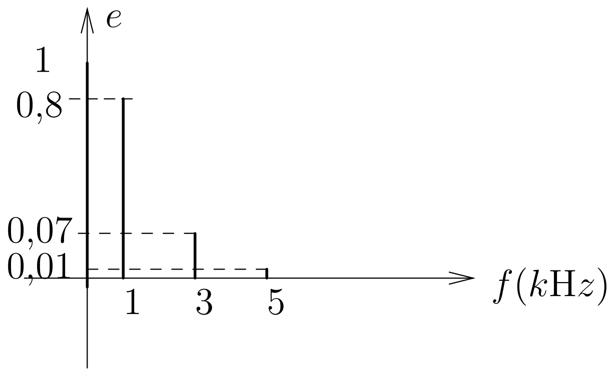
d'où
$$\boxed{\omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{\mathrm{Q}}}$$

A.3/2 Par lecture graphique, on a $\mathrm{H}_0 = 1$, $f_0 = 3k\mathrm{H}z$ et $\Delta f = 4 - 2,5 = 1,5k\mathrm{H}z$. Soit avec la question précédente, $\mathrm{Q} = 2$.

A.4/2 $\mathrm{L} = \dfrac{\mathrm{R}}{\mathrm{Q}\omega_0} = 10m\mathrm{H} \quad \mathrm{C} = \dfrac{\mathrm{Q}}{\mathrm{R}\omega_0} = 244n\mathrm{F}$.

B.1/1 $\mathrm{E} = \langle e(t) \rangle = \dfrac{\mathrm{A}}{2}$

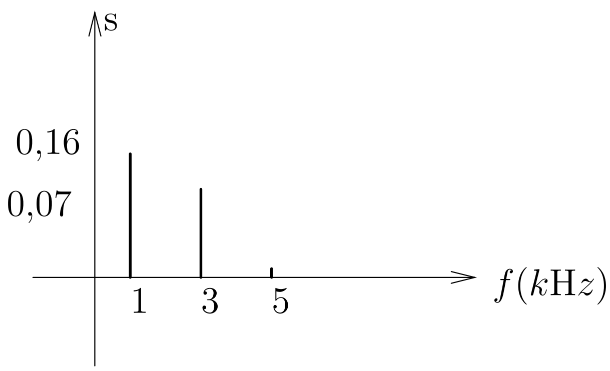
B.2/1 Le fondamentale de fréquence $f_t = 1k\mathrm{H}z$ est d'amplitude $4\mathrm{A}/\pi^2$. Le troisième harmonique est d'amplitude $4\mathrm{A}/9\pi^2$. Le cinquième harmonique est d'amplitude $4\mathrm{A}/25\pi^2$.



C.1/2 Il faut déterminer le gain aux 4 fréquences des composantes. Pour cela, le plus simple est d'utiliser le graphe.

- $\mathrm{G}_{d\mathrm{B}}(f_t) = -14d\mathrm{B}$ donc $|\mathrm{H}(f_t)| = 0,2$. Le fondamental a donc une amplitude de $0,16$ V
- $\mathrm{G}_{d\mathrm{B}}(5f_t) = -20d\mathrm{B}$ donc $|\mathrm{H}(5f_t)| = 0,1$ et la composante à 3 f_t a une amplitude de $0,002$ V
- $|\mathrm{H}(3f_t)| = 1$ donc la composante à 3 f_t a une amplitude de $0,07$ V
- De manière évidente la composante continue est complètement coupée

C.2/2 On a donc le spectre :



C.3/1 Le signal de sortie est essentiellement la superposition de deux sinusoïdes d'amplitudes proche ; 1 à 1 kHz et l'autre à 3 kHz.

III. E3A MP 2017

B.1/0,5 Bilan des forces dans R galiléen : poids $m\overrightarrow{g}$, réaction normale $\overrightarrow{\mathrm{N}}$, réaction tangentielle $\overrightarrow{\mathrm{T}}$ et force de freinage $\overrightarrow{f} = -f\overrightarrow{u_x}$.

B.2/0,5 En projection sur $\overrightarrow{u_z}$, on a $\mathrm{N} = mg$

B.3/1 $\mathrm{T} < \lambda\mathrm{N}$ si il y a non glissement et $\mathrm{T} = \lambda\mathrm{N}$ s'il y a glissement.

B.4/1 Dans ce cas, $\mathrm{T} = \lambda\mathrm{N} = \lambda mg$.

d'où
$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{T}} = -\lambda mg\overrightarrow{u_x}}$$

B.5/1 En projetant le pfd, on trouve $ma_0 = 12k\mathrm{N}$. $\mathrm{T} = \lambda mg = 7k\mathrm{N}$ donc $f = ma_0 - \mathrm{T} = 5k\mathrm{N}$
C'est essentiellement T qui fait décellerer le véhicule.

B.6/1 On applique le TEC au véhicule dans R galiléen,

$$\Delta\mathrm{E}_c = \mathrm{W}_{ext} = -\frac{1}{2}m\mathrm{V}_i^2 = -312,5k\mathrm{J}$$

B.7/1 En l'absence de glissement $\mathrm{T} < \lambda\mathrm{N}$ donc $ma_0 - f < \lambda mg$ soit $f > ma_0 - \lambda mg$.

B.8/1 Béton sec $\lambda mg = 7k\mathrm{N}$ donc il faut $f > 5k\mathrm{N}$
Béton mouillé $\lambda mg = 5k\mathrm{N}$ donc il faut $f > 7k\mathrm{N}$.

B.9/1 Dans ce cas $\mathrm{N} = mg\cos\alpha$

B.10/1 On projette le PFD : $\mathrm{T} = mg\sin\alpha - f + ma_0$ La condition est $\mathrm{T} < \lambda\mathrm{N}$ soit

$$g\sin\alpha - f + a_0 < \lambda g\cos\alpha$$

C.1/1 $\overrightarrow{a} = \mathrm{R}\ddot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} - \mathrm{R}\dot{\theta}^2\overrightarrow{u_r}$

C.2/1 Dans ce cas, $v = \mathrm{R}\dot{\theta} = cte$ donc $\dot{\theta} = cte$ et $\ddot{\theta} = 0$

$$\overrightarrow{a} = -\frac{v^2}{\mathrm{R}}\overrightarrow{u_r}$$

C.3/0,5 $\mathrm{N} = mg$

C.4/1 Le PFD projeté sur $\overrightarrow{u_r}$ donne $m\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{T}}$ donc $\mathrm{T} = m\dfrac{v^2}{\mathrm{R}}$

C.5/1 $\mathrm{T} < \lambda\mathrm{N}$ donc $v < \sqrt{\lambda\mathrm{R}g} = 18,7m/s = 67km/h$

C.6/1 Si le virage est mouillé le coefficient de frottement diminue et la vitesse maximale est plus faible. Cette vitesse tend vers 0 si le coefficient de frottement tend vers 0.

C.7/1 On projette sur la normale $\mathrm{N}\cos\beta = mg$

C.8/2 Il suffit de faire un dessin et on constate que $\mathrm{N}\sin\beta = m\dfrac{v^2}{\mathrm{R}}$

d'où $$\boxed{v = \sqrt{\mathrm{R}g \tan \beta} = 13,5 m/s}$$

C.9/1 Pour $v = v_{max}$ on a $\tan \beta = \dfrac{\lambda \mathrm{R}g}{\mathrm{R}g} = \lambda$.

Il faut incliner le virage de $\beta = \text{Arctan}\ \lambda = 35°$

C.10/1 Si $v < v_{ref}$ la composante de l'accélerration selon la pente est trop faible pour compenser N et le véhicule descend.

C'est l'inverse si $v > v_{ref}$.