



DEVOIR SURVEILLÉ 1 – PHYSIQUE-CHIMIE

D.Malka – MPSI 2017-2018 – Lycée Saint-Exupéry

23.09.2017

Durée de l'épreuve : 2h00

L'usage de la calculatrice est autorisé.

L'énoncé de ce devoir comporte 3 pages.

- Si, au cours de l'épreuve, vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez le sur votre copie et poursuivez votre composition en expliquant les raisons des initiatives que vous êtes amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler des commentaires. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.
- La numérotation des exercices doit être respectée. Les résultats doivent être systématiquement encadrés.
- Les pages doivent être numérotées de la façon suivante : n°page courante/nombre total de pages.

Problème 1 – Vibrations de la surface du Soleil

La surface d'une étoile est animée d'un mouvement de vibration qui renseigne sur sa composition. La fréquence de vibration d'une étoile dépend de plusieurs paramètres. La cohésion d'une étoile étant assurée par les forces de gravitation, on s'attend à devoir faire intervenir :

- $R \simeq 700\,000$ km, le rayon du soleil ;
- $\rho \simeq 1400$ kg/m³, sa masse volumique ;
- $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N.m².kg⁻², la constante de gravitation universelle.

1. Donner les dimensions fondamentales de R , ρ et G .
2. Déterminer a , b et c dans l'expression de la fréquence de vibration $f = kR^a\rho^bG^c$ (la constante k est sans dimension k).
3. Dans le cas du soleil, en prenant $k = 10$, donner la valeur de cette fréquence.
4. En déduire la valeur de la période correspondante dans l'unité la plus appropriée.

Problème 2 – Modèle de Thomson de l'atome d'hydrogène

Ce problème propose d'étudier le modèle de Thomson. Dès la fin du XIX^e siècle, des expériences ont mis en évidence la notion d'atome contenant une charge positive ainsi qu'une charge négative, celle-ci identifiée comme étant constituée d'électrons de charge $-e$ et de masse m .

Les valeurs numériques demandées seront calculées avec les données suivantes :

- $4\pi\epsilon_0 = \frac{1}{9 \cdot 10^9}$ F · m⁻¹,
- masse de l'électron : $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg,
- charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C,
- célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \times 10^8$ m · s⁻¹,
- constante réduite de Planck : $\hbar = 1,06 \times 10^{-34}$ J · s.

En 1904, le physicien anglais Sir Joseph John Thomson (1856-1940) propose le modèle suivant pour l'atome d'hydrogène (fig.1) :

- Il est constitué d'une sphère de centre O et de rayon a .
- La charge positive de l'atome est répartie uniformément dans le volume intérieur de cette sphère.
- La sphère est supposée fixe dans un référentiel galiléen propre à l'étude, auquel on associe le repère orthonormé direct $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

- L'électron se déplace librement à l'intérieur de la sphère ; on repère par M sa position, on note $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ son vecteur position, $r = OM$ la distance noyau-électron et \vec{u}_r les vecteur unitaire dirigé suivant \overrightarrow{OM} .
- On néglige l'interaction gravitationnelle devant l'interaction électromagnétique.
- **L'électron ne subit pas le poids.**

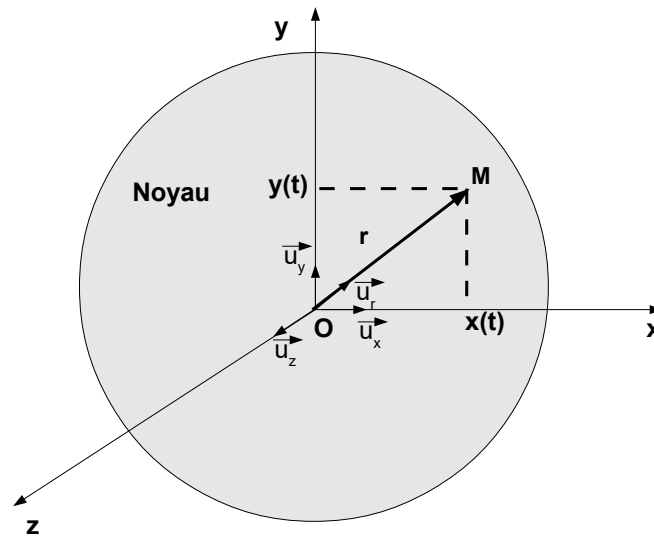


FIGURE 1 – Modèle de Thomson de l'atome

1. La force électrique exercée par le noyau d'hydrogène sur son électron s'écrit :

$$\vec{F}_e = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a^3} r \vec{u}_r$$

Montrer que la force électrique est analogue à la force de rappel d'un ressort dont on exprimera la raideur k et la longueur à vide l_0 en fonction des données.

2. On ne s'intéresse, dans cette partie, qu'au mouvement de l'électron selon Ox ce qui revient à substituer dans les expressions précédentes r par $x(t)$ et \vec{u}_r par \vec{u}_x .
 - 2.1 En négligeant toute force de dissipative (« frottements »), déterminer l'équation différentielle (1) vérifiée par $x(t)$.
 - 2.2 Réécrire l'équation (1) en faisant apparaître $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m_e}}$. Quelle est la dimension de ω_0 ? Justifier.
 - 2.3 Proposer une expression générale pour $x(t)$.
 - 2.4 En supposant que $x(t=0) = x_0$ et $\dot{x}(t=0) = 0$, déterminer complètement $x(t)$.
 - 2.5 Représenter graphiquement $x(t)$ et commenter le mouvement suivant Ox .
3. En fait, on peut montrer que le mouvement de l'électron a lieu dans le plan Oxy et que sa coordonnée $y(t)$ vérifie la même équation que $x(t)$.
 - 3.1 Déterminer $y(t)$ pour $y(t=0) = 0$ et $\dot{y}(t=0) = v_0$.
 - 3.2 Les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ conduisent à la trajectoire représenté fig.2. Commenter. Quel point commun et quelle différence y-a-t-il avec la trajectoire de la Terre autour du Soleil ?
4. Des mesures spectroscopiques montrent que l'atome d'hydrogène absorbe et émet des rayonnements dans le domaine visible.
 - 4.1 Déterminer la pulsation ω correspondant à la raie H_α de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 656,2 \text{ nm}$.
 - 4.2 En supposant que ω_0 est du même ordre de grandeur que ω , déterminer la valeur numérique en nanomètre du rayon a de l'atome d'hydrogène dans le cadre du modèle de Thomson.
 - 4.3 Comparer à la valeur prédite par la théorie quantique : $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}$. Commenter.
 - 4.4 Comparer à la taille du noyau mesurée par Rutherford : $r_p \approx 10^{-15} \text{ pm}$. Commenter.

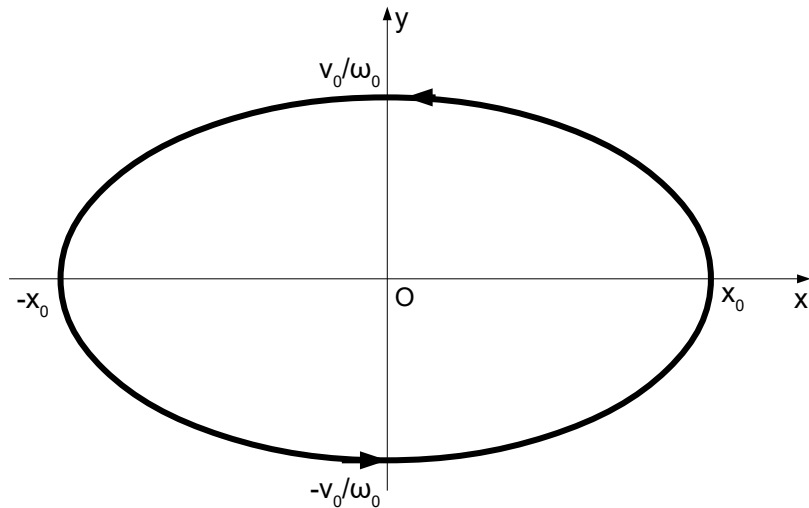


FIGURE 2 – Trajectoire de l'électron

5. Instabilité de l'atome de Thomson.

- 5.1 Exprimer l'énergie potentielle élastique de l'électron dans le cas du mouvement dans le plan Oxy .
- 5.2 Montrer que, dans l'hypothèse d'absence de phénomène dissipatif, l'énergie mécanique de l'électron demeure constante au cours du temps.
- 5.3 En fait, l'électron rayonne de l'énergie électromagnétique au cours du mouvement. En vertu de quel principe peut affirmer alors que son énergie mécanique diminue au cours du temps?
- 5.4 On montre qu'en particulier l'énergie potentielle élastique diminue. Qu'arrive-t-il à l'atome tel que modélisé par Thomson au bout d'un certain temps? *Le modèle de Rutherford, successeur du modèle de Thomson présente la même limite.*

★★★★★FIN DE L'ÉNONCÉ★★★★★