# TD S11 - Régimes libres de l'oscillateur harmonique

D.Malka – MPSI 2015-2016 – Lycée Saint-Exupéry

## S1 – Portraits de phase

Interpréter les trajectoires de phase fig.1 et fig.2. On recherchera la nature du régime transitoire, l'état initial, l'état final, les valeurs maximales des signaux.

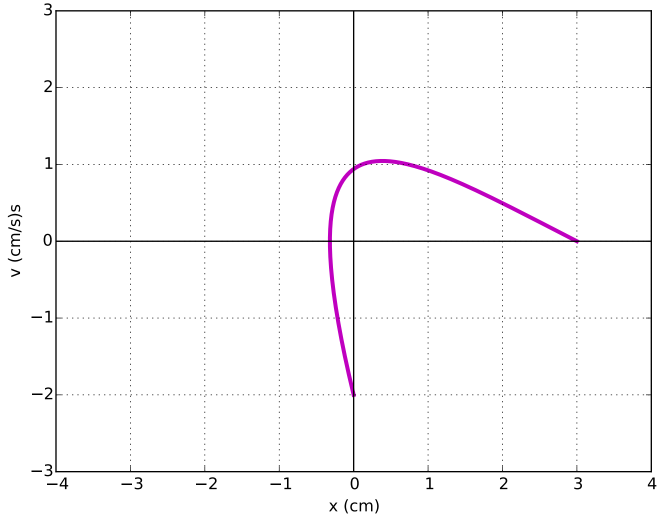


Figure 1 – Portrait de phase 1

## S2 – Circuit « bouchon »

On s'intéresse à au régime libre du circuit fig.3. Initialement, l'interrupteur $K$ est fermé. A $t = 0$, on ouvre l'interrupteur.

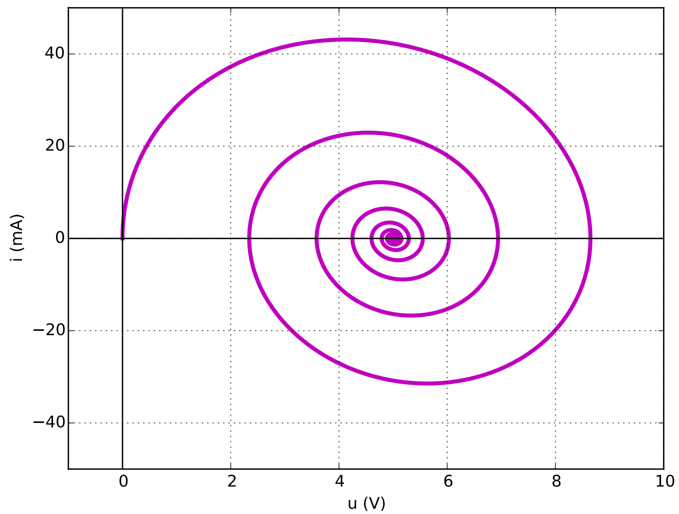


Figure 2 – Portrait de phase 2

Les composants du circuit sont tels que : $R = 100\,\Omega$, $L = 1,0\,H$ et $C = 1\,\mu F$.

1. Déterminer les valeurs de toutes les tensions et tous les courants à $t = 0^-$.
2. Déterminer l'équation d'évolution du circuit (sur $u(t)$) pour $t \geq 0$. On posera :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = RC\omega_0$$

.

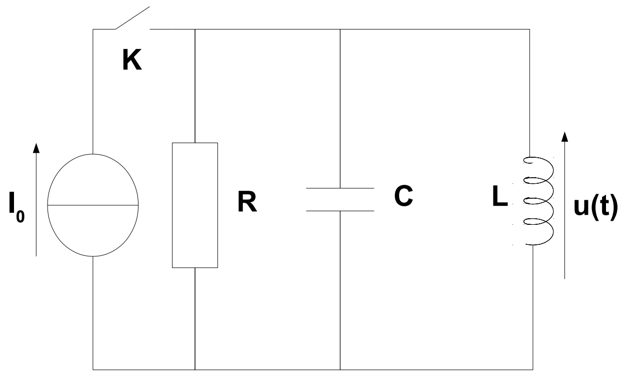


Figure 3 – Circuit « bouchon »

3. Pour quelle valeur limite de $Q$ n'y a-t-il plus dissipation de l'énergie du circuit ? Interpréter ce résultat physiquement. Comparer au cas du circuit (R,L,C) série.
4. Calculer $Q$ et en déduire la forme de la solution pour $u(t)$.
5. Déterminer complètement et tracer la tension $u(t)$.

## S3 – Circuit RLC série soumis à une tension créneau

1. On considère circuit RLC série fig.4 dans lequel initialement le condensateur est déchargé. A $t = 0$, on ferme l'interrupteur $K$. La tension $E > 0$ imposée par le générateur est stationnaire.
   1.1 Déterminer toutes les tensions et les courants lorsque le régime stationnaire est atteint.
   1.2 Le facteur de qualité du circuit est voisin de 10. Déterminer la tension $u_C(t)$ à chaque instant.
2. Le circuit est maintenant soumis à une tension créneau (fig.5) imposée par un GBF (il n'y a alors plus d'interrupteur dans le montage).
   On obtient la trajectoire de phase suivante de l'oscillateur : fig.6
   2.1 Interpréter le portrait de phase.

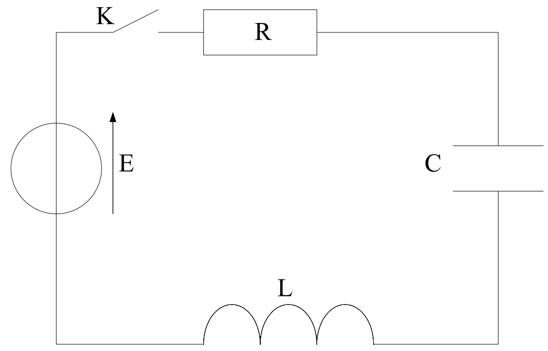


Figure 4 – Circuit RLC série

   2.2 A partir du portrait de phase, tracer l'allure de la tension $u_C(t)$.
   2.3 On donne les paramètres du circuit : résistance de la bobine $r_L = 36,1\,\Omega$, inductance de la bobine $L = 100\,mH$, résistance du conducteur ohmique $R = 102,2\,\Omega$, capacité du condensateur $C = 0,11\,\mu F$. Est-ce cohérent avec l'allure du portrait de phase ? On justifiera la réponse avec quelques calculs simples. On rappelle que la pulsation propre $\omega_0$ et le facteur de qualité $Q$ de l'oscillateur s'écrivent :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Q = \frac{L\omega_0}{R}$$

## S4 – Oscillations dans de la glycérine

On réalise un oscillateur constitué d'une boule de fer fixée à l'extrémité inférieure d'un ressort. La boule ne peut se déplacer que verticalement. Le tout est plongé dans de la glycérine.

On montre qu'une sphère de rayon $R$ animée d'une vitesse $\vec{v}$, plongée dans un liquide de coefficient de viscosité $\eta$, est soumise à une force de frottement qui, lorsque la vitesse est suffisamment faible (à préciser en fin de problème), a pour expression (formule de Stokes) :

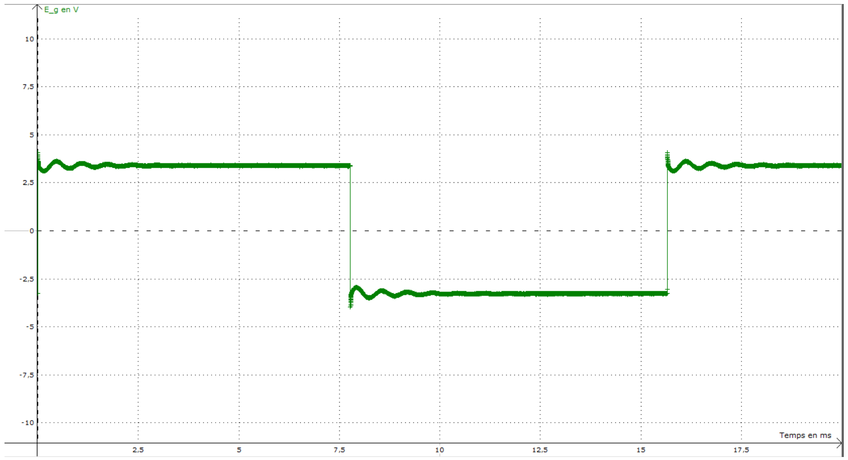


Figure 5 – Tension créneau

$$\vec{f} = -6\pi R\eta\vec{v}$$

Données :

— caractéristiques du ressort : raideur $k = 20\,N.m^{-1}$, longueur à vide $l_0 = 15\,cm$ ;
— masse volumique du fer : $\rho = 7,824\,g.cm^{-3}$ ;
— masse de la boule de fer : $m = 1\,kg$ ;
— rayon de la boule de fer : $R = 3,1\,cm$ ;
— viscosité de l'air : $\eta \sim 10^{-5}\,Pa.s$ ;
— masse volumique de la glycérine $\mu = 1,2604\,g.cm^{-3}$ ;
— viscosité de la glycérine : $\eta = 1,49\,Pa.s$.

1. Ecrire l'équation vérifiée par $z(t)$, position de la boule mesurée par rapport à sa position. En déduire l'expression du facteur de qualité $Q$ de l'oscillateur et la viscosité du fluide $\eta$.
2. Déterminer l'expression de la pseudo-période $T$ du régime pseudo-périodique en fonction de la période propre $T_0$ et de son facteur de qualité $Q$.

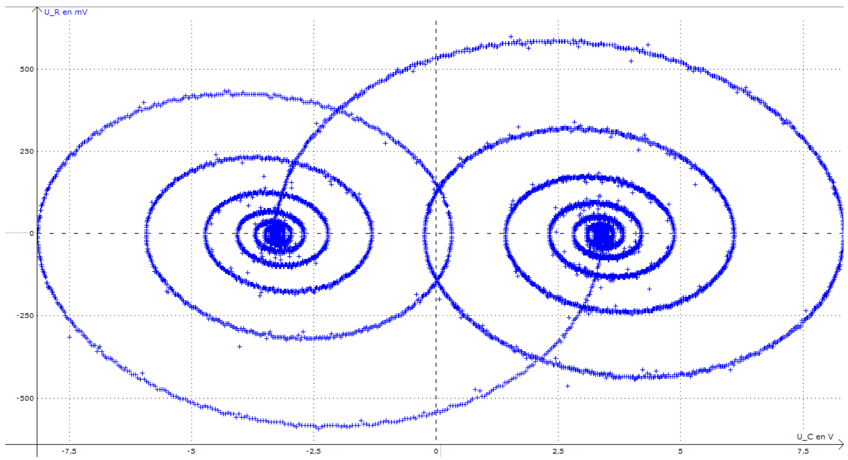


Figure 6 – Trajectoire de phase

3. Calculer $T$ pour des oscillations dans l'air puis dans la glycérine. Commenter.
4. On montre plus précisément que le modèle de la force de Stokes est valable si $R_e \ll 1$ avec $R_e = \dfrac{\mu U R}{\eta}$ où $\mu$ est la masse volumique du fluide, $\eta$ est la viscosité dynamique du fluide, $U$ la vitesse caractéristique de la boule et $R$ son rayon. Dans la glycérine puis dans l'air, pour quelle amplitude maximale des oscillations le modèle de la force de Stokes est-il valable ? Commenter.