



DEVOIR SURVEILLÉ 8 – PHYSIQUE-CHIMIE

D.Malka – MPSI 2016-2017 – Lycée Saint-Exupéry

29.04.2017

Durée de l'épreuve : 4h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 6 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.
- La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.
- Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n° page courante / nombre total de pages.

Problème 1 – « Peser la Terre »

Le physicien britannique Henry Cavendish a réalisé en 1798 une expérience destinée à « peser la Terre ». Il s'agissait plus exactement de déterminer la constante de gravitation \mathcal{G} , apparaissant dans l'expression de la force de Gravitation, dont on peut déduire la masse M_T de la terre en connaissant la valeur du champ de pesanteur terrestre g .

L'expérience utilise un fléau (tige rigide horizontale de longueur $2l = 20\text{ cm}$, de masse négligeable) aux extrémités duquel sont placées deux petites sphères identiques de masse $m = 50\text{ g}$ et de rayon $a = 1,25\text{ cm}$. L'ensemble est suspendu à un fil vertical (fig.1). Ce dernier lorsqu'il est tordu d'un angle θ , exerce sur le fléau le couple de torsion par rapport à l'axe Δ confondu avec le fil : $M_{\text{torsion}} = -C\theta$.

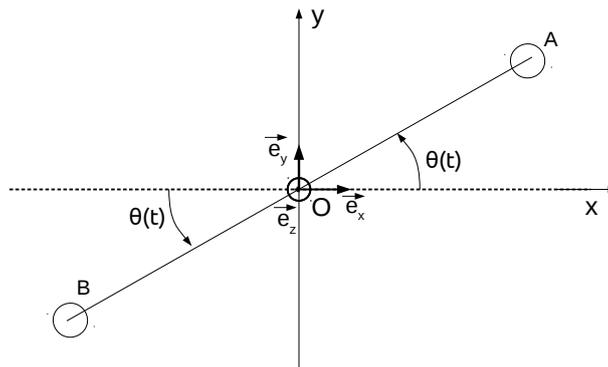


FIGURE 1 – Pendule de torsion (vue de dessus)

Moment d'inertie du pendule par rapport à Δ : $J = 2m \left(l^2 + \frac{a^2}{5} \right)$.

1. **Mesure de la constante de torsion du fil.** On déduit la valeur de C des oscillations libres du pendule de torsion.

1.1 Donner le sens physique du moment d'inertie J du pendule. Comment varie-t-il avec la distribution de masse ?

- 1.2 Exprimer le moment cinétique du pendule autour de l'axe Oz en fonction de sa vitesse angulaire.
- 1.3 En appliquant le théorème du moment cinétique, déterminer l'équation différentielle vérifiée par l'angle θ .
- 1.4 Dédire du chronogramme fig.2, la période des oscillations puis la valeur de la constante de torsion C .

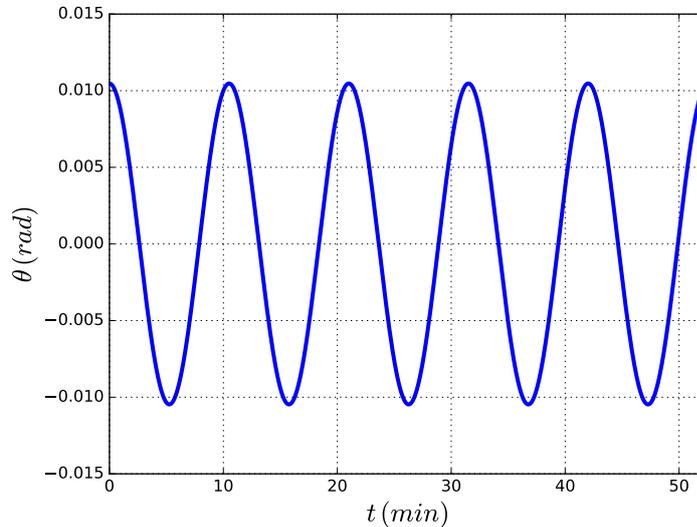


FIGURE 2 – Oscillations du pendule

2. **Mesure de la masse de la Terre.** On approche une grosse sphère de masse $M = 30 \text{ kg}$ à chacune des petites sphères. Au bout de quelques heures, l'équilibre est atteint et le pendule a tourné d'un angle θ_{eq} par rapport à la direction du fléau en l'absence des sphères. On mesure $2\theta = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad}$. La distance entre les centres des masses de chacune des deux grosses sphères et de sa petite sphère voisine vaut alors $d = 15 \text{ cm}$ (fig.3).

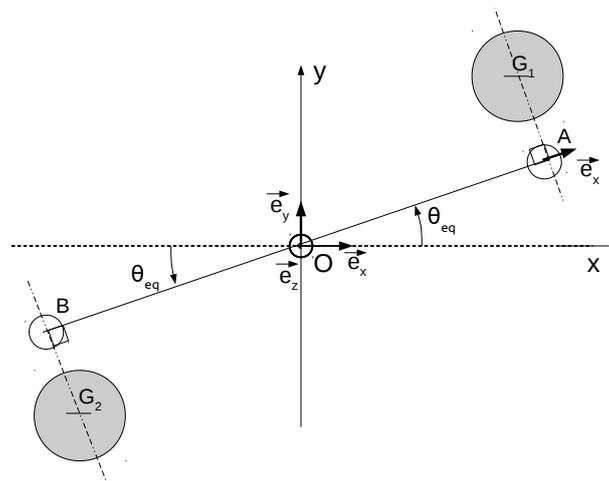


FIGURE 3 – Balance de Cavendish (vue de dessus)

- 2.1 Exprimer la force gravitationnelle exercée par chaque grosse sphère sur sa petite sphère voisine.
- 2.2 En déduire un lien entre la constante de gravitation universelle G et l'orientation à l'équilibre θ_{eq} du fléau. Calculer G .
- 2.3 En assimilant le poids à la surface de la Terre à l'attraction gravitationnelle par cette dernière, estimer la masse de la Terre M_T .

Problème 2 – Accélérateur linéaire de Wilderöe

Dans ce problème, on s'intéresse à l'accélération linéaire d'une particule chargée. *Toute l'étude est réalisée dans le cadre de la mécanique newtonienne et dans le référentiel de l'accélérateur supposé galiléen.*

Données :

- célérité de la lumière dans le vide : $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$,
- charge élémentaire : $e = 1,6.10^{-19} \text{ C}$,
- masse du proton : $m = 1,66.10^{-27} \text{ kg}$,
- électron-Volt : $1 \text{ eV} = e = 1,6.10^{-19} \text{ J}$.

1. **Préliminaires.** Soit une particule de charge e et de masse m soumis accélérée par une différence de potentiel $U = V_A - V_B$. Au point A sa vitesse vaut $v_A \vec{e}_x$, au point B , on la note $v_B \vec{e}_x$ (fig.4).

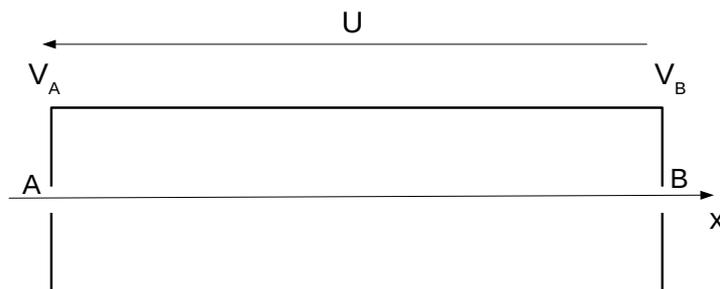


FIGURE 4 – Accélérateur entre deux armatures d'un condensateur

- 1.1 Exprimer l'énergie mécanique de la particule au point A . Que dire de la valeur de l'énergie mécanique au cours du mouvement ?
- 1.2 Déterminer le gain d'énergie cinétique de la particule au point B . Application numérique en MeV ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$) pour un ion césium $^{137}\text{Cs}^+$ dont la masse vaut 137 fois celle du proton.
- 1.3 Déterminer la vitesse v_B de l'ion en supposant $v_A \approx 0$ et $U = 750 \text{ kV}$. Application numérique. Le modèle de la mécanique classique était-il valable ?
2. **Accélérateur de Wilderöe.** On peut obtenir des accélérations importantes de particules chargées en utilisant un champ électrique alternatif (donc une tension alternative) au moyen du dispositif représenté sur la figure 5, connu sous le nom d'appareil de Wilderöe.

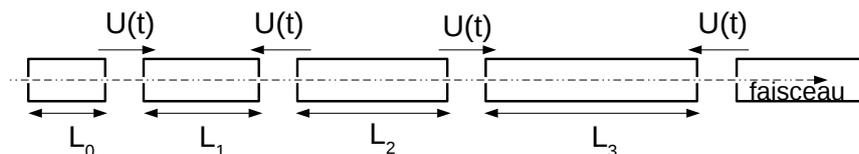


FIGURE 5 – Accélérateur de Wilderöe

La tension $U(t) = U_0 \sin \omega t$, $U_0 > 0$, est cette fois appliquée entre des tubes de glissement, boîtes complètement fermées, à l'exception de deux petits trous percés à leurs extrémités et permettant de laisser passer le faisceau de particules. L'idée est d'accélérer les particules lorsqu'elles passent d'un tube à l'autre. A l'intérieur des tubes les particules ne sont soumises à aucune force. Les distances entre les tubes sont négligeables.

Une particule de charge $+e$ et de masse m sort à l'instant t_0 avec une vitesse v_0 du tube $n = 0$ (longueur L_0). On notera $\varphi_0 = \omega t_0$.

- 2.1 Que dire de la vitesse d'une particule à l'intérieur d'un tube ?
- 2.2 Exprimer la valeur de la tension entre les tubes 0 et 1 à t_0 en fonction de φ_0 et U_0 . A quelle condition est-elle accélératrice ? On suppose cette condition vérifiée par la suite.

- 2.3 On note L_n la longueur du tube n , $n \geq 0$, v_n la vitesse d'une particule à l'intérieur de ce tube, et t_n l'instant auquel elle y entre. Expliquer qualitativement pourquoi l'accélérateur doit satisfaire la condition de synchronisme :

$$t_{n+1} - t_n = \frac{\pi}{\omega} = \frac{T}{2}$$

- 2.4 A quelle tension δV_n est alors soumise la particule entre deux tubes adjacents quelconques ?
 2.5 Exprimer l'énergie cinétique $E_{c,n}$ puis la vitesse v_n de la particule en fonction de v_0 , m , e , U_0 et φ_0 .
 2.6 Exprimer alors la longueur L_n du tube n nécessaire à la satisfaction de la condition de synchronisme en fonction de n , U_0 , φ_0 , ω , v_0 , e et m .

3. Applications numériques :

- 3.1 Calculer la longueur du premier tube pour des ions $^{137}\text{Cs}^+$, en prenant pour vitesse d'injection $v_0 = 5,14 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-1}$ et pour $f = 10 \text{ MHz}$.
 3.2 On donne pour la machine de Wilderoë $U_0 = 100 \text{ kV}$, $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$. Pour quelle valeur de n l'énergie de la particule aura-t-elle au moins doublé ? Calculer la valeur numérique de cette énergie (en eV) ainsi que l'ordre de grandeur de la longueur totale de l'accélérateur pour atteindre une énergie double de l'énergie d'injection.
 3.3 Pour les mêmes données que précédemment, calculer la valeur de la vitesse de l'ion en sortie de l'accélérateur. Commenter à la lumière du graphe fig.6.

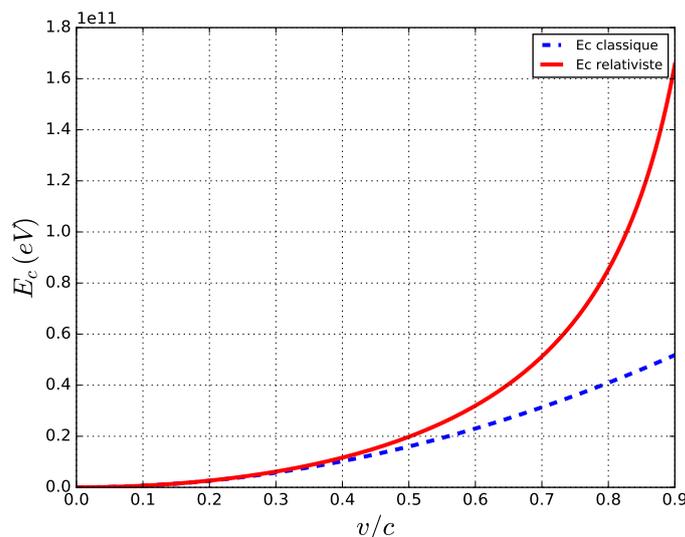


FIGURE 6 – Energie cinétique en fonction de sa vitesse pour un ion césium Cs^+

4. **Stabilité du synchronisme.** À paramètres m , L_n , U_0 , v_0 donnés, la condition de synchronisme n'est réalisée que si la particule entre exactement à l'instant t_0 , à une période près.
- 4.1 Etudier qualitativement l'accélération d'une particule entrant avec la même vitesse v_0 , mais légèrement en retard, à un instant τ_0 très légèrement postérieur à t_0 . Aura-t-elle tendance à combler son retard ? On discutera suivant la valeur de φ_0 .
- 4.2 Etudier de même le cas d'une particule arrivant légèrement en avance.
- 4.3 Que peut-on en conclure quant à la stabilité du mécanisme de synchronisme ?
- 4.4 Si l'on injecte à l'entrée de l'appareil un faisceau continu, qu'observera-t-on, qualitativement, à la sortie ?

Problème 3 – Analyse physico-chimique d'un vin

Ce problème s'intéresse à l'acidité d'un vin rouge. Il est constitué de deux parties indépendantes.

Le vin est une boisson acide dont le pH est compris entre 2,70 et 3,70. Le vin contient naturellement de nombreux acides faibles (certains sont présents dans le raisin et d'autres apparaissent au cours de l'élaboration du vin) dont six organiques sont les plus abondants :

- l'acide tartrique $HOOC - CH(OH) - CH(OH) - COOH$ de pKa 3,04 et 4,34 et de masse molaire 150 g.mol^{-1} ;
- l'acide malique $HOOC - CH_2 - CH(OH) - COOH$ de pKa 3,46 et 5,14 et de masse molaire 134 g.mol^{-1} ;
- l'acide citrique $HOOC - CH_2 - C(OH)(COOH) - CH_2 - COOH$ de pKa 3,15, 4,71 et 6,41 et de masse molaire 192 g.mol^{-1} ;
- l'acide lactique $H_3C - CH(OH) - COOH$ de pKa 3,90 et de masse molaire $90,0 \text{ g.mol}^{-1}$;
- l'acide succinique $HOOC - CH_2 - CH_2 - COOH$ de pKa 4,16 et 5,61 et de masse molaire 118 g.mol^{-1} ;
- l'acide acétique $CH_3 - COOH$ de pKa 4,80 et de masse molaire $60,0 \text{ g.mol}^{-1}$.

Le contrôle des acides présents dans un vin est très important car ces acides conditionnent les qualités gustatives du vin, le pH quant à lui agit sur la stabilité du vin. On peut lire dans un traité d'œnologie : « l'acidité renforce et soutient les arômes en apportant au vin du corps et de la fraîcheur tout en aidant à son vieillissement. Un excès d'acidité donne un vin trop nerveux, souvent maigre ; alors qu'une carence en acidité donne un vin mou, de faible qualité ».

On étudie un vin rouge (Bordeaux Supérieur 2002) dont l'analyse fait apparaître les données suivantes :

acide tartrique	$2,24 \text{ g.L}^{-1}$
acide malique	$0,05 \text{ g.L}^{-1}$
acide citrique	$0,08 \text{ g.L}^{-1}$
acide lactique	$1,90 \text{ g.L}^{-1}$
acide succinique	$0,04 \text{ g.L}^{-1}$
acide acétique	$0,03 \text{ g.L}^{-1}$
acidité totale	$5,20 \text{ g.L}^{-1}$

On donne la constante d'acidité du couple H_2O/HO^- : $K_e = 10^{-14}$.

1. **Acidité totale du vin.** L'acidité totale d'un vin est la quantité n d'ions H_3O^+ libérable par litre de vin que l'on exprime en mmol.L^{-1} .

Pour être commercialisable, un vin doit présenter une acidité minimale de $50,0 \text{ mmol.L}^{-1}$. Pour déterminer cette acidité totale, la législation impose de mesurer le volume de soude nécessaire pour amener un échantillon de vin à tester à $pH = 7,00$.

On place un volume $V = 10,0 \text{ mL}$ de vin dans un bécher, le dosage s'effectue par suivi pH-métrique avec une solution de soude de concentration $C_0 = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$. On mesure le pH en fonction du volume v_s de soude versé et on obtient la courbe de la figure 7.

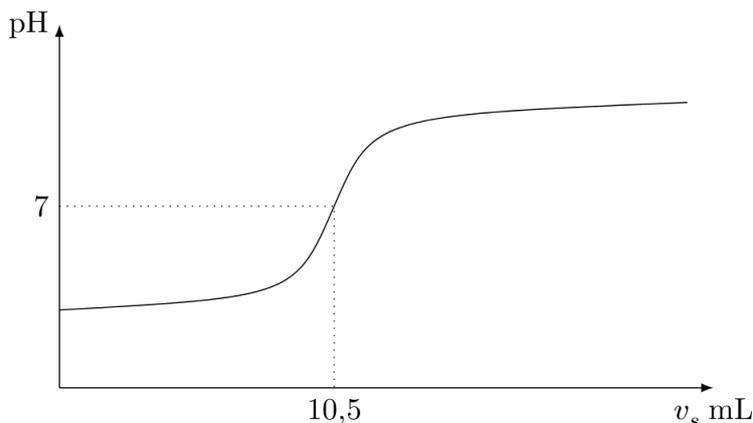


FIGURE 7 – Courbe de titrage

- 1.1 Bien que le vin soit une solution contenant de nombreux acides, la courbe de dosage fait apparaître un seul saut de pH. Justifier ce fait.

- 1.2 La courbe de dosage montre que ce vin peut être modélisé par une solution de monoacide faible HA de $pK_a = 4,00$. Écrire l'équation bilan correspondant à cette réaction de dosage. Calculer la constante d'équilibre K_r de cette réaction. Conclure.
- 1.3 Pour quel volume de soude versé, le dosage est-il terminé? En modélisant toujours les acides de ce vin par un monoacide faible HA de $pK_a = 4,00$, calculer n et en déduire le pH du vin étudié. Ce vin est-il commercialisable?

2. Fermentation malolactique

On constate une faible concentration en acide malique alors qu'il est très présent dans le raisin (sa concentration y est supérieure à $3,00 \text{ g.L}^{-1}$), ceci est dû à la fermentation malolactique, découverte dans les années 1960, qui est une transformation quasi-intégrale de l'acide malique $HOOC-CH_2-CH(OH)-COOH$ (noté H_2M) en acide lactique $CH_3-CH(OH)-COOH$ (noté HL) avec dégagement de dioxyde de carbone CO_2 . Cette fermentation a une influence sur l'acidité du vin et ses qualités gustatives (de nouveaux arômes apparaissent et d'autres s'atténuent); de plus elle renforce sa couleur rouge. Mais si un vin est mis en bouteille alors que la fermentation malolactique n'est pas achevée, on ressent à la dégustation un certain pétilllement et quelques bulles peuvent apparaître dans le verre, peu après l'ouverture de la bouteille. Avant de procéder à la mise en bouteille d'un vin, il est donc nécessaire de connaître le stade de cette fermentation. On s'intéresse à cette réaction chimique ainsi qu'à sa cinétique.

2.1 Fermentation malolactique et acidité.

En regard des pK_a des différents acides présents dans le vin (liste non exhaustive) on peut voir que le vin est un système acido-basique complexe qui agit comme un système tampon puisque son pH est voisin des pK_a des principaux acides qui le constituent. On se propose d'étudier la variation du pH au cours de la fermentation malolactique; pour ce faire, on modélise le vin comme une solution aqueuse S contenant $2,24 \text{ g.L}^{-1}$ d'acide tartrique (noté H_2T) et $3,10 \text{ g.L}^{-1}$ d'acide malique (noté H_2M), dont le pH a été fixé à la valeur 3 par ajout d'une base forte concentrée.

- 2.1.1 Représenter les diagrammes de prédominances des différentes espèces en solution initialement.
- 2.1.2 Déterminer un ordre de grandeur des concentrations molaires des différentes espèces en solution à $pH = 3$. On précisera les éventuelles approximations effectuées.
- 2.1.3 Écrire l'équation-bilan correspondant à la fermentation malolactique.
- 2.1.4 En déduire qualitativement le sens de variation du pH de la solution S lors de cette fermentation.
- 2.1.5 Quelle peut être la cause chimique des faits observés lors de l'ouverture d'une bouteille contenant un vin dont la fermentation malolactique n'était pas terminée à la mise en bouteille?
- 2.1.6 La fermentation malolactique du vin étudié était-elle terminée lors de la mise en bouteille?

2.2 Durée de la fermentation

On se propose maintenant d'étudier la cinétique de la fermentation malolactique pour savoir combien de temps il faut attendre avant la mise en bouteille à partir du moment où débute cette fermentation. La fermentation malolactique est une réaction d'ordre 1, de constante de vitesse $k_v = 1,34.10^6 \text{ s}^{-1}$.

- 2.2.1 Déterminer la loi $[H_2M](t)$.
- 2.2.2 Définir et calculer le temps de demi-réaction $t_{1/2}$. Donner une estimation de la durée de la fermentation malolactique.
- 2.2.3 Combien de temps a duré la fermentation malolactique du vin étudié?

 FIN DE L'ENONCE
