S1. Mesure de pH

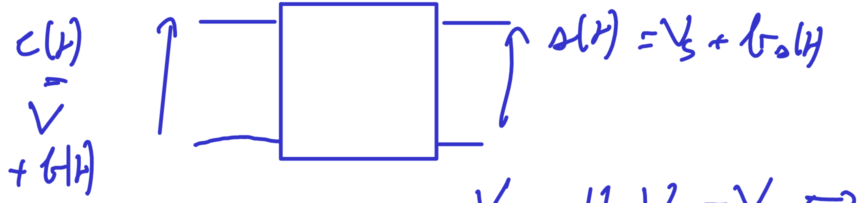
pH-mètre : $V = A + B.pH$

bruit : $b(t) = b_0 \cos(2\pi f t + \varphi)$ avec $f = 4\ Hz$

Filtre passe-bas : $\underline{H} = \dfrac{H_0}{1+j\omega\tau}$

1/ Tension utile continue (car pH constante)

Pour $\omega = 0$, $\underline{H} = H_0$



pour $\omega = 0$, $V_s = H_0 V = V \Leftrightarrow \boxed{H_0 = 1}$

2/ Signal parasite :

$b(t) = b_0 \cos(2\pi f t + \varphi)$

$\downarrow$ après filtrage

$b_s(t) = b_s \cos(2\pi f t + \varphi_s)$

Atténuation : $\dfrac{b_s}{b_0} = H(f = 4\ Hz)$

On veut :

• $H(f) = \dfrac{1}{10} \Leftrightarrow \dfrac{\overbrace{H_0}^{1}}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}} = \dfrac{1}{10}$

$\Leftrightarrow 1+(\omega\tau)^2 = 100 \Rightarrow \boxed{\tau = \dfrac{1}{2\pi f}\times 99}$

A.N. $\tau = 3{,}94\ s$

Pour $H(f) = \dfrac{1}{100} \Rightarrow \boxed{\tau \approx \dfrac{10^4}{2\pi f}}$

A.N. $\tau \approx 394\ s$

Rem : on voit apparaître sur cet exercice que plus le filtrage est efficace, plus le temps de réponse du système est grand.

Plus précisément : $f_c = \frac{1}{2\pi\tau} \Leftrightarrow \boxed{f_c \times \tau = \frac{1}{2\pi}}$

$f_c \searrow \Rightarrow \tau \nearrow$: voir l'excellent cours de M. Carbon !

3/ le pH varie lentement (titrage ?) dans le temps. Si τ est trop élevé alors f_c est très basse. On risque alors de filtrer la fréquence correspondant aux variations lente du pH.

S2 - Couplage AC d'un oscilloscope

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + \frac{1}{jR(C_1+C_2)\omega}}, \quad H_0 = \frac{1}{1+\frac{C_2}{C_1}}$$

But : éliminer la composante continue du signal

1/ $$H = \frac{H_0}{\sqrt{1 + \frac{1}{(R(C_1+C_2)\omega)^2}}}$$

$$\left.\begin{aligned} \lim_{\omega \to +\infty} H &= H_0 \neq 0 \\ \lim_{\omega \to 0} H &= 0 \end{aligned}\right\}$$ Filtre passe-haut

2/ Fréquence de coupure à $-3dB$: f_c

Par déf : $H(f_c) = \dfrac{H_{max}}{\sqrt{2}}$ (*)

avec $H_{max} = H_0 = \dfrac{1}{1+\frac{C_2}{C_1}}$.

$(*) \Leftrightarrow 1 + \dfrac{1}{(R(C_1+C_2)\omega_c)^2} = 2$

$\Leftrightarrow \omega_c = \dfrac{1}{R(C_1+C_2)}$

$\Leftrightarrow \boxed{f_c = \dfrac{1}{2\pi R(C_1+C_2)}}$

Comme $C_2 \ll C_1$, $\boxed{f_c \simeq \dfrac{1}{2\pi R C_1}}$

A.N. : $R = 10^6\,\Omega$, $C_1 = 10^{-7}F$ $\Rightarrow$ $f_c = 1{,}6\,Hz$

3/ $e(t) = e_0 + E\cos(\omega t)$

3.1. Pour $f = 1\,kHz \gg f_c$

(3 ordres de grandeur)

il est clair que le filtre remplit sa fonction.

$s(t) = s_0 + S\cos(\omega t + \varphi)$

avec $s_0 = 0$ car $H(f=0) = 0$

$S \simeq H_0 E$ car $f \gg f_c$.

donc $H \simeq H_0 \simeq 1$

3.2./ Pour $f = 3\ Hz$, $f \geqslant f_c$

la composante alternative est en dehors de la bande passante mais trop proche de f_c :

$f < 10 f_c$

→ la composante alternative est également atténuée.

$S = H(f)\, E$

pour $f = 3\ Hz$

avec $H(f) = \dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \approx 0,88$

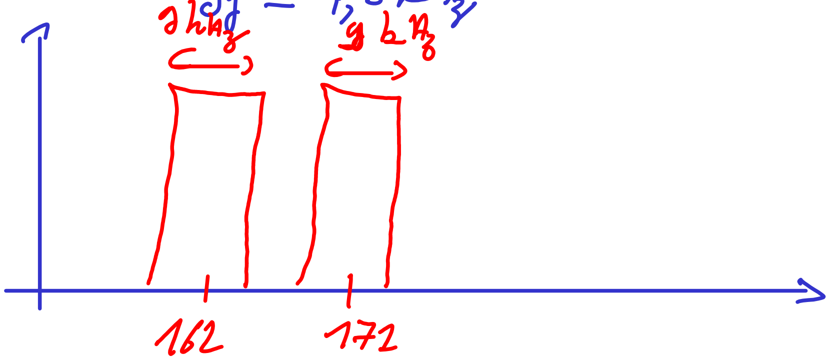
$S = 0,88\, E$

S4 - Antenne réceptrice AM

AM : $f_0 \in [\,150\ kHz\ ,\ 300\ kHz\,]$

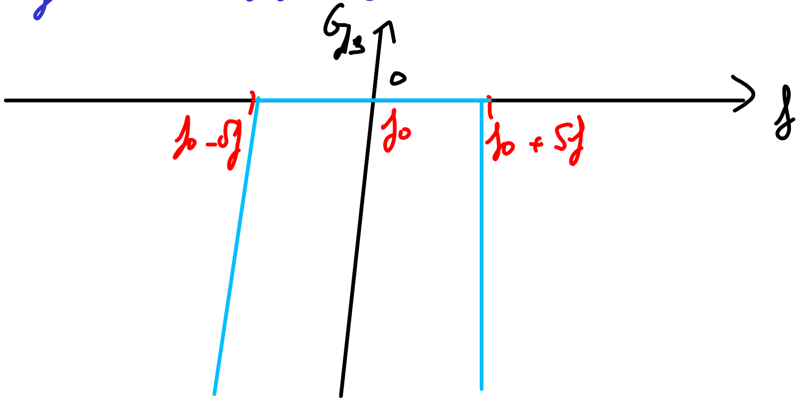
Canaux d'émission : $[f_0 - \delta f\ ,\ f_0 + \delta f]$

1/ a $\delta f = 4,5\ kHz$



2/ Il faut utiliser un filtre passe-bande parfait de fréquence centrale f_0 et de bande passante $[f_0 - \delta f\ ,\ f_0 + \delta f]$ pour sélectionner un canal d'émission.

Diagramme de Bode :



3/ Le filtre RLC est un filtre passe-bande c'est pourquoi il est adapté.

4/ On sait que le circuit RLC présente un pic de résonance pour $\boxed{f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$ de largeur $\Delta\omega = \frac{\omega_p}{Q} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \times R \times \sqrt{\frac{C}{L}}$

$$\boxed{\Delta\omega = \frac{R}{2\pi L}}$$

Pour opérer la sélection du canal de fréquence centrale f_0 et de largeur δf, il faut :

$$\begin{cases} f_p = f_0 & (1) \\ \Delta\omega = 2\delta f & (2) \end{cases}$$

$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_0 \Leftrightarrow LC = \frac{1}{4\pi f_0^2}$

$\Leftrightarrow \boxed{C = \frac{1}{4\pi^2 L f_0^2}}$

$(2) \Leftrightarrow \frac{R}{2\pi L} = 2\delta f \Leftrightarrow \boxed{R = 4\pi\delta f \times L}$

A.N. : $f_0 = 162\ kHz$, $L = 5\times10^{-3}\ H$, $\delta f = 5\ kHz$

$R = \underline{565{,}5\ \Omega}$

$C = \underline{0{,}6\ nF}$

Ce sont des valeurs de résistance et de capacités usuelles.

4/ pour Europe 1, $H(f = 187\,kHz)$
$\approx 0,1$
$\longrightarrow$ atténuation d'un facteur 10 par rapport à $f = 162\,kHz$
mais le canal d'Europe 1 va jusqu'à $f = 181 - 4,5$
$= 176,5\,kHz$
Pour cette fréquence, $H(f) \approx 0,15$.

Il y a atténuation mais peut-être pas suffisant.