Devoir maison n°5 :

A rendre le jeudi 26 mai

Exercice n°1 : Précipitation sélective

On souhaite séparer les ions cobalt Co^{2+} et magnésium Mg^{2+} en réalisant une précipitation sélective de leurs hydroxydes.

Produit de solubilité de l'hydroxyde de cobalt $Co(OH)_{2(s)}$: $Ks_1 = 10^{-14,8}$

1) Lorsque l'on dissout de l'hydroxyde de magnésium $Mg(OH)_2(s)$ jusqu'à saturation, la solution possède un pH égal à 10,5. Calculer la concentration en ions hydroxyde puis calculer le produit de solubilité de $Mg(OH)_{2(s)}$.

2) On dispose d'une solution contenant des ions cobalt à la concentration $C_0 = 10^{-2}$mol.L^{-1} et des ions magnésium à la même concentration C_0. On souhaite précipiter plus de 99% du cobalt sans précipiter le magnésium.
   a) Calculer la concentration en ion hydroxyde à partir de laquelle le magnésium précipite. En déduire le pH de la solution (pH_2) correspondant.
   b) Calculer la concentration en ion cobalt restant en solution si 99% du cobalt précipite sous forme d'hydroxyde de cobalt $Co(OH)_{2(s)}$. En déduire la concentration en ions hydroxyde et le pH de la solution (pH_1) pour que 99% du cobalt précipite.
   c) En déduire une zone de pH, que l'on précisera, où il est possible de précipiter plus de 99% du cobalt sans précipiter le magnésium.

Exercice n° 2 : Chute d'une tartine beurrée

Préoccupé dès le petit-déjeuner par un problème résistant à sa sagacité, un physicien pose distraitement sa tartine beurrée en déséquilibre au bord de la table, côté beurré vers le haut (fig. 1). La tartine tombe et atterrit sur le côté beurré, ce qui ne manque pas d'attirer l'attention du physicien. Répétant l'expérience avec méthode et circonspection, notre héros observe la répétitivité du phénomène et le modélise. Nous allons lui emboîter le pas.

Une tartine rectangulaire de longueur $2a$, de largeur b et d'épaisseur $2e$, de masse m uniformément répartie, est placée au bord d'une table de hauteur h.
L'axe Ox est horizontal dirigé vers l'extérieur de la table ; l'axe Oz est porté par le rebord de la table et l'axe Oy, vertical, est dirigé vers le bas ; les petits côtés de la tartine sont parallèles à Oz.
À l'instant initial, la tartine est horizontale et repose de moitié sur la table (figure 1), sa vitesse est nulle. On considère que la chute de la tartine est provoquée par un léger déséquilibre. La tartine amorce alors une rotation sans glissement autour de l'arête Oz du bord de la table. À l'instant t, la tartine est repérée par l'angle θ de la figure 2. La vitesse angulaire est notée $\omega = d\theta/dt$.

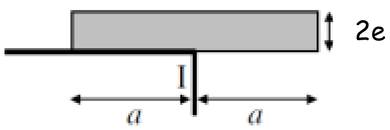

Figure 1

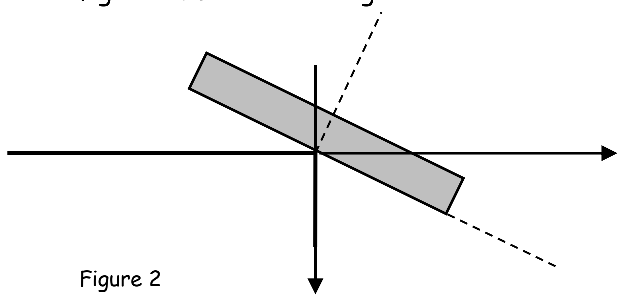

Figure 2

Le moment d'inertie de la tartine par rapport à l'axe Oz est : $J_{Oz} = m(a^2 + 4e^2)/3$.
On note f le coefficient de frottement entre la table et la tartine.

Etude du pivotement de la tartine :

1) Exprimer le vecteur accélération de G dans la base cylindrique.
2) En introduisant les réactions tangentielle et normale de la table en O, notées respectivement $\vec{T}$ et $\vec{N}$, dans la base cylindrique, exprimer le théorème de la résultante cinétique, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, en projection sur la base mobile cylindrique ; on notera *g* l'intensité de l'accélération de la pesanteur.
3) Exprimer le théorème du moment cinétique pour la tartine, en projection sur l'axe Oz.
4) Multiplier l'équation obtenue par $d\theta/dt$, intégrer puis en déduire la relation (qui définit la vitesse angulaire ω_0) : $\omega^2 = \dfrac{6g\eta}{a(1+4\eta^2)}(1-\cos\theta) = \omega_0{}^2(1-\cos\theta)$ où $\eta = e/a$
5) Exprimer les composantes de $\vec{T}$ et $\vec{N}$ en fonction de m, g, η et θ.
6) La tartine commence à glisser pour $\theta_0 = \pi/4$. En négligeant η, estimer f.

On s'intéresse maintenant à la chute de la tartine.

A partir du moment où la tartine commence à glisser, elle perd très vite le contact avec la table mais conserve quasiment la même orientation et la même vitesse angulaire qu'au début de cette phase très brève de glissement. On suppose donc la tartine est en chute libre dès que $\theta = \theta_0 = \pi/4$ à un instant pris comme origine des temps. On néglige les frottements de l'air. On suppose, bien entendu, que le mouvement reste plan et qu'il n'y a pas de contact ultérieur avec la table.

7) Exprimer la vitesse angulaire initiale, que l'on notera Ω. On montre que celle-ci reste constante pendant la chute. Quelle est la loi d'évolution ultérieure de l'angle θ ?
8) On considère que, lorsque la tartine atteint le sol, elle ne subit pas de rebond et que toute son énergie cinétique devient négligeable. Quels sont les angles limite θ_1 et θ_2 tels que la tartine atterrisse côté pain, en admettant qu'elle fasse moins d'un tour avant de toucher le sol ?
9) En négligeant toutes les dimensions de la tartine devant la hauteur de la table h, on modélise la tartine par un point matériel de masse m. On néglige également la vitesse initiale de la chute.
   a) Estimer la durée de la chute τ. Calculer τ pour a = 4 cm, h = 75cm, e = 0.4 cm et g = 9,8 $m.s^{-2}$.
   b) Calculer l'angle correspondant. Conclure.