Devoir maison

Exercice 1.

1) $Mg(OH)_{2(s)} = Mg^{2+} + 2\,OH^-$

$pH = 10,5 \Leftrightarrow [H_3O^+] = 10^{-10,5}$ mol/L

or $[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-3,5}$ mol/L

$K_s = [Mg^{2+}]_{eq} \times [OH^-]_{eq}^2$

	$Mg(OH)_{2(s)}$	$=$	Mg^{2+}	$+$	$2OH^-$
$t=0$	$n > s$		0		0
t_f	$n-s$		s		$2s$

or $[Mg^{2+}]_{eq} = \dfrac{[OH^-]_{eq}}{2}$

$\rightarrow K_s = \dfrac{[OH^-]^3}{2} = 1,6 \times 10^{-11}$

2) a) condition de précipitation : $[OH^-]_0^2 [Mg^{2+}]_0 > K_s$

$[OH^-]_0 > \sqrt{\dfrac{K_s}{C^0}} = 4 \times 10^{-5}$ mol/L

or $[OH^-]_0 = \dfrac{10^{-14}}{[H_3O^+]_0}$ donc $\dfrac{10^{-14}}{[H_3O^+]_0} > 4 \times 10^{-5}$

$\Leftrightarrow [H_3O^+]_0 < 0,25 \times 10^{-10}$ mol/L

$pH = -\log[H_3O^+]$ $\quad \Rightarrow pH_0 > 9,6 \leftarrow pH_2$

b) si 99% du cobalt a précipité $[Co^{2+}]_{eq} = 1\%\, C_0 = 10^{-4}$ mol/L

restant en solution

$K_{s1} = [Co^{2+}]_{eq}[OH^-]_{eq}^2$ $\quad [OH^-]_{eq} = \left(\dfrac{K_{s1}}{[Co^{2+}]_{eq}}\right)^{1/2} = 10^{-5,4}$ mol/L

$[H_3O^+]_{eq} = \dfrac{10^{-14}}{[OH^-]_{eq}} = 10^{-8,6}$ mol/L

$pH_1 = -\log[H_3O^+]_{eq} = 8,6$

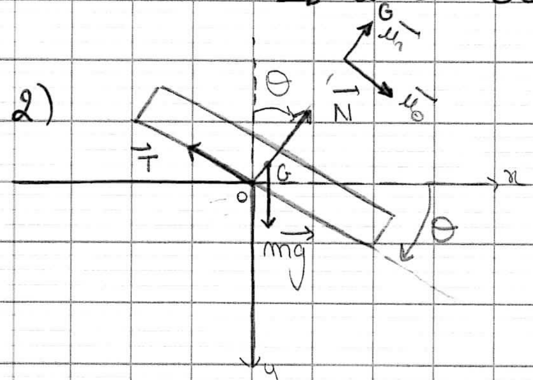
c) $8,6 < pH < 9,6$

Exercice 2 :

1) $\overrightarrow{OG} = e\,\vec{u}_r \qquad \vec{v}_G = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt} = e\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta \qquad \vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$

$\rightarrow \vec{a}_G = -e\dot{\theta}^2\,\vec{u}_r + e\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

2)



Bilan des forces :

. Réaction du support : $\vec{N} + \vec{T}$

. poids : $m\vec{g}$

$m\vec{a}_G = \vec{N} + \vec{T} + m\vec{g}$

selon $\vec{u}_r$: $-me\dot{\theta}^2 = N - mg\cos\theta$

selon $\vec{u}_\theta$: $me\ddot{\theta} = -T + mg\sin\theta$

3) $\vec{N}$ et $\vec{T}$ s'appliquent en O donc $M_{Oz}(\vec{N}) = M_{Oz}(\vec{T}) = 0$

TMC selon Oz : $J_{Oz}\ddot{\theta} = M_{Oz}(m\vec{g})$

$\vec{M}_O(m\vec{g}) = e(\sin\theta\,\vec{u}_x - \cos\theta\,\vec{u}_y) \wedge mg\,\vec{u}_y = mg\,\underbrace{e\sin\theta}_{\text{bras de levier.}}\,\vec{u}_z$

$\rightarrow J_{Oz}\ddot{\theta} = mge\sin\theta$

4) $J_{Oz}\ddot{\theta}\dot{\theta} = mge\sin\theta\,\dot{\theta}$

on intègre : $J_{Oz}\frac{\dot{\theta}^2}{2} = -mge\cos\theta + C \qquad \left.\begin{array}{l}\dot{\theta}(0)=0\\ \theta(0)=0\end{array}\right| C = mge$

$\omega^2 = \dot{\theta}^2 = \frac{2}{J_{Oz}}mge(1-\cos\theta) = \frac{2\times 3}{\cancel{m}(a^2+4e^2)}\cancel{m}ge(1-\cos\theta)$

$\omega^2 = \frac{6g\eta}{a(1+4\eta^2)}(1-\cos\theta)$ (en divisant en haut et en bas par a^2)

5) $N = mg\cos\theta - me\omega^2 = mg\cos\theta - me\,\omega_0^2(1-\cos\theta)$

$N = (mg + me\,\omega_0^2)\cos\theta - me\,\omega_0^2$

$N = \left(mg + m\frac{6g\eta^2}{1+4\eta^2}\right)\cos\theta - \frac{m6g\eta^2}{1+4\eta^2}$

$T = mg\sin\theta - me\ddot{\theta}$ or d'après le TMC $\ddot{\theta} = \dfrac{mge}{J_{oz}}\sin\theta$

$T = mg\sin\theta\left(1 - \dfrac{m\,e^2}{J_{oz}}\right) = mg\sin\theta\left(1 - \dfrac{e^2\,3}{a^2+4e^2}\right)$

$= mg\sin\theta\left(1 - \dfrac{3\,\eta^2}{1+4\eta^2}\right)$

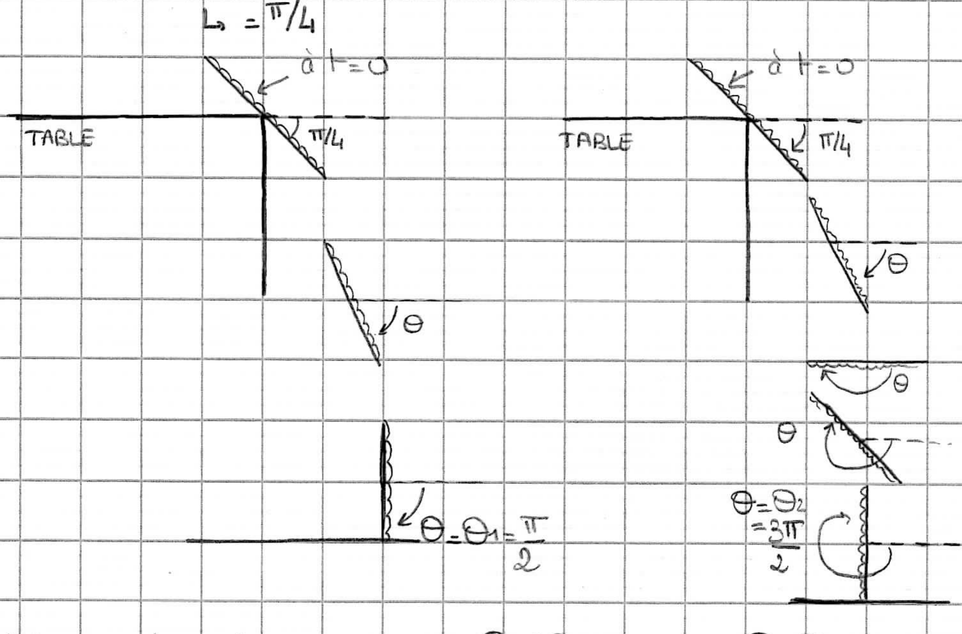
6) la tartine glisse $\Leftrightarrow T = fN$

si η négligeable : $\omega_0^2 \to 0$ $\quad \left.\begin{array}{l} T \simeq mg\sin\theta \\ N \simeq mg\cos\theta \end{array}\right\}$ $f = \dfrac{T}{N} = \tan\theta = 1$

7) $\Omega = \omega(\theta_0) = \omega_0\sqrt{1-\cos\frac{\pi}{4}} = \omega_0\sqrt{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\theta = \Omega t + \underbrace{\theta(0)}_{=\pi/4}$

8)



la tartine tombe côté pain si $\theta < \underset{\pi/2}{\theta_1}$ ou si $\theta > \underset{3\pi/2}{\theta_2}$ au sol.

9) a) PFD selon Oz : $m\ddot{y} = mg \quad \dot{y} = gt$ (hyp : $\dot{y}(0) = 0$)

$y = g\dfrac{t^2}{2} \quad (y(0) = 0)$

date au sol τ : $y(\tau) = h \quad \tau = \sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 0,39\,s$

b) $\theta(\tau) = \omega_0\sqrt{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}\,\tau + \frac{\pi}{4} = 3,3\,rad$ soit $191°$, la tartine tombe du côté beurré car $\theta_1 < \theta_{sol} < \theta_2$.