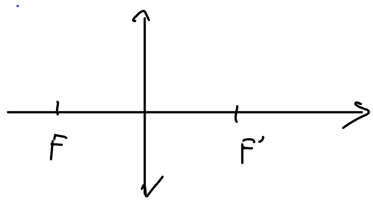
TD S7
Corrigé

S1 - La loupe

Loupe : lentille convergente $f' > 0$ avec $f' \ll \mathrm{dm}$



1. Position de l'image et de l'objet

1/ Objet réel $\Leftrightarrow \overline{OA} \leqslant 0$

L'image d'un objet réel doit être droite donc $\gamma > 0$.

Or $\gamma = \dfrac{\overline{OA}}{\overline{OA'}}$ donc $\underline{\overline{OA'} \leqslant 0}$: l'image formée par la loupe est virtuelle

2/ Position de A par rapport à F ? Comparons $\overline{OA}$ et $\overline{OF}$.

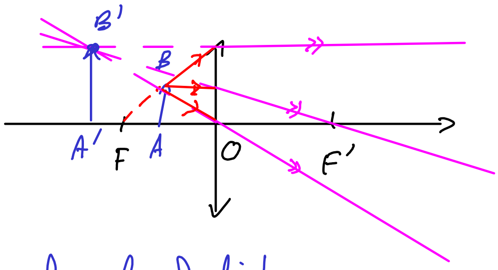
Relation de conjugaison : $-\dfrac{1}{\overline{OA}} + \dfrac{1}{\overline{OA'}} = \dfrac{1}{f'} =$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} - \underbrace{\frac{1}{\overline{OA'}}}_{\geqslant 0}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{\overline{OA}} \geqslant -\frac{1}{\overline{OF}} \qquad (f' = -\overline{OF})$$

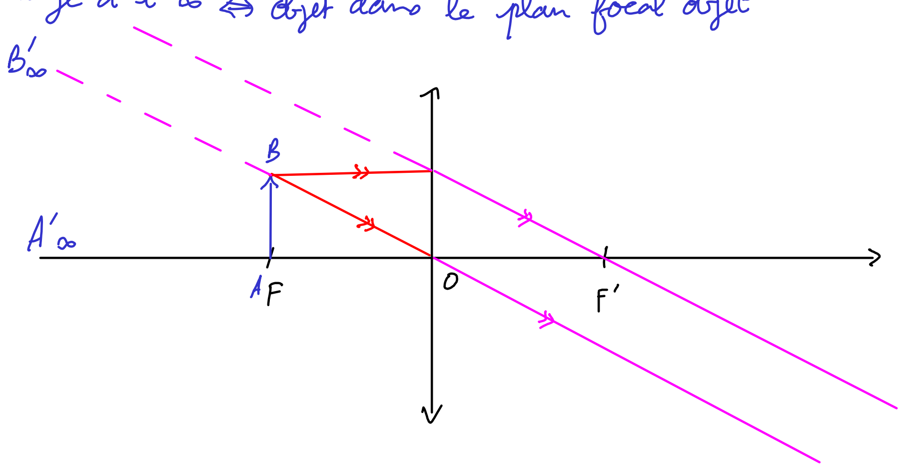
$$\Leftrightarrow \overline{OA} \geqslant \overline{OF}$$

Finalement : $\boxed{0 \geqslant \overline{OA} \geqslant \overline{OF}}$ donc A est entre O et F.



3/ Image à l'∞ $\Leftrightarrow$ objet dans le plan focal objet

4/



L'image est virtuelle à l'infini.

2. Grossissement de la loupe

$G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}$ ← diamètre apparent de l'image formé par la loupe

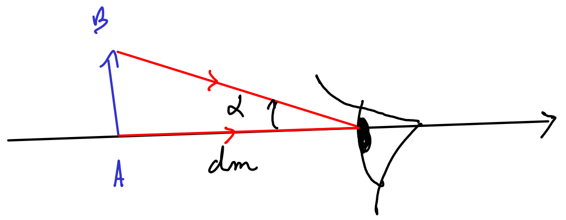
← diamètre apparent de l'objet situé au P.P.

≡ le plus grd diamètre apparent à l'oeil nu.

1. Résolution angulaire de l'oeil sain : $\varepsilon \sim 3\times10^{-4}$ rad

Distance oeil - P.P. $d_m \sim 25$ cm

Taille du plus petit détail discernable à l'oeil nu l_{min} ?



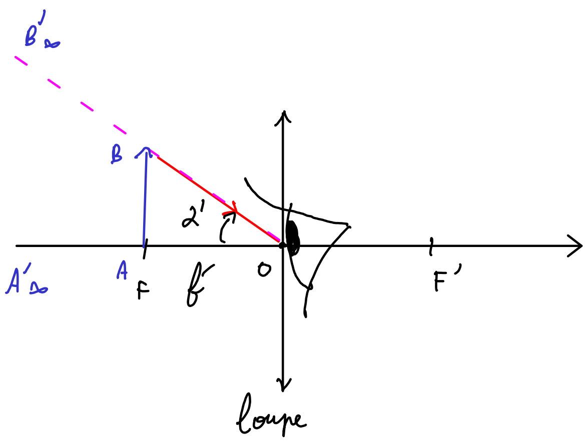
$\tan\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{d_m}$

$\alpha = \varepsilon \Leftrightarrow |\overline{AB}| = l_{min}$ alors $\tan\varepsilon = \dfrac{l_{min}}{d_m} \Leftrightarrow \boxed{l_{min} = d_m \tan\varepsilon}$

A.N. : $l_{min} = 75\ \mu m \sim 1/10$ mm

cohérent avec l'expérience quotidienne.

2. α' ?



$\tan\alpha' = \dfrac{\overline{AB}}{f'}$

Rem : tout se passe comme si on pouvait voir net un objet à la distance f' de son oeil.

On comprend pourquoi il faut $f' \ll d_m$

On a donc : $\tan\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{d_m} \approx \alpha$ en supposant α petit

$\tan\alpha' = \dfrac{\overline{AB}}{f'} \approx \alpha'$ en supposant α' petit

Alors : $G = \dfrac{\alpha}{\alpha'} \Leftrightarrow \boxed{G \simeq \dfrac{d_m}{f'}}$

G est d'autant plus élevé que d_m est grand devant f'

3. A.N. $V = 20\delta \Rightarrow G = d_m V = 5$

4. Plus petit détail discernable. Il faut $\alpha' = \varepsilon \Rightarrow G\alpha = \varepsilon$

or $\tan\alpha \approx \alpha = \dfrac{\overline{AB}}{d_m}$ et $\tan\varepsilon \approx \varepsilon = \dfrac{l_{min}}{d_m}$) Voir figures précédents

$\Rightarrow \boxed{\overline{AB} = \dfrac{l_{min}}{G}}$ A.N. $\overline{AB} = 15\ \mu m$

S2 - Lunettes de Galilée

1. Objectif : $V_1 = 5\delta \Leftrightarrow f'_1 = \frac{1}{V_1} = 20\text{ cm} > 0$: lentille convergente.

   Oculaire : $V_2 = -20\delta \Leftrightarrow f'_2 = \frac{1}{V_2} = -5\text{ cm} < 0$: lentille divergente

2.1. Le foyer image F' est l'image par la lunette d'un pt objet A_∞ à l'infini sur l'axe optique.

$$A_\infty \xrightarrow{L_1} F'_1 \xrightarrow{L_2} F' \qquad \text{or par définition} \quad F_2 \xrightarrow{L_2} A_{2\infty}$$

$$A_\infty \xrightarrow{\text{lunette}} A_{2\infty}$$

On en déduit : $\boxed{F'_1 \equiv F_2}$

Le foyer principal objet de l'oculaire est confondu avec le foyer principal image de l'objectif

2.2. Lunette afocale

⚠ L_2 est divergente !

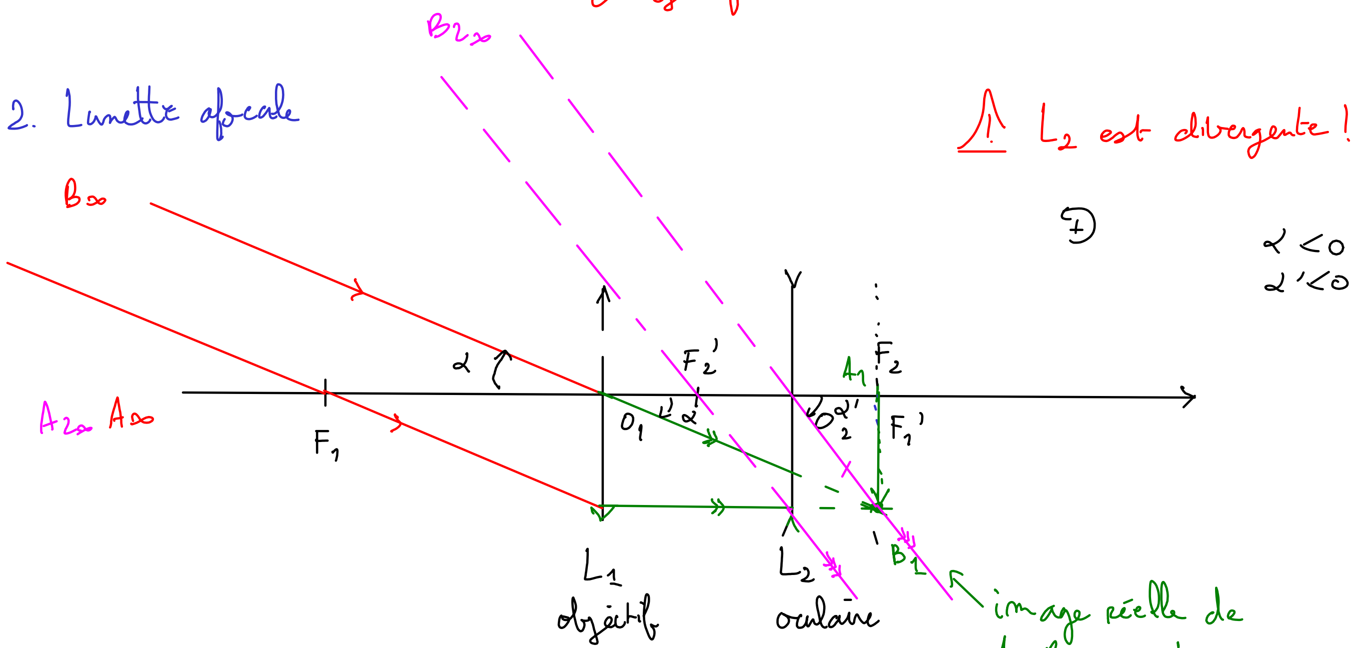


image réelle de $A_\infty B_\infty$ par L_1
$\equiv$
objet virtuel conjugué à $A_{2\infty} B_{2\infty}$ par L_2

1. On construit l'image A_1B_1 de $A_\infty B_\infty$ par l'objectif L_1

2. On construit l'image $A_{2\infty}B_{2\infty}$ de A_1B_1 par l'oculaire L_2

2.3. Grossissement de la lunette.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

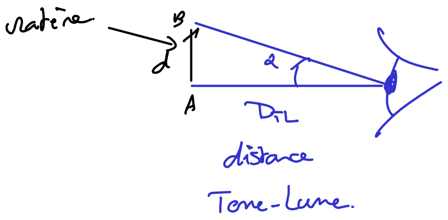
α' ← diamètre apparent de $A_{2\infty}B_{2\infty}$

α ← diamètre apparent de $A_\infty B_\infty$ à l'oeil nu.

$$\tan\alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1F'_1}} \approx \alpha \quad \text{et} \quad \tan\alpha' = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_2F_2}} \approx \alpha' \Rightarrow G \approx \frac{\overline{O_1F'_1}}{\overline{O_2F_2}} \Leftrightarrow \boxed{G \approx -\frac{V_2}{V_1}}$$

A.N. : $G \approx 4$ Lunette trouvée dans une boîte de céréales probablement !

5.1. Comparons le diamètre apparent des cratères au pouvoir de résolution de l'œil $\varepsilon \approx 3\times10^{-4}$ rad.



$$\tan\alpha \approx \alpha = \frac{d}{d_{TL}}$$

A.N : $d_{TL} = 3{,}8\times10^{8}$ m

Copernic : $d = 96$ km $= 9{,}6\times10^{4}$ m.

$\Rightarrow \quad \alpha \approx 2{,}5\times10^{-4}$ rad $< \varepsilon$.

Le cratère de Copernic est indiscernable à l'œil nu.

Clavius : $d = 240$ km

$\Rightarrow \quad \alpha = 6{,}3\times10^{-4}$ rad $\gtrsim \varepsilon$

Le cratère de Clavius est à peine discernable.

A la lunette, c'est le diamètre apparent α' du cratère qu'il faut comparer à ε. Avec $\alpha' = 6\alpha$:

Copernic : $\alpha' = 10\times10^{-4}$ rad $> \varepsilon$

Clavius : $\alpha' = 25{,}2\times10^{-4}$ rad $> \varepsilon$

$\Big\}$ les deux cratères sont discernables.

5.2. Transit de Vénus. Même raisonnement avec α et α' les diamètres apparents de Vénus à l'œil nu et à la lunette :

$$\alpha \approx \tan\alpha = \frac{D_V}{d_{TV}}$$

$$\alpha' = 6\times\alpha$$

A.N. : $D_V = 1{,}2150\times10^{7}$ m

$d_{TV} = 4{,}5\times10^{10}$ m

$\Rightarrow \quad \alpha = 2{,}7\times10^{-4}$ rad $< \varepsilon$

$\alpha' = 5\alpha = 13{,}5\times10^{-4}$ rad $> \varepsilon$

Le transit est discernable à la lunette.