

## MECANIQUE - TRAVAUX DIRIGES N° 4

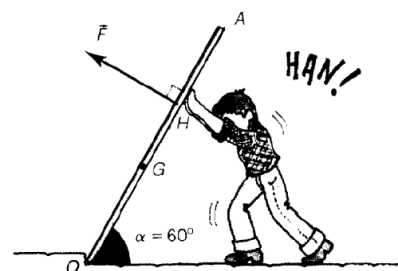
### Mouvement d'un solide autour d'un axe fixe

#### Exercice n° 1 : Ordres de grandeurs

- 1) Calculer le moment cinétique d'un électron, de masse  $m = 9.10^{-31}$  kg, en rotation uniforme autour d'un noyau, sachant que la trajectoire est un cercle de rayon  $r = 53$  pm parcourue à la fréquence  $f = 6.6.10^{15}$  Hz.
- 2) Calculer le moment cinétique de la Terre en rotation uniforme autour de l'axe Nord Sud sachant que son moment d'inertie par rapport à cet axe est  $J = 0.4 MR^2$ ,  $R = 6.4 \cdot 10^3$  km et  $M = 6.0 \cdot 10^{24}$  kg.
- 3) Un tambour de machine à laver de rayon  $R = 25$  cm, de masse  $m = 5$ kg tourne à la vitesse angulaire de 1000 tr/min. Calculer son moment cinétique par rapport à son axe sachant que son moment d'inertie par rapport à cet axe est  $J = mR^2$ .
- 4) Un hélicoptère nécessite au décollage une puissance de 180 cv avec des pales tournant à environ 7 tours/s. Quel est le couple exercé par le moteur sur les pales ? (1cv = 736 W)

#### Exercice n° 2 :

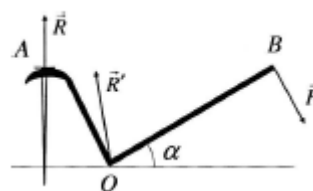
Un homme maintient en équilibre un panneau uniforme de masse  $m = 80$  kg, de longueur  $OA = 2.40$  m, dans une position inclinée d'un angle  $\alpha = 60^\circ$  avec le sol horizontal. Il exerce en H, à la distance  $OH = 2$  m une force perpendiculaire au panneau, dont le sens est indiqué sur la figure.



Calculer l'intensité de la force F.

#### Exercice n° 3 : Intérêt d'un levier « pied de biche »

Un levier « pied de biche » est coudé à  $90^\circ$  au point O. Afin d'arracher un clou en A, on exerce en B une force  $\vec{F}$  perpendiculaire à OB et d'intensité  $F = 200$  N. Le poids est négligé.  
 $OB = 70$  cm ;  $OA = 10$  cm ; l'angle entre OB et le plan d'appui  $\alpha = 30^\circ$ .



- 1) Déterminer l'intensité de la force  $\vec{R}$  normale au plan et exercée par le levier sur le clou du levier. Commenter.
- 2) En déduire la réaction  $\vec{R}'$  du sol en O par ses composantes sur les axes.

#### Exercice n° 4 :

On considère une roue de bicyclette de rayon R et de masse m dont on étudie l'arrêt de la rotation par des freins à étrier. Chacun des deux freins exerce sur la jante une force de direction horizontale et d'intensité F, que l'on considèrera constante tant que la roue tourne. Le vélo étant retourné sur sa selle, la roue est en rotation autour de son moyeu fixe, noté ( $\Delta$ ). On suppose que la liaison pivot est parfaite.

- 1) Quel est le modèle le plus approprié pour décrire le moment d'inertie de la roue : celui du cylindre plein ou celui du cylindre vide ?

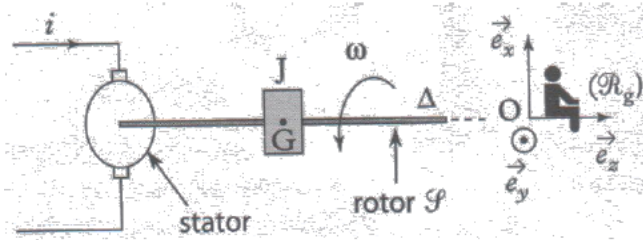
- 2) On donne les moments d'inertie associés aux deux cas :  $J_{\Delta, \text{plein}} = mR^2/2$  et  $J_{\Delta, \text{vide}} = mR^2$ . Justifier qualitativement l'écart entre les deux valeurs.
- 3) Quel est le moment résultant sur l'axe ( $\Delta$ )? On justifiera avec soin en précisant les moments éventuellement nuls avec la raison de cette nullité.
- 4) En déduire l'équation différentielle d'évolution de l'angle  $\theta$  autour de l'axe.
- 5) Déterminer alors les expressions de  $d\theta(t)/dt$  et  $\theta(t)$  si à  $t=0$ , on a  $\theta(0) = 0$  et  $(d\theta/dt)(0) = \omega_0$ .
- 6) Déterminer l'intensité  $F$  de la force nécessaire pour arrêter la roue en un seul tour. On cherchera dans un premier temps à quelle condition la roue s'arrête, et quel angle la roue aura-t-elle parcouru. On donne, pour l'application numérique,  $R = 33 \text{ cm}$ ,  $m = 1.6 \text{ kg}$  et  $\omega_0 = 17 \text{ rad.s}^{-1}$ .

**Exercice n° 5 :**

On étudie la phase de mise en rotation du rotor  $S$  d'un moteur de robotique dans le référentiel terrestre. On suppose que le centre de masse  $G$  du rotor est sur l'axe  $\Delta$ .

Le rotor  $S$ , de moment d'inertie  $J = 10,7 \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^2$  par rapport à son axe de rotation est soumis à un couple moteur  $C_m$  dont la valeur est proportionnelle à l'intensité du courant  $i$  traversant le stator (partie fixe) du moteur :

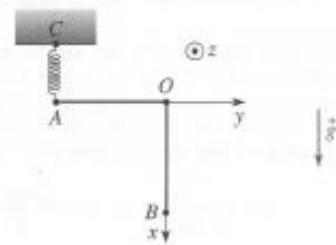
$C_m = ki$  avec  $k = 22 \cdot 10^{-3} \text{ N.mA}^{-1}$ . Le courant  $i$  est constant:  $i = I_0 = 0,1 \text{ A}$ .



- 1) On néglige tous les frottements.
  - a) En utilisant le TMC, écrire l'équation donnant la vitesse angulaire  $\omega(t)$  de  $S$ .
  - b) La résoudre en supposant qu'au départ  $S$  est au repos.
  - c) Déterminer et calculer le temps  $T_0$  mis pour atteindre la vitesse  $\omega_0 = 1800 \text{ rad/s}$ .
- 2) En réalité, le rotor  $S$  est soumis à un couple de frottements sec  $C_s = 400 \mu\text{N.m}$  et à un couple de frottement fluide  $C_f = \lambda\omega$  ( $\lambda = 10^{-6} \text{ N.m}$ ), tous deux s'opposant au mouvement.
  - a) Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire  $\omega(t)$ .
  - b) Quelle est la vitesse angulaire maximale que pourra atteindre le moteur ?
  - c) Déterminer le temps  $T$  mis pour atteindre le régime permanent à 5%.

**Exercice n° 6 :**

Un solide homogène de masse  $M$  filiforme a la forme d'un coude  $AOB$  ( $OA = OB = 2a$ , angle  $AOB = 90^\circ$ ). Ce solide peut tourner sans frottement autour de l'axe horizontal  $Oz$ . Un ressort de masse négligeable, de constante de raideur  $k$ , est accroché à l'extrémité en  $A$  l'autre extrémité  $C$  étant maintenue fixe. A l'équilibre  $OA$  est horizontal. Le moment d'inertie du solide par rapport à  $Oz$  est  $4Ma^2/3$ .



- 1) Exprimer la longueur du ressort à l'équilibre.
- 2) On étudie les petites oscillations du système autour de sa position d'équilibre. En supposant que la force élastique reste verticale pendant le mouvement, exprimer la période des oscillations.

