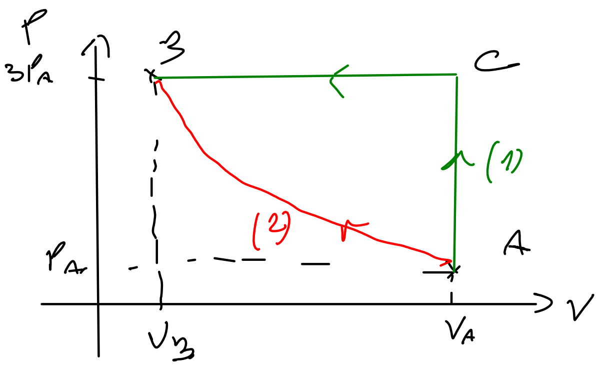
# TD T2 - Corrigé

## T1 - Travail et transfert thermique reçus par un gaz.




(2) isotherme quasistatique. $T = T_A = 293\,K$

(1) échauffement isochore

compression isobare.

(1) État final : $(P_B, V_B, T_B)$

$P_B = 3P_A = 3$ bar.

$T_B = T_A = 293\,K$.

$V_B = \dfrac{nRT_B}{P_B} = \dfrac{V_A}{3} \approx 8\times10^{-3}\,m^3$
$\approx 8\,L$.

$V_A = ?$ $\quad V_A = \dfrac{nRT_A}{P_A}$

A.N. $V_A = \dfrac{1\times 8{,}314\times 293}{10^5}$

$\approx 24\times10^{-3}\,m^3$

$\approx 24\,L$.

(2) $\Delta U = C_v (T_B - T_A) = 0$ pour (1) et (2).

1er principe : $\Delta U_{12} = Q + W \Longrightarrow Q = -W$

Transfo (1) :

$W^{(1)} = W^{(1)}_{AC} + W^{(1)}_{CB}$

avec $W^{(1)}_{AC} = -\displaystyle\int_{V_A}^{V_C} p_{ext}\, dV$ or $dV = 0$ (isochore)

$= 0$

$W^{(1)}_{CB} = -\displaystyle\int_C^B p_{ext}\, dV$ avec $P_{ext} = 3P_A = cte$,

$= -3P_A \displaystyle\int_{V_C}^{V_B} dV = -3P_A (V_B - V_C)$

$= -3P_A \left(\dfrac{V_A}{3} - V_A\right) \Longleftrightarrow W_{CB}^{(1)} = 2P_AV_A$

$\Longrightarrow \boxed{W^{(1)} = 2P_AV_A > 0}$ OK puisque compression.

$\Longrightarrow \boxed{Q^{(1)} = -W^{(1)} = -2P_AV_A.}$

Transfo (2) : $W^{(2)} = -\displaystyle\int_{V_A}^{V_B} P_{ext}\, dV$ avec $P_{ext} = P$
$= \dfrac{nRT_A}{V}$

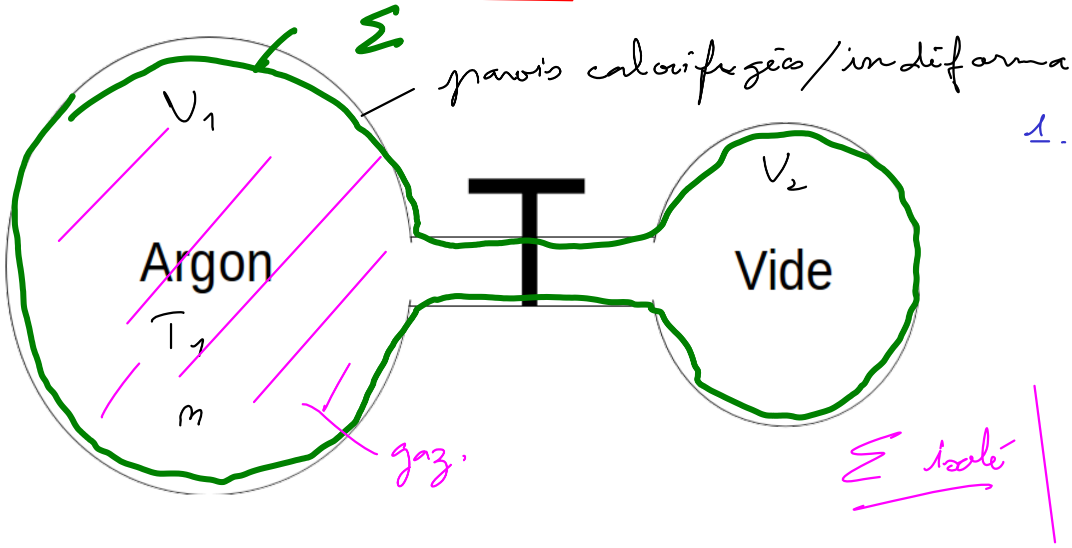
$= -nRT_A \displaystyle\int_{V_A}^{V_B} \dfrac{dV}{V}$

$< W^{(1)}$

$= -nRT_A \ln \dfrac{V_B}{V_A} = \boxed{nRT_A \ln 3 = W^{(2)}}$

$\Longrightarrow \boxed{Q^{(2)} = -W^{(2)} = -nRT_A \ln 3}$

72 - Détente de Joule - Gay-Lussac




1.1. Σ = contenu des réservoirs.

1er principe appliqué à Σ.

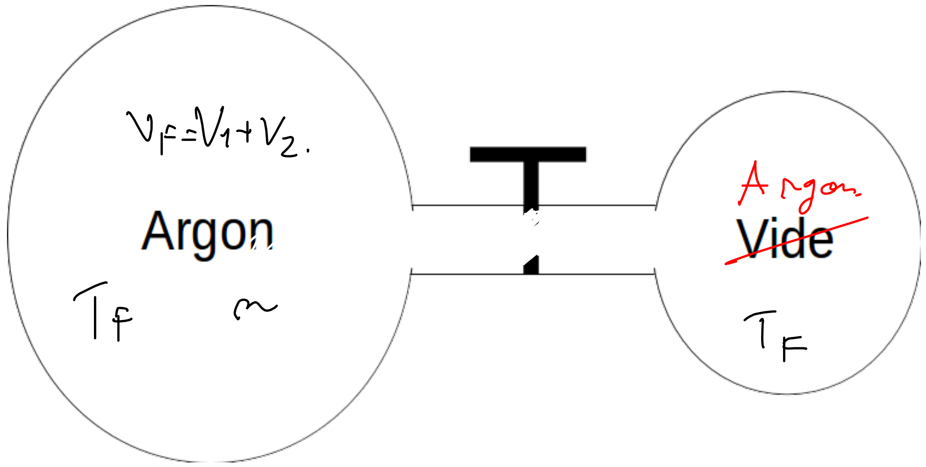
$\Delta U_\Sigma = \underbrace{\cancel{W}}_{=0} + \underbrace{\cancel{Q}}_{=0}$

(parois indéformables) (parois calorifugées)

$\Delta U_\Sigma = 0$

or $U_\Sigma = U_{gaz} + \underbrace{\cancel{U_{vide}}}_{0}$

$\boxed{\Delta U_{gaz} = 0}$




2. Argon ≡ G.P. ⇒ $\Delta U_{gaz} = C_v \Delta T$

$\Delta U_{gaz} = 0 \Leftrightarrow \Delta T = 0 \Leftrightarrow \boxed{T_F = T_1}$

3. VdW : $\underset{J}{U} = \underset{mol}{n}\, \underset{J.K^{-1}.mol^{-1}}{C_{v,m}}\, \overset{K}{T} - \dfrac{n^2 a}{V}$

3.1. $C_{vm}$ : capacité thermique molaire à volume cste.

À V cst, $C_{vm}$ = énergie à apporter à 1 mol pour ↗ sa Temp. de 1 K.

3.2. $\mathcal{E} = -\dfrac{n^2 a}{V}$ : énergie potentielle d'interaction entre particules.

V ↘ ⇒ $|\mathcal{E}|$ ↗

3.3. $\Delta T = T_F - T_1 = -5{,}4$ K. pour $V_1 = V_2 = 1\ m^3$ et $n = 1{,}0$ mol. a = ?

$\Delta U_{gaz} = 0$ avec $U = n C_{vm} T - \frac{n^2 a}{V}$

Entre l'état final et l'état initial :

$\Delta U_{gaz} = 0$

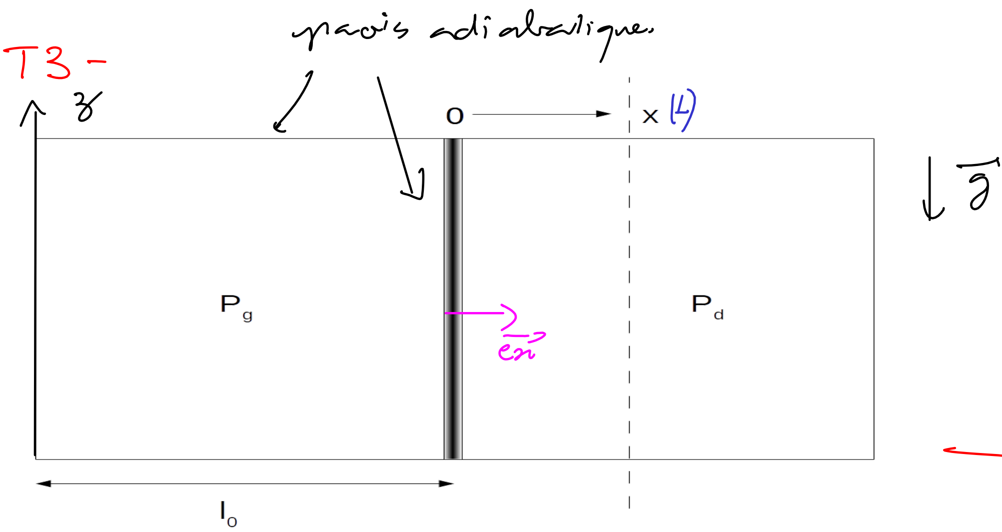
or $\Delta U = n C_{vm} (T_f - T_i) - n^2 a \left( \frac{1}{V_f} - \frac{1}{V_i} \right)$

$$\Rightarrow \cancel{n} C_{vm} (T_f - T_1) - n^{\cancel{2}} a \left( \frac{1}{V_1 + V_2} - \frac{1}{V_1} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{C_{vm} (T_f - T_1)}{n \left( \frac{1}{V_1 + V_2} - \frac{1}{V_1} \right)}}$$

A.N. :

T3 -




État $i$ : $(P_0, V_0, T_0)$

$n = 1$ mol

dans chaque compartiment.

$\longrightarrow$ Mesure $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$

1/ Pression. $\Sigma_g$ = gaz à gauche

Hyp : – $\Sigma_g$ = G.P.
– adiabatique
– quasi-statique.

Loi de Laplace :
$P_g V_g^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma}$

$$\Rightarrow P_g = P_0 \times \left( \frac{V_0}{V_g} \right)^{\gamma} \quad \text{avec} \quad V_g = V_0 + xS$$

$$\Rightarrow P_g = P_0 \times \left( \frac{V_0}{V_0 + xS} \right)^{\gamma} \Leftrightarrow P_g = \frac{P_0}{\left( 1 + \frac{xS}{V_0} \right)^{\gamma}}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{P_g = \frac{P_0}{\left( 1 + \frac{x}{l_0} \right)^{\gamma}}}$$

En raisonnement pour le compartiment de droite :

$$\boxed{P_d = \frac{P_0}{(1 - x/\ell)^\gamma}}$$

2./ Mvt du piston ?

Syst : piston

Ref : labo $\mathcal{R}$, galiléen

BDF : – poids $\vec{P} = -m g \vec{e_z}$

– réact° normale $\vec{N} = N \vec{e_z}$

– $\vec{F_g} = P_g S \vec{e_x}$

– $\vec{F_d} = -P_d S \vec{e_x}$

TCM au piston ds $\mathcal{R}$ suivant $\vec{e_x}$.

$$m \ddot{x} = (P_g - P_d) S$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + (P_d - P_g) \times \frac{S}{m} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\ddot{x} + P_0 \left( \frac{1}{(1 - x/\ell_0)^\gamma} - \frac{1}{(1 + x/\ell_0)^\gamma} \right) \times \frac{S}{m} = 0.}$$

Petites oscillations : $x \ll \ell_0$ : $\left(1 - \frac{x}{\ell_0}\right)^{-\gamma} = 1 + \gamma \frac{x}{\ell_0} + o\left(\frac{x}{\ell_0}\right)$

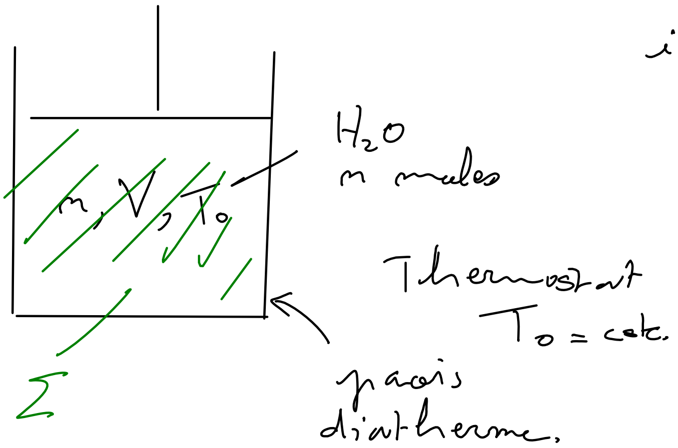
$$\left(1 + \frac{x}{\ell_0}\right)^{-\gamma} = 1 - \gamma \frac{x}{\ell_0} + o\left(\frac{x}{\ell_0}\right)$$

D'où : $\boxed{\ddot{x} + \underbrace{\frac{2 P_0 S \gamma}{m \ell_0}}_{\omega_0^2} x = 0}$

eq d'un O.H de pulsat° $\omega_0 = \sqrt{\frac{2 P_0 S \gamma}{m \ell_0}}$.

Mesure de $\omega_0$ donne la valeur de $\gamma$.

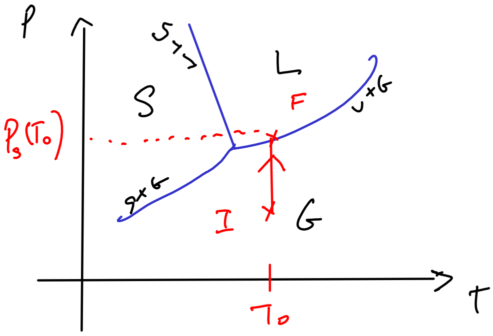
# T4 - Compression isotherme d'eau gazeuse.

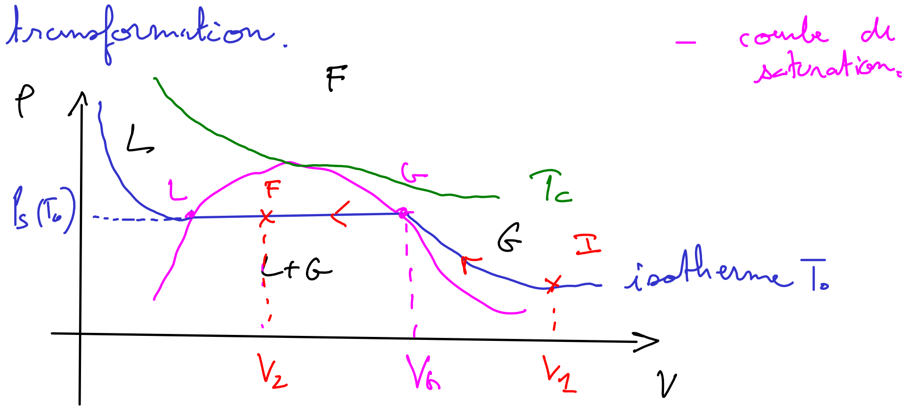



isotherme ⇒ $\tau$ compression
$\gg \tau$ transfert thermique

1/ Parois diathermes
Contact thermique avec un thermostat de température $T_0$
$\tau$ compression $\gg \tau$ transfert thermique, ($\Rightarrow$ assure équilibre thermique avec le thermostat à chaque instant)

2/ Représentation graphique de la transformation.




3/ Volume $V_G$ du système à la limite de la liquéfaction.

- la vapeur est sèche et la transformation quasi-statique donc :
  $PV_G = nRT$
- la transformation est isotherme donc $T = T_0$
- à la limite de liquéfaction $P = P_s(T_0)$

Finalement : $$\boxed{V_G = \frac{nRT_0}{P_s(T_0)}}$$

4/ Travail reçu pour $\Sigma$ :

$$W = \int_I^F - P_{ext}\, dV = \underbrace{-\int_I^G P_{ext}\, dV}_{W_{IG}} \underbrace{- \int_G^F P_{ext}\, dV}_{W_{GF}}$$

Sur IG : compression quasi-statique donc $P_{ext} = P$ et $P = \frac{nRT}{V}$ et isotherme à $T = T_0$ donc $P = \frac{nRT_0}{V}$. D'où,

$$W_{IG} = \int_I^G P_{ext}\, dV = \int_{V_1}^{V_G} nRT_0 \frac{dV}{V} = nRT_0 \ln\left(\frac{V_G}{V_1}\right)$$

Avec $V_G = \frac{nRT_0}{P_s(T_0)}$, il vient : $\boxed{W_{IG} = nRT_0 \ln\left(\frac{nRT_0}{P_s(T_0) V_1}\right)}$

Sur G-F : compression monobare à $P_s(T_0)$ de $\Sigma$ de $V_G$ à $V_2$ :

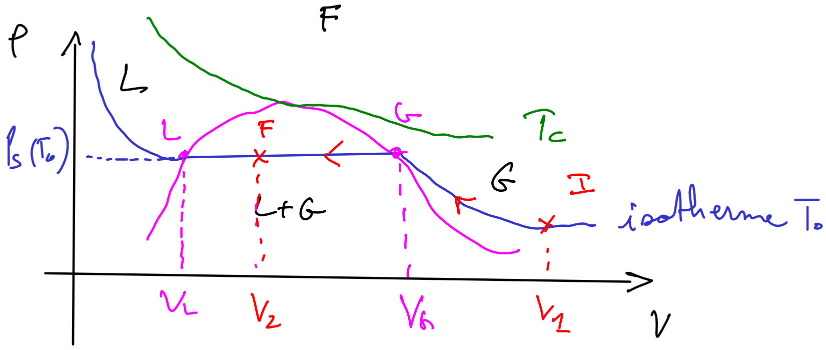
$$W_{GF} = -\int_{V_G}^{V_2} P_s(T_0)\, dV = P_s(T_0)(V_G - V_2) = P_s(T_0)\left(\frac{nRT_0}{P_s(T_0)} - V_2\right)$$

Soit $\boxed{W_{GF} = nRT_0 - P_s(T_0) V_2.}$

Travail total fourni :

$$\boxed{W_{IF} = nRT_0 \ln\left(\frac{nRT_0}{P_s(T_0) V_1}\right) + nRT_0 - P_s(T_0) V_2.}$$

5/ Théorème des moments :




$$\frac{n_l}{n} = x_l = \frac{V_G - V_2}{V_G - V_L}$$

On peut raisonnablement négliger $V_L$ devant $V_G$ d'où :

$$n_l \simeq n\left(1 - \frac{V_G}{V_2}\right)$$

$$\boxed{n_l = \left(1 - \frac{nRT_0}{P_s(T_0) V_2}\right)}$$