



DEVOIR SURVEILLÉ 2 – PHYSIQUE-CHIMIE

D.Malka – MPSI 2017-2018 – Lycée Saint-Exupéry

14.10.2017

Durée de l'épreuve : 4h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 6 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.
- La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.
- Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n°page courante/nombre total de pages.

Problème 1 – Autour du Thallium

En 1861, en étudiant par spectroscopie les boues résiduelles des chambres de plomb, réacteurs de fabrication de l'acide sulfurique, William Crookes observe la présence d'une raie verte intense inconnue dans le spectre d'émission. Le nom *thallium* est donné au nouvel élément chimique responsable de cette émission, en 1862, du grec *thallos* (rameau vert). Claude Auguste Lamy, la même année, isole le thallium métallique. Le thallium est dangereux poison !

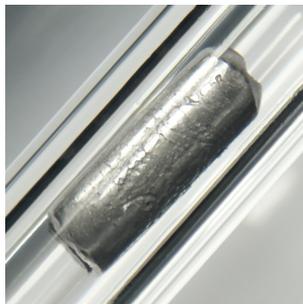


FIGURE 1 – Un échantillon de Thallium. Par *Hi-Res Images of Chemical Elements* — <http://images-of-elements.com/thallium.php>, CC BY 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=28869960>

Données :

- constante de Planck $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$,
- définition de l'électron-Volt : $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$.

1. On s'intéresse à l'isotope $^{205}_{81}\text{Tl}$ du thallium. Indiquer la composition en protons et en neutrons du noyau de cet isotope.
2. Donner la configuration électronique de l'atome d'aluminium Al ($Z = 13$) dans son état fondamental.
3. Le thallium appartient à la famille de l'aluminium et à la sixième période. Donner la configuration électronique de sa couche de valence.
4. En justifiant, proposer la formule de l'ion stable a priori formé par l'atome de thallium.

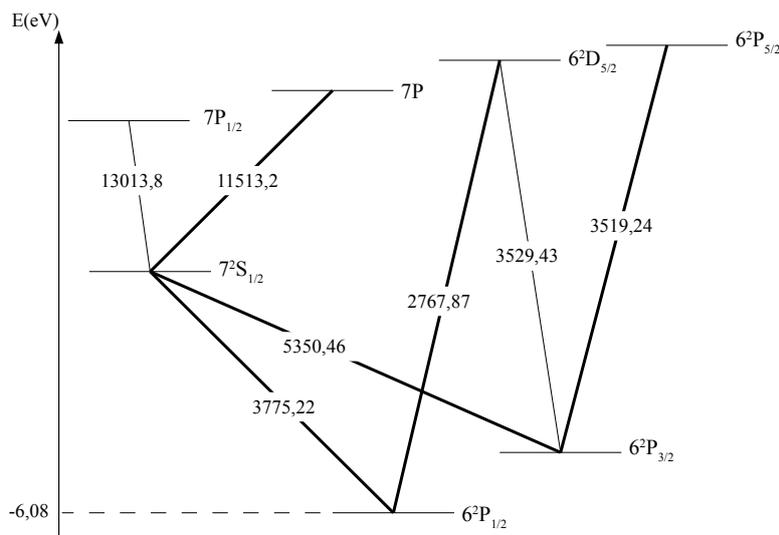


FIGURE 2 – Quelques transitions de l'atome de Thallium

5. La figure 2 fait apparaître quelques niveaux d'énergie électronique du thallium, le niveau fondamental étant $6^2P_{1/2}$ (la connaissance de la nomenclature des niveaux d'énergie n'est pas requise). Les lignes qui relient les niveaux d'énergie correspondent aux transitions d'un niveau à l'autre, les valeurs indiquées sur les lignes correspondant aux longueurs d'onde des raies d'émission correspondant, exprimées en angström ($1 \text{ \AA} = 1 \times 10^{-10} \text{ m}$). L'intensité des raies est suggérée par l'épaisseur du trait.
- 5.1 Quelle est la transition (on précisera les niveaux de départ et d'arrivée) responsable de la raie observée par Crookes ?
- 5.2 Calculer en eV, de façon la plus précise possible, l'énergie du niveau noté $6^2P_{3/2}$.

Problème 2 – Principe de l'échographie

Les ultrasons sont des ondes acoustiques sonores dont le domaine spectral s'étend de 20 kHz à 10 MHz. Ils sont utilisés pour réaliser des images médicales autorisant des diagnostics pour les organes internes du corps humain. Une sonde émettrice envoie des salves d'impulsions ultrasonores et détecte les échos engendrés par réflexion partielle sur les tissus du corps humain. L'intervalle de temps entre l'émission d'une impulsion et la réception de l'écho permet de localiser l'élément de tissu échogène. L'intensité de l'écho permet de détecter la nature du tissu. Un balayage des régions sondées permet de reconstituer une image bidimensionnelle.

1. Généralités sur les ondes sonores

- 1.1 Les ondes ultra-sonores sont-elles audibles par l'oreille humaine ? Justifier.
- 1.2 Rappeler la valeur moyenne de la célérité du son dans l'air.
- 1.3 Déterminer le domaine de longueur d'onde (dans l'air) correspondant aux ondes ultrasonores.

2. Modélisation des ondes émises par la sonde échographique

Les impulsions ultrasonores émises par la sonde dans le corps sont modélisées par la surpression $p(x = 0, t) = p_0 e^{-t^2/\tau^2} \cos(\omega t)$ au niveau de l'émetteur (fig.3). On suppose que le signal se propage ensuite dans le corps sous la forme d'une progressive unidimensionnelle vers les x croissant à la célérité $C_s = 1,5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- 2.1 Reproduire la figure 3 et représenter précisément la forme d'onde à l'instant $t_1 = 2 \mu\text{s}$.
- 2.2 Proposer une expression pour la vibration ultrasonore $p(x, t)$ pour t et x quelconques.
- 2.3 Mesurer la largeur spatiale δ de l'impulsion. En déduire sa largeur temporelle τ .
- 2.4 Estimer la résolution longitudinale de l'appareil d'échographie.

3. Principe de l'échographie

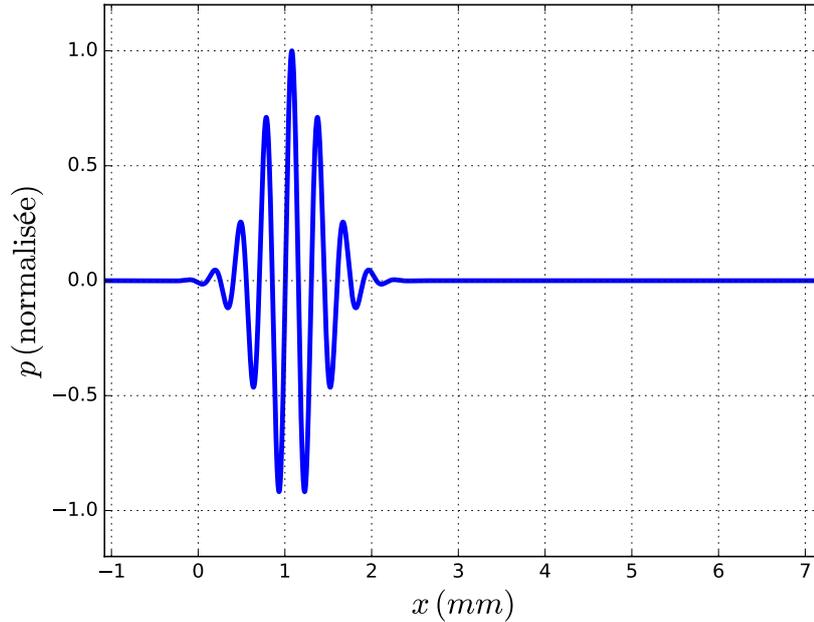


FIGURE 3 – Modélisation de l'impulsion ultrasonore

3.1 Propriétés acoustiques des milieux biologiques

Les tissus sont caractérisés par leur masse volumique ρ_0 et leur compressibilité χ . La célérité des ondes sonores dans un milieu vaut $C_s = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi}}$. Une autre propriété, appelée impédance acoustique Z vaut

$Z = \sqrt{\frac{\rho_0}{\chi}}$: elle intervient dans la réflexion ou transmission d'une onde entre deux milieux de propagation différents. **L'onde réfléchie est d'autant plus intense que la différence d'impédance entre les deux milieux est grande.**

3.1.1 Les milieux biologiques, autre que les os et les poumons, ont des caractéristiques physiques proches de celle de l'eau : $\rho_0 = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\chi = 4,5 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$. Déterminer la célérité du son C_{mb} et l'impédance Z_{mb} dans les milieux biologiques.

3.1.2 On donne pour un os $\rho_0 = 1900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $\chi = 3,3 \times 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$. Déterminer la célérité du son C_{os} et l'impédance Z_{os} dans ce milieu.

3.2 Etude d'un cas pratique

On donne plus précisément le tableau fig.4 des valeurs numériques des impédances acoustiques de quelques milieux biologiques :

Milieu	Air	Graisse	Tissou mou	Foie	Muscle	Os
$Z(\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$	400	$1,36 \cdot 10^6$	$1,62 \cdot 10^6$	$1,66 \cdot 10^6$	$1,71 \cdot 10^6$	$7,80 \cdot 10^6$

FIGURE 4 – Impédance acoustiques de quelques milieux biologiques

3.2.1 Sur le graphe fig.5 est représenté une l'impulsion ultrasonore à l'instant de son émission et son écho à l'instant de sa réception par la sonde. Déterminer numériquement la profondeur h du tissu, noté X, ayant généré cet écho. Le raisonnement devra être convenablement explicité.

3.2.2 En considérant les tissus biologiques comme peu absorbant, l'amplitude de l'onde réfléchie est donnée par $A' = rA$ où A est l'amplitude de l'onde incidente et r est le coefficient de réflexion de la cible défini par :

$$r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

avec Z_1 l'impédance du milieu incident et Z_2 l'impédance de la écho-gène.

Déterminer la nature du tissu X, responsable de l'écho fig.5.

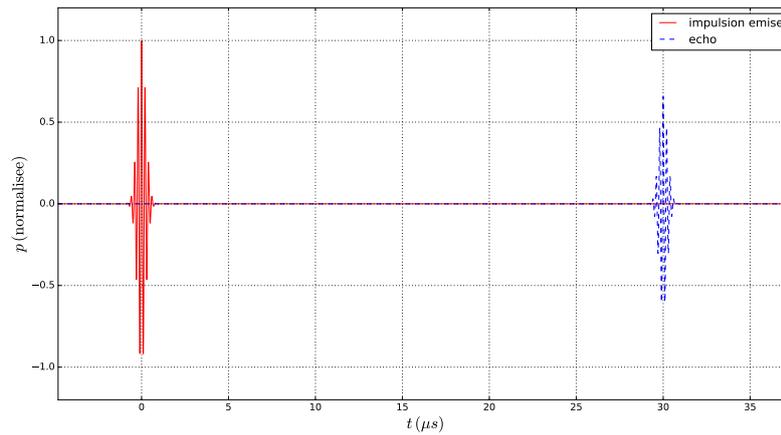


FIGURE 5 – Impulsion ultrasonore et son écho. Ce type de signaux est ensuite traité et transformé en image.

3.2.3 Que dire de l'amplitude de l'onde transmise par le tissu X ?

3.2.4 L'image calculée à partir des échos du tissu X et des tissus environnant est représentée fig.6. Localiser le tissu X sur l'image et interpréter l'intensité du signal dans son voisinage.



FIGURE 6 – Image obtenue par échographie. L'intensité du signal est codée est niveau de gris, le noir correspondant à une intensité nulle.

Problème 3 – Modes propres d'une diode laser

Ce problème approche de façon très simplifiée le fonctionnement d'une diode laser typique des systèmes de télécommunication.

Données :

- célérité de la lumière dans le vide : $c_0 = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$,
- constante de Planck : $h = 6,63.10^{-34} \text{ J.s}$,
- définition de l'électron-Volt : $1 \text{ eV} = 1,6.10^{-19} \text{ J}$,
- $1 \text{ THz} = 10^{12} \text{ Hz}$,

⚠ Dans tout l'énoncé, c_0 et λ_0 désigne respectivement la célérité et la longueur d'onde de la lumière dans le vide, tandis que $c = c_0/n$ et $\lambda = \lambda_0/n$ désigne ces mêmes grandeurs mais dans la cavité d'indice optique n .

Un laser est constitué d'un milieu amplificateur (couplé à un système de pompage réalisant la condition dite *d'inversion de population* nécessaire à l'effet laser) et d'une cavité résonnante constituée par deux miroirs

en regard. Le phénomène dit d'*émission stimulée* permet, sous certaines conditions la naissance d'une onde lumineuse $E(x, t)$ stationnaire dans la cavité. Le miroir M_2 , légèrement transparent, permet à une partie de la lumière de s'échapper de la cavité. On obtient un faisceau lumineux très étroit et très pure spectralement. C'est l'effet laser.

On considère ici la diode laser fig.7, très utilisées dans les télécommunications. Ce laser est constituée de la superposition de trois couches d'alliages semi-conducteurs $InP - P/GaInAsP/InP - N$. La couche centrale $GaInAsP$ dite *couche active* joue à la fois le rôle de cavité optique résonnante et de milieu amplificateur. Deux faces clivées orthogonalement au plan des couches jouent le rôle des deux miroirs M_1 (en $x = 0$) et M_2 (en $x = L$) de la cavité. Nous supposons les coefficients de réflexion de ces deux faces très proches de 1 en conséquence de quoi l'amplitude de l'onde $E(x, t)$ s'annule au niveau de ces deux faces. L'indice optique de la cavité de la diode vaut $n = 3,5$. La longueur de la cavité vaut $L = 300 \mu m$. L'extension latérale de la cavité vaut $d = 3 \mu m$.

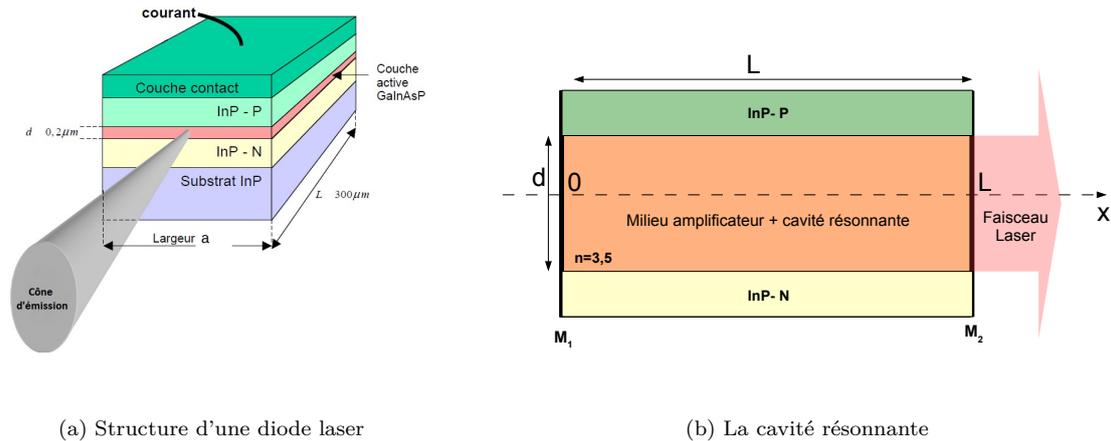


FIGURE 7 – La diode laser

1. On réalise l'analyse spectrale du faisceau sortant de la diode laser. Son spectre est représenté fig.8.

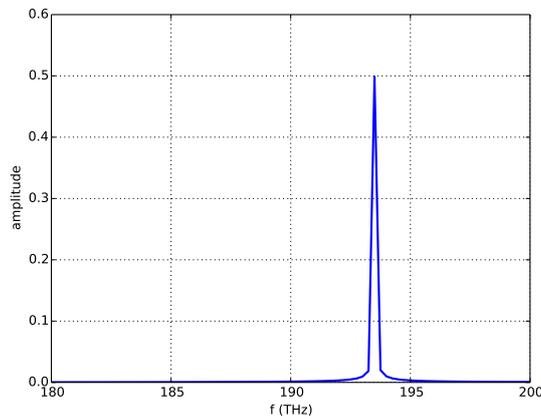


FIGURE 8 – Spectre de la diode laser

- 1.1 Calculer la longueur d'onde moyenne d'émission $\lambda_{0,M}$ dans le vide de la diode laser.
- 1.2 Compte-tenu de son spectre, choisir en justifiant parmi les expressions suivantes, le champ électrique caractérisant le mieux l'onde lumineuse émise par la diode vers les x croissants :

(a) $E(x, t) = E_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_{0,M}} x)$

(b) $E(x, t) = E_0 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda_{0,M}} x)$

(c) $E(x, t) = E_0 e^{\frac{x-c.t}{\lambda_{0,M}}}$

(d) $E(x, t) = E_0 e^{\frac{x+c.t}{\lambda_{0,M}}}$

2. Interpréter en terme d'interférences la nullité du champ électrique à la surface des miroirs M_1 et M_2 délimitant la cavité laser.

3. En mode d'émission continu, une onde électromagnétique monochromatique de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ et de longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ de la forme suivante :

$$E(x, t) = E \cos(\omega t) \cos(kx + \varphi) \quad \text{où} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

peut naître dans la cavité. Ce type de mode est appelé **mode longitudinal**.

- 3.1 Interpréter physiquement la forme mathématique du champ électrique $E(x, t)$ existant dans la cavité.
 3.2 Quelle valeur doit prendre φ pour que l'onde satisfasse la condition aux limites en $x = 0$?
 3.3 Montrer qu'il n'existe qu'un nombre discret de modes de vibration du champ électrique au sein de la cavité caractérisés par un entier m . Donner les valeurs autorisées de λ_m en fonction de l'entier.
 3.4 Déterminer alors l'expression des fréquences f_m des modes longitudinaux m susceptibles d'exister dans la cavité laser en fonction de c_0 , n , L et d'un entier m .
 3.5 Donner l'expression du mode de vibration fondamental du champ électrique dans la cavité et le représenter spatialement à $t = 0$ et à $t = \frac{T}{2}$ où T est la période de l'onde.
 3.6 Représenter de même les modes $m = 3$ et $m = 5$.
 4. L'effet laser peut se produire pour les modes dont la longueur d'onde est incluse dans l'intervalle $[\lambda_{0,M} - \sigma_\lambda, \lambda_{0,M} + \sigma_\lambda]$ où $\lambda_{0,M}$ est la longueur d'onde moyenne déterminée précédemment et $\sigma_\lambda = 50$ nm.
 4.1 Le spectre fig.8 est plus précisément représenté fig.9. Commenter, interpréter.

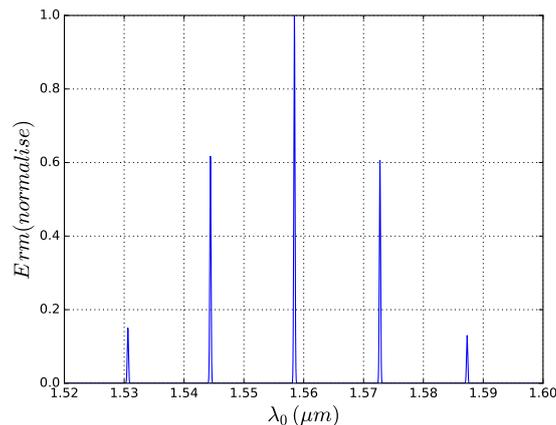


FIGURE 9 – Spectre de la diode laser. Les longueurs d'onde indiquées sont les longueurs d'onde dans le vide.

- 4.2 A quel mode m_0 correspond la longueur d'onde moyenne $\lambda_{0,M}$ du faisceau laser.
 4.3 Montrer que l'intervalle spectral libre (ISL_λ) du laser, c'est-à-dire l'intervalle entre les longueurs d'onde dans le vide de deux modes longitudinaux successifs, vaut, au voisinage d'un mode m tel que $m \gg 1$:

$$ISL_\lambda \approx \frac{\lambda_{0,m}^2}{2nL}$$

où $\lambda_{0,m}$ est la longueur d'onde du mode m hors de la cavité.

- 4.4 Que faudrait-il faire pour obtenir une diode monomode ?
 5. Un inconvénient majeur des diodes laser est le caractère fortement divergent du faisceau. Proposer une explication à ce cette divergence et estimer un ordre de grandeur de la divergence θ du faisceau.

★★★★★FIN DE L'ÉNONCÉ★★★★★