TD S3 - Corrigé

S1 - Téléphonie mobile

$f \sim 2\ GHz$. Or $\lambda = \frac{c}{f}$. A.N. : $\lambda = \frac{3\times 10^8}{2\times 10^9} \approx 15\ cm$

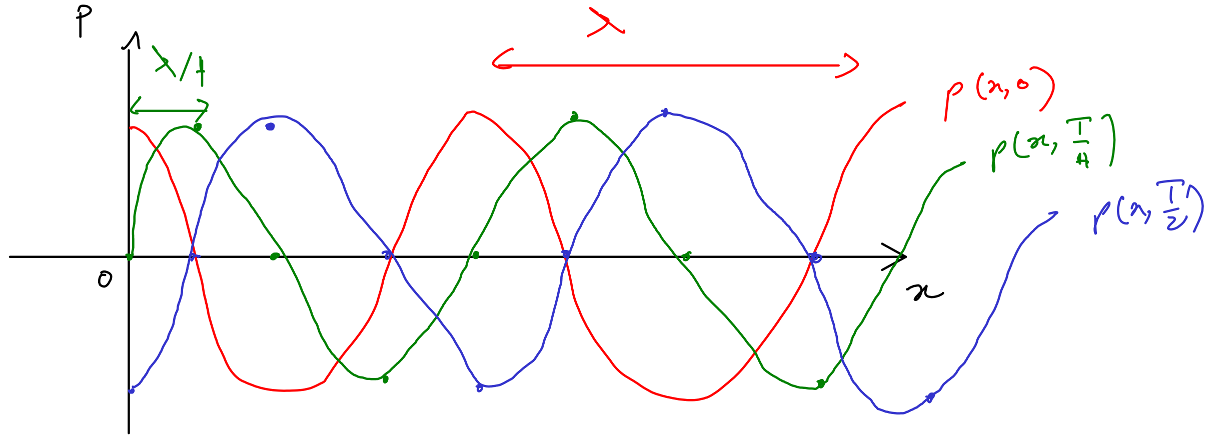
Onde centimétriques.

S2 - Evolution temporelle d'une onde

$p(x,t) = p_0 \cos(\omega t - kx)$

1/ Propagation suivant $\vec{e_x}$ vers le $x \nearrow$.

2/



à $t=0$, $p(x,0) = p_0 \cos kx$.

à $t = \frac{T}{4}$, $p(x,\frac{T}{4}) = p_0 \cos\left(\frac{\omega T}{4} - kx\right) = p_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - kx\right) = p_0 \cos\left(k\left(x - \frac{\pi}{2k}\right)\right)$ avec $\frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi}$

$= p_0 \cos\left(k\left(x - \frac{\lambda}{4}\right)\right)$ Translat° de $\lambda/4$ vers les $x \nearrow$

à $t = \frac{T}{2}$, $p(x,\frac{T}{2}) = p_0 \cos\left(\frac{\omega T}{2} - kx\right) = p_0 \cos(\pi - kx) = p_0 \cos\left(k\left(x - \frac{\pi}{k}\right)\right)$

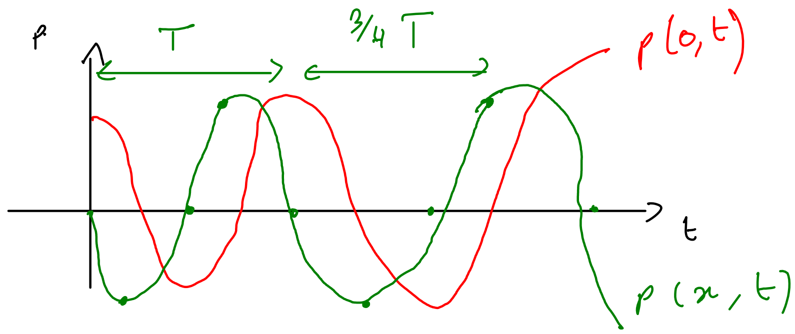
$= p_0 \cos\left(k\left(x - \frac{\lambda}{2}\right)\right)$ Translat° de $\lambda/2$ vers les $x \nearrow$

3/ $p(x,T) = p(x,0)$

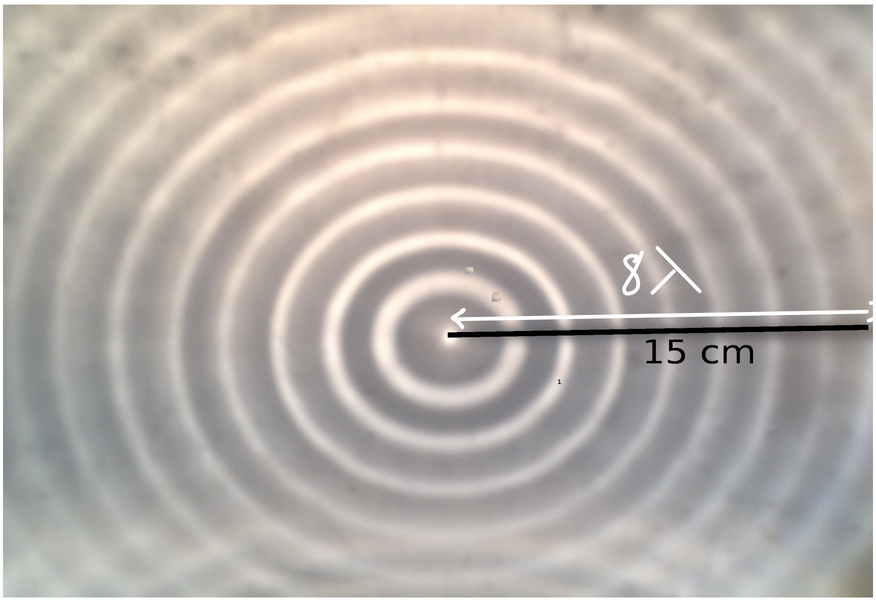
4/ Détecteur en $x = \frac{7\pi}{2k} = \frac{7\pi}{2} \times \frac{\lambda}{2\pi} = 7 \times \frac{\lambda}{4}$.

Or l'onde parcourt λ en T donc parcourt $\frac{7\lambda}{4}$ en $\frac{7\times T}{4}$.

D'où $p(x,t) = p\left(0, t - \frac{7T}{4}\right)$



S3 - Onde de surface



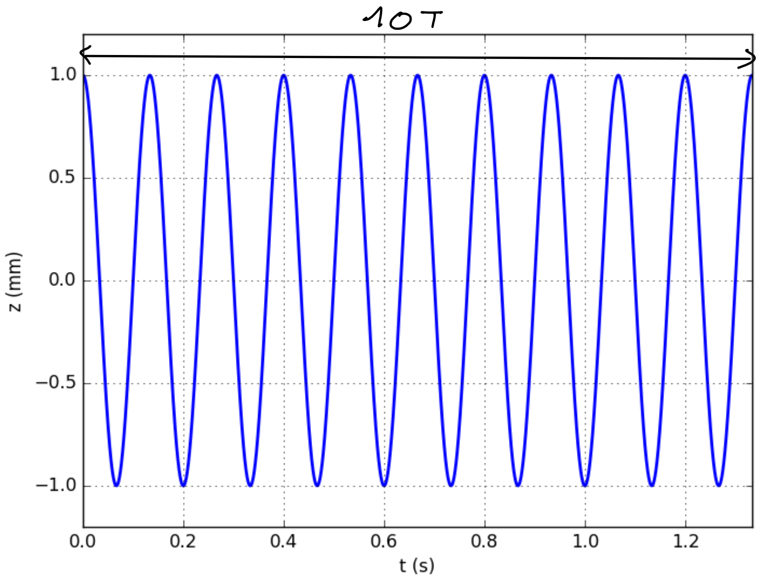
1/ Longueur d'onde :

$8\lambda = 15 \text{ cm}$

$\Leftrightarrow \lambda = \frac{15}{8} \text{ cm}$

$\Leftrightarrow \underline{\lambda \approx 1,9 \text{ cm}}$

2



$10T = 1,3 \text{ s}$

$\Leftrightarrow \underline{T = 0,13 \text{ s}}$

3/ Célérité de l'onde : $\boxed{c = \frac{\lambda}{T}}$ $\quad$ A.N. $\quad c = \frac{1,9 \times 10^{-2}}{0,13} \approx 0,15 \text{ m.s}^{-1}$

4/ Modèle : $c = \sqrt{\left(g + \gamma \frac{k^2}{\rho_0}\right) \frac{\tanh(kH)}{k}}$

avec $g = 9,81 \text{ m.s}^{-1}$

$\gamma = 0,072 \text{ N.m}^{-1}$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

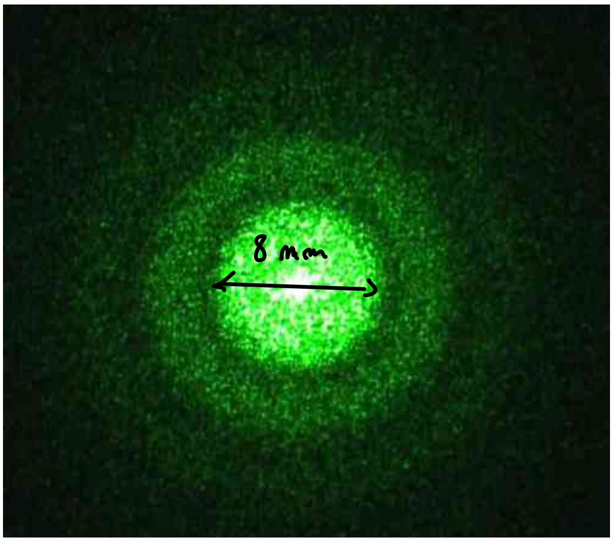
$H = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}$

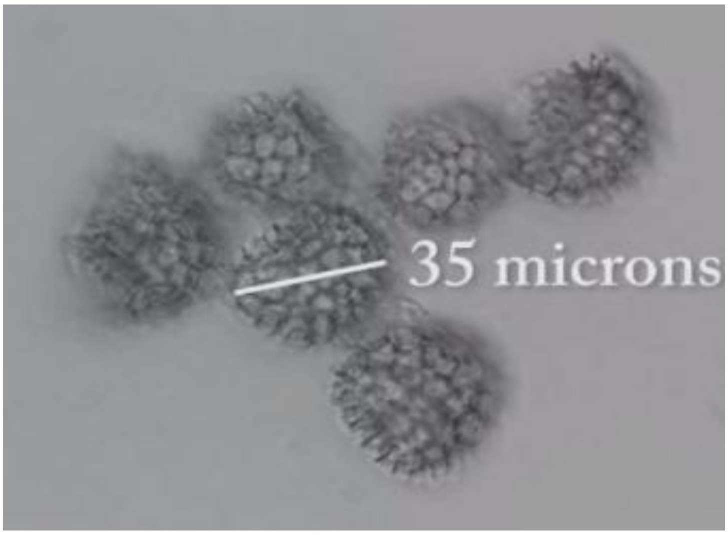
$\rho_0 = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$

$\underline{c \approx 0,13 \text{ m.s}^{-1}}$

Vu le caractère rudimentaire des mesures, le modèle semble adapté.

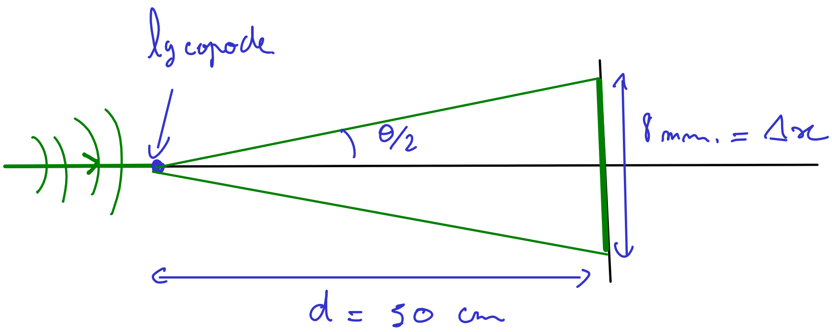
S5 - Taille des grains de lycopode





1/ $\lambda = 532\ \text{nm} \Rightarrow$ Radiation verte

2/



$$\frac{\theta}{2} \approx \frac{0{,}61\lambda}{D}$$

$$\tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\Delta x/2}{d} \approx \frac{\theta}{2} \quad \text{d'où} \quad \frac{\Delta x}{2d} \approx \frac{0{,}61\,\lambda}{D}$$

$$\Longleftrightarrow D \approx 0{,}61\,\lambda \times \frac{2d}{\Delta x} \Longleftrightarrow \boxed{D \approx 1{,}22\,\frac{d}{\Delta x}\lambda}$$

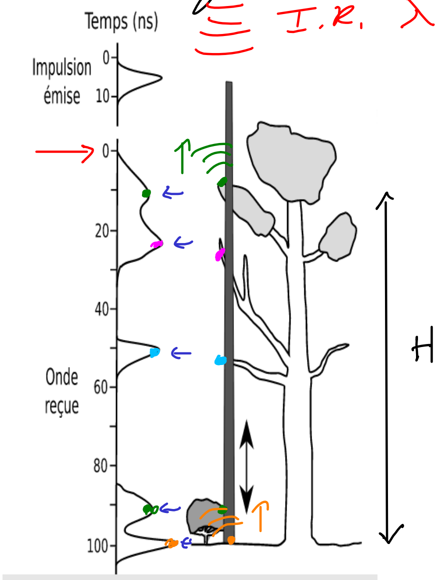
A.N. : $D \approx 1{,}22 \times \dfrac{0{,}5}{4\times10^{-3}} \times 532\times10^{-9} \Rightarrow D \approx 40\ \mu\text{m}$

Bonne estimation. (limitée par la donnée de Δx au mm près seulement).

S4 - Lidar

1/ écho ←

$t=0$: 1er écho reçu



I.R. $\lambda \sim 0{,}8\,\mu m$.

1er écho à $t = 0$

$\Delta t = 90$ ns $\begin{cases} \text{Écho de la 1ère branche : } t = 10 \text{ ns} \\ \text{Dernier écho reçu : à } t = 100 \text{ ns} \end{cases}$

$\boxed{2H = C \times \Delta t}$, avec $C = 3 \times 10^8\ m.s^{-1}$

$H = \dfrac{C\,\Delta t}{2}$

A.N. $H \approx 13{,}5$ m

O.G. cohérent

2/ $\sigma_x = 0{,}1$ m incertitude sur la hauteur.

σ_x résulte σ_t incertitude sur le temps.

avec $2\sigma_x = C\sigma_t \Leftrightarrow \boxed{\sigma_t = \dfrac{2\sigma_x}{C}}$

$\sigma_x \leq 0{,}1$ m $\Leftrightarrow \dfrac{C\sigma_t}{2} \leq 0{,}1$ m

$\Leftrightarrow \sigma_t \leq \dfrac{0{,}1 \times 2}{3 \times 10^8} \Leftrightarrow \underline{\sigma_t \lesssim 1 \text{ ns}}$