

Signaux et ondes

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage de la calculatrice et de tout autre appareil électronique est interdit.

- ▷ La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, et sauf si la question le demande explicitement, **les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.**
- ▷ La présentation, la lisibilité et l'orthographe font partie des critères d'évaluation. Les candidats sont invités à **numéroter les copies utilisées**, à **encadrer les résultats de leurs calculs** et à mettre en évidence le numéro des questions. Une **pénalité pouvant aller jusqu'à 10 % de la note obtenue** sera appliquée aux copies sales et peu soignées.
- ▷ Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, **il le signale sur sa copie et poursuit sa composition** en précisant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- ▷ Le sujet se compose de **trois parties indépendantes** les unes des autres, que le candidat est libre d'aborder **dans l'ordre de son choix.**
 - La partie I est faite de diverses questions de cours. Elle compte pour 18 % du barème.
 - La partie II traite de représentations graphiques d'une onde sur une corde. Elle compte pour 25 % du barème.
 - La partie III s'intéresse à la faisabilité d'une expérience de lévitation acoustique. Elle compte pour 57 % du barème.
- ▷ Le sujet est volontairement long pour laisser au candidat le choix des parties sur lesquelles il souhaite se concentrer en priorité. Pour faire ce choix en connaissance de cause, il est recommandé de lire en entier le sujet avant d'entamer la composition.

Les candidats doivent vérifier que le sujet comporte bien 4 pages, numérotées de 1/4 à 4/4.

I - Questions de cours ... ou presque

Cette partie sera ramassée au bout de 30 minutes : elle doit être traitée en premier, et sur une copie séparée.

Toutes les questions de cette partie sont indépendantes les unes des autres.

1 - Définir la valeur vraie, la valeur mesurée, l'erreur de mesure et l'incertitude de mesure, notamment en indiquant lesquelles sont inconnues et lesquelles sont mesurées ou estimées. Un schéma peut aider à la présentation.

2 - Dans un TP visant à mesurer la célérité du son, on aboutit à la fin des calculs à une valeur $c = 348,5279 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et à une incertitude $\Delta c = 7,721 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Écrire le résultat final sous une forme adaptée.

3 - Rappeler l'écriture mathématique d'un signal harmonique et nommer chacun des paramètres qui interviennent. Démontrer la relation entre sa période et sa pulsation.

4 - Considérons deux signaux harmoniques synchrones s_1 et s_2 . Définir mathématiquement le déphasage de s_2 par rapport à s_1 . Quel est son signe lorsque s_2 est en retard de phase sur s_1 ? Sur la figure 1, lequel des deux signaux est en avance sur l'autre ? Expliquer **brèvement** : aucun calcul n'est demandé.

5 - On représente figure 2 un signal et un spectre. Le spectre peut-il être celui du signal ? On attend d'abord une analyse de l'allure du spectre, puis si elle est concluante une analyse des valeurs numériques.

Donnée : $1/4,5 = 0,22$

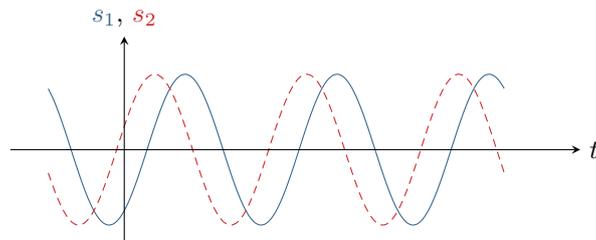


Figure 1 – Déphasage entre deux signaux harmoniques. Le signal s_1 est représenté en trait plein, le signal s_2 en trait pointillé.

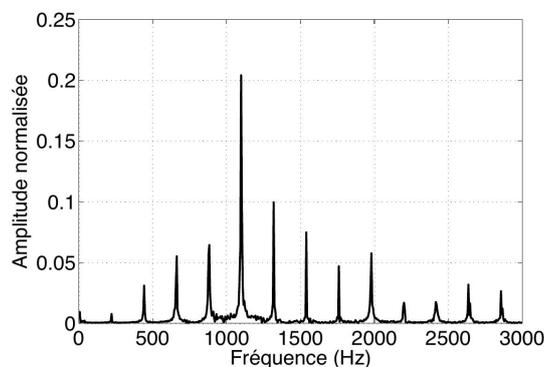
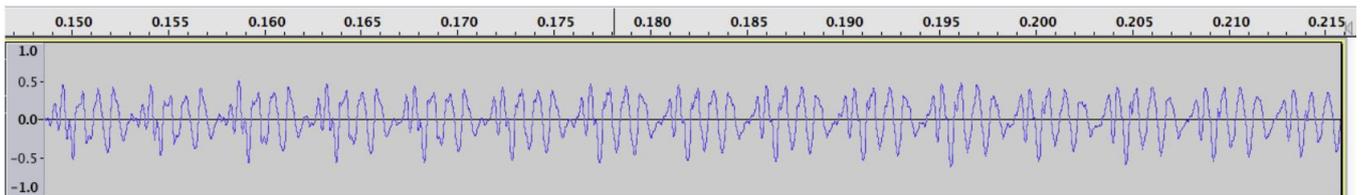


Figure 2 – Un signal et un spectre. L'axe des abscisses du signal est gradué en secondes.

II - Onde sur une corde générée par un ressort

Pensez à prendre une copie différente de la partie I.

Considérons une corde de longueur $L = 2\text{ m}$ tendue entre ses deux extrémités H ($x_H = 0$) et I ($x_I = 2\text{ m}$). L'extrémité I est fixe, mais l'extrémité H est attachée à un ressort, comme représenté figure 3, à gauche. Le point A est le milieu de la corde ($x_A = 1\text{ m}$).

À l'instant $t = 0$, une impulsion est donnée en H , ce qui génère une onde sur la corde. Elle s'y propage à $c = 50\text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$. Le chronogramme représentant la position $z_H(t)$ de H au cours du temps est représenté figure 3, à droite. On pourra considérer qu'à $t = 1,5\text{ s}$ le ressort cesse d'osciller.

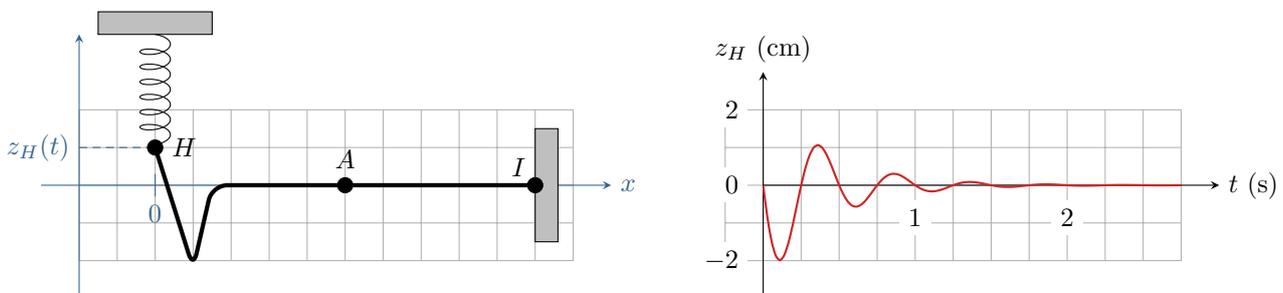


Figure 3 – Corde attachée à un ressort. L'extrémité I est fixe, l'extrémité H est attachée au ressort. La figure de gauche représente un schéma de principe de la situation. La figure de droite représente le chronogramme $z_H(t)$: l'échelle est de $1\text{ cm}/\text{carreau}$ en ordonnée et $0,25\text{ s}/\text{carreau}$ en abscisse.

Pour tous les tracés, les échelles devront être très clairement indiquées.

6 - Représenter l'allure de la corde à $t_1 = 3\text{ s}$.

Lorsque l'onde atteint l'extrémité I , elle s'y réfléchit. Le fait que l'extrémité soit fixe impose que l'onde réfléchie est l'opposée de l'onde incidente.

7 - Représenter l'allure de la corde à $t_2 = 7$ s.

8 - Représenter le chronogramme de l'altitude du point A $z_A(t)$ pour t compris entre 0 et 10 s.

9 - En justifiant la construction, représenter l'allure de la corde à $t_3 = 4,5$ s.

III - Lévitacion acoustique

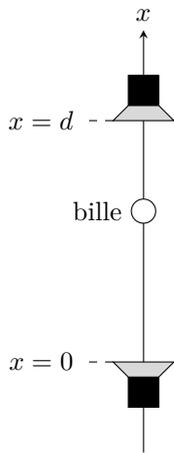


Figure 4 – Schéma de l'expérience.

L'objectif de cette partie est d'étudier la faisabilité d'une expérience de lévitation acoustique schématisée figure 4 : une petite bille de polystyrène, placée entre deux haut-parleurs, lévite sous le seul effet de l'onde acoustique qui permet de compenser son poids.

Les deux haut-parleurs sont placés le long d'un axe x vertical, séparés d'une distance d . Le haut-parleur du bas se trouve en $x = 0$. Ils sont alimentés en parallèle par un même générateur délivrant une tension $e(t) = E_0 \cos(2\pi ft)$ de fréquence $f = 17,0$ kHz. Chaque haut-parleur émet une onde acoustique d'amplitude (en pression) P_0 , synchrone avec la tension d'alimentation. Au niveau du haut-parleur, l'onde est en phase avec la tension d'alimentation.

Pour simplifier, on suppose que la présence d'un haut-parleur ne perturbe pas l'onde émise par l'autre haut-parleur, en particulier qu'elle n'engendre pas d'onde réfléchie. On néglige de plus toute atténuation des ondes sonores émises par les haut-parleurs.

Données :

▷ vitesse du son dans l'air $c \simeq 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;

▷ accélération de la pesanteur $g \simeq 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

10 - Outre la pression, quelle est l'autre grandeur support de l'onde acoustique ? Calculer numériquement la longueur d'onde.

L'onde émise par le haut-parleur du bas est décrite par la surpression

$$P_{\text{bas}}(x, t) = P_0 \cos(\omega t \pm kx + \varphi_{\text{bas}}).$$

11 - Comment nomme-t-on une telle onde ? Quel signe \pm faut-il conserver devant le terme kx ? Exprimer sans démonstration les deux paramètres ω et k en fonction des données de l'énoncé.

12 - Justifier que $\varphi_{\text{bas}} = 0$.

De même, l'onde émise par le haut-parleur du haut s'écrit

$$P_{\text{haut}}(x, t) = P_0 \cos(\omega t \pm kx + \varphi_{\text{haut}}).$$

13 - Quel signe \pm faut-il conserver dans cette expression ? Montrer que $\varphi_{\text{haut}} = -kd$.

14 - Écrire l'onde résultante entre les deux haut-parleurs $P(x, t)$ sous forme d'un produit de cosinus¹. Comment nomme-t-on une telle onde ? Qu'est-ce qui la distingue fondamentalement des ondes émises par chaque haut-parleur individuellement ?

15 - Définir un nœud et un ventre de vibration. Calculer la distance séparant deux nœuds de vibration consécutifs. Par analogie, en déduire sans calcul la distance séparant deux ventres consécutifs, puis la distance séparant un nœud et un ventre consécutifs.

Pour que l'effet soit maximal, il faut que l'onde résultante soit résonante. On admet qu'il faut pour cela qu'il y ait un nœud de pression au niveau de chaque haut-parleur.

16 - En raisonnant sur le haut-parleur situé en $x = 0$, exprimer les distances d_n que l'on peut choisir en fonction de la longueur d'onde λ et d'un entier n . Qu'en est-il au niveau du haut-parleur du haut ?

17 - Schématiser l'allure de $P(x, t)$ pour les trois entiers les plus faibles. Légender ce schéma en indiquant les nœuds et les ventres de surpression, ainsi que la longueur d'onde.

Pour estimer un ordre de grandeur sans calcul complexe, on suppose que la bille de polystyrène que l'on cherche à faire léviter a exactement pour rayon $R = \lambda/8$. Son centre se trouve en $x = 7\lambda/8$.

18 - Que vaut l'amplitude locale de la surpression sur le haut de la bille ? sur le bas de la bille ?

19 - En assimilant la bille à un cylindre de masse volumique ρ , montrer par un bilan des forces qu'elle peut léviter si

$$P_0 \simeq \frac{2}{3} \rho g R.$$

1. Vous remplacerez évidemment φ_{haut} et φ_{bas} par leurs expressions.

20 - Supposons $R \simeq 2 \text{ mm}$ et $\rho \simeq 10 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Calculer la valeur de P_0 nécessaire à la lévitation. Conclure avec le document 1 : l'expérience est-elle raisonnablement faisable ?

Document 1 : Niveau sonore et pression acoustique

Pression acoustique (Pa)	Niveau sonore (dB)	Exemples
200	140	avion au décollage
20	120	seuil de douleur
2	100	klaxon
0,2	80	voiture dans la rue
0,02	60	conversation
0,002	40	salle de DS :)
0,0002	20	vent léger

Remarque finale : La réalité est plus complexe que ce que laissent penser les dernières questions de cet exercice. La position d'équilibre de la bille en lévitation se trouve en fait au niveau d'un nœud. Comme la surpression oscille en opposition de phase dans les deux fuseaux, la bille est alternativement poussée vers le haut et vers le bas, mais son inertie fait qu'elle n'en ressent qu'un effet moyen, ce qui lui permet d'être maintenue.