Devoir maison n°4 :

A rendre le mercredi 17 février

Exercice n°1 : Boire ou conduire

Ce problème traite de la cinétique de dégradation de l'alcool dans l'organisme. Un homme boit 66 cL d'une bière forte. L'objet de ce problème est de déterminer le temps qu'il devra attendre avant de reprendre sa voiture sachant qu'en France il n'est autorisé à conduire que si la teneur en alcool de son sang est inférieure à 0,5 $g.L^{-1}$. La cinétique de décomposition de l'alcool se fait en deux phases et peut être modélisée de la façon suivante :

1ère phase : passage de l'alcool à travers la paroi stomacale dans le sang.
2ème phase : oxydation de l'alcool dans le sang.

Nous allons étudier successivement ces deux phases avant d'en tirer les conclusions quant aux conseils à donner à cet automobiliste.

Passage de l'alcool à travers la paroi stomacale :

La réaction peut se modéliser de la façon suivante : $CH_3CH_2OH_{estomac} \rightarrow CH_3CH_2OH_{sang}$

On adopte les conventions suivantes :
- l'estomac est considéré comme un milieu réactionnel de volume constant **V_1 égal pour chaque expérience au volume d'alcool absorbé** ;
- on note C_1 la concentration initiale d'alcool dans l'estomac et x l'avancement volumique

On réalise l'expérience suivante : un homme boit 250 mL d'un apéritif contenant 1 mole d'éthanol. On mesure la concentration de l'éthanol dans l'estomac en fonction du temps. Les résultats sont regroupés dans le tableau présenté ci-dessous :

t en min	0	1,73	2,8	5,5	18	22
$[CH_3CH_2OH_{estomac}]$ en $mol.L^{-1}$	4,0	3,0	2,5	1,6	0,2	0,1

1) Définir la vitesse de disparition de l'alcool dans l'estomac. Cette vitesse sera notée v_1.
2) Montrer que v_1 suit une loi cinétique d'ordre 1. Déterminer la valeur de la constante de vitesse k_1.
3) Le sang et les autres liquides contenus dans le corps seront considérés comme un milieu réactionnel unique, dénommé « sang », de volume V_2 = 40 L constant pour toutes les expériences.
   a) Exprimer la quantité d'alcool dans le sang à l'instant t en fonction de x et V_1
   b) En déduire sa concentration dans le sang.
   c) Calculer la concentration C_2 de l'alcool dans le sang à t = 18 min dans le cas où on admet qu'aucune oxydation de l'alcool ne s'est produite.
   d) Démontrer la relation existant entre la vitesse v_1 de disparition de l'alcool dans l'estomac et la vitesse d'apparition, notée v, de l'alcool dans le sang en fonction de V_1 et V_2.

Oxydation de l'alcool dans le sang :

On injecte directement une certaine quantité d'alcool dans le sang et on détermine la concentration d'alcool C_2 en fonction du temps (on suppose que l'injection est instantanée et que la concentration de l'alcool dans le sang est uniforme).

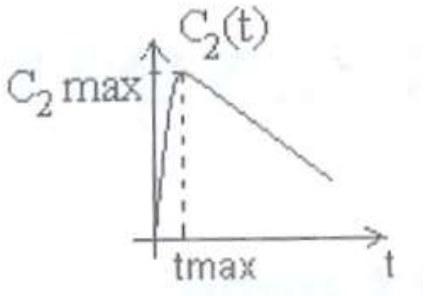
t en min	0	120	240	360	480	600	720
C_2 en mol.L^{-1}	5.10^{-2}	$4,13.10^{-2}$	$3,26.10^{-2}$	$2,39.10^{-2}$	$1,52.10^{-2}$	$0,65.10^{-2}$	0

4) Définir la vitesse d'oxydation de l'alcool dans le sang. Cette vitesse sera notée v_2.
5) Montrer que l'oxydation suit une loi cinétique d'ordre 0. Déterminer la constante de vitesse k_2.

<u>Boire ou conduire…</u> :

Pour déterminer le temps que la personne devra attendre avant de conduire, on est amené à étudier le phénomène absorption-oxydation de l'alcool dans son ensemble. On fait alors l'hypothèse simplificatrice que les lois de vitesse démontrées séparément restent valables.

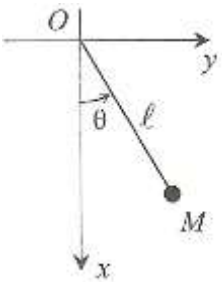
6) Calculer la concentration maximale, en mol.L^{-1}, tolérée en France de l'alcool dans le sang. La masse molaire de l'éthanol vaut 46 g.mol^{-1}, et le taux maximal d'alcoolémie est fixé à 0,5 g.L^{-1}.
7) Exprimer la vitesse globale d'apparition de l'alcool dans le sang, dC_2/dt, en fonction des vitesses v et v_2 puis en fonction de la concentration C_1 de l'alcool dans l'estomac au temps t, des constantes k_1 et k_2 et des volumes V_1 et V_2. Montrer que $\frac{dC_2}{dt} = \frac{V_1}{V_2} k_1 C_1 \exp(-k_1 t) - k_2$).
8) Résoudre.
9) En buvant ses deux bières à 8 %, notre homme absorbe 66 cL et 0,9 mol d'alcool. Déterminer l'instant t_{max} pour lequel la concentration en éthanol est maximale dans le sang.
10) Calculer cette concentration. Peut-il conduire ?
11) Le tracé de la courbe $C_2(t)$ a l'allure suivante :



On remarquera qu'au-delà de t_{max} la courbe peut s'apparenter à une droite. En considérant la limite de C_2 lorsque t tend vers l'infini, déterminer la pente de cette droite ? En déduire le temps au bout duquel notre homme pourra reprendre sa voiture.

<u>Exercice n°2</u> : Etude d'un pendule

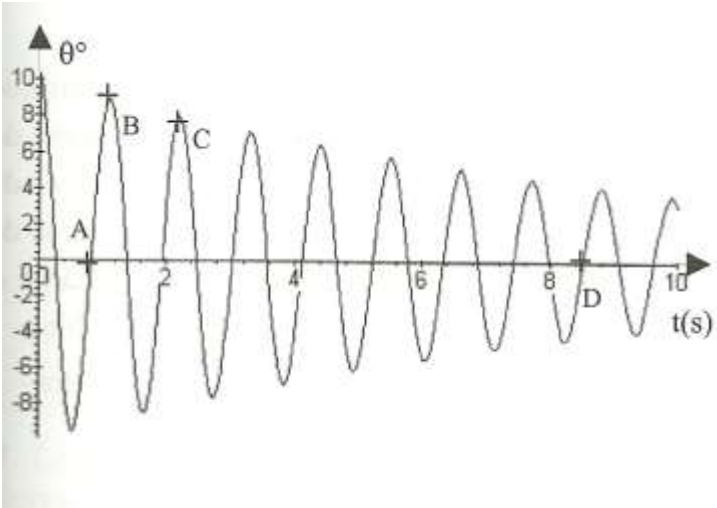
On considère un point matériel M de masse m, accroché à un point fixe O par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur L et de masse nulle. L'ensemble est situé dans le champ de pesanteur terrestre de norme g. On note l'angle orienté θ = (Ox,OM). On suppose que le mouvement reste dans le plan vertical (Oxy), l'angle θ restant **toujours faible**.
A l'instant t = 0, on lâche la masse d'un angle θ_0 sans vitesse initiale.



Lorsque l'on enregistre expérimentalement $\theta(t)$, on constate que l'amplitude de θ diminue lentement.
On interprète ce résultat par la présence d'une force de frottement que l'on modélise par $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$, où $\vec{v}$ désigne la vitesse du point M et α une constante positive.

1) On montre que l'oscillateur obéit à l'équation suivante : $m\ell\dfrac{d^2\theta}{dt^2}+\alpha\ell\dfrac{d\theta}{dt}+g\sin\theta=0$. Que devient cette équation dans l'approximation des petits angles ? Commenter.
2) Déterminer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur et son facteur de qualité Q en fonction de g, l, m et α.
3)
   a) A quelle condition obtient-on un régime pseudo-périodique ?
   b) Dans ce cas, déterminer la pseudo-période T.
   c) Exprimer alors $\theta(t)$.
   d) On appelle décrément logarithmique la quantité $\delta = \ln\left(\dfrac{\theta(t)}{\theta(t+T)}\right)$. Exprimer δ en fonction de T, ω_0 et Q.
4) La figure ci-dessous représente les variations de θ avec le temps. On précise les coordonnées de 4 points particuliers :

Points	A	B	C	D
t(s)	0.53	1.10	2.20	8.25
θ(°)	0.00	8.95	8.02	0.00

La masse est m = 470 g. Calculer numériquement à partir des valeurs expérimentales :

- Le décrément logarithmique
- La pseudo-période
- La pulsation propre
- Le facteur de qualité Q
- La constante α