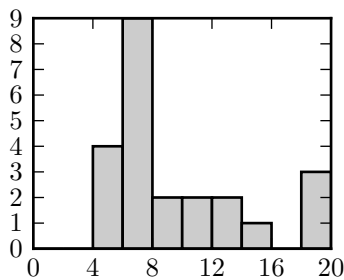


# Optique

## Bilan du devoir

### Notes



- ▷ Barème brut sur 90,5, transformé en note sur 20 par proportionnalité.
- ▷ Moyenne de la classe : 15/90, arbitrairement (et généreusement) choisie à 10/20. Le devoir est plutôt raté.
- ▷ Les notes sont très étalées, comprises entre 4,5/20 et ... 23/20 (35/90), sans que la copie ne soit exempte d'erreur pour autant. Trois copies se détachent très nettement en tête de classe, onze copies ont des notes comprises dans un intervalle assez serré entre 6,5 et 9.

### Commentaires principaux

- ▷ Tout le monde ou presque a fait un effort d'apprentissage au moins des formules du cours, mais la majeure partie de la classe n'est pas (encore) capable de les utiliser à bon escient dans un énoncé.
- ▷ Plus gênant, vous êtes beaucoup trop nombreux à ne pas savoir refaire les exercices de cours dès que les notations diffèrent un tout petit peu (questions 6, 20, 21, 22). Tout le monde doit passer ce cap le plus rapidement possible. Cela passe par plus d'entraînement et de pratique à la maison ... Les questions qui devraient être faisables par toute la classe (1 à 3, 4 à 7, 9, 10, 11, 18, 19, 20 à 24, 26, 28, 29, 31, 32) rapportent 55 points ! Comparez à la moyenne de classe :(
- ▷ La gestion du temps et du sujet est catastrophique chez beaucoup, et explique en partie certaines notes décevantes. Plutôt que de perdre du temps dans les questions plus difficiles de la partie II, vous auriez dû constater que beaucoup de questions de la partie III étaient plus simples et aller y chercher des points.
- ▷ Vous avez une grande tendance à l'arnaque, et à affirmer des résultats que vous ne comprenez pas. Le bluff ne rapportant aucun point, perdez vite, très vite, cette habitude ! Ce faisant, vous décrédibilisez votre travail. **Une réponse non justifiée ne rapporte pas de point.**
- ▷ « Établir » est synonyme de démontrer.

### Erreurs trop courantes à éviter

- 6 - C'est une question de cours, et pourtant le bilan est calamiteux. Une démonstration est attendue.
- 8 - Énormément d'arnaque dans cette question, faute de poser un raisonnement en deux étapes, d'abord une condition sur  $\theta'$  pour en déduire celle sur  $\theta$ . Certains escrocs sont allés jusqu'à écrire les lois de Descartes avec des cosinus ... sans bien sûr savoir pourquoi.
- 10 - Que d'erreurs sur cette question ! Le trajet incliné étant plus long, cela doit se voir dans le résultat en  $1/\cos\theta_c$  !!
- 11 - Attention, dans la gaine la lumière se propage à  $c/n_1$  mais pas à  $c$ .
- 13 - Beaucoup d'entre vous affirment que  $T = 1/\Delta t_m$ , mais personne n'est en mesure d'expliquer pourquoi. **Une réponse non justifiée ne rapporte pas de point.**
- 18 - La réponse étant donnée, il n'était pas trop dur d'y arriver, mais beaucoup de justifications sont loin d'être convaincantes.
- 20 - Même remarque qu'à la question 6. Une démonstration est attendue.
- 21 - Application directe du cours ... La justification du signe de  $f'$  est rarement faite rigoureusement.
- 28 - Personne ne mentionne le stigmatisme !

## I - Questions de cours

❖ *Barème : 6,5 pts au total*

1 Énergie totale arrivant sur l'écran :

$$E = P \times \Delta t = 1 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Énergie d'un photon du faisceau laser : un photon a une fréquence  $\nu = c/\lambda = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  donc une énergie  $\varepsilon = h\nu = 3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

Nombre de photons contenus dans le faisceau :

$$E = N\varepsilon \quad \text{donc} \quad N = \frac{E}{\varepsilon} \sim 10^{14}.$$

❖ *Barème : 2 pts : 0.5 par calcul.*

2 Un système optique est dit stigmatique si l'image qu'il donne d'un objet ponctuel est ponctuelle également. Il est dit aplanétique si tous les points objet d'un plan de front (plan perpendiculaire à l'axe optique) ont leur image dans un même plan de front.

Pour être approximativement stigmatique et aplanétique, un système optique doit être utilisé **dans les conditions de Gauss** : tous les rayons entrant dans le système doivent être paraxiaux, c'est-à-dire proches de l'axe optique et peu inclinés.

❖ *Barème : 2 pts : 0.5 par définition*

3 Voir figure 11.

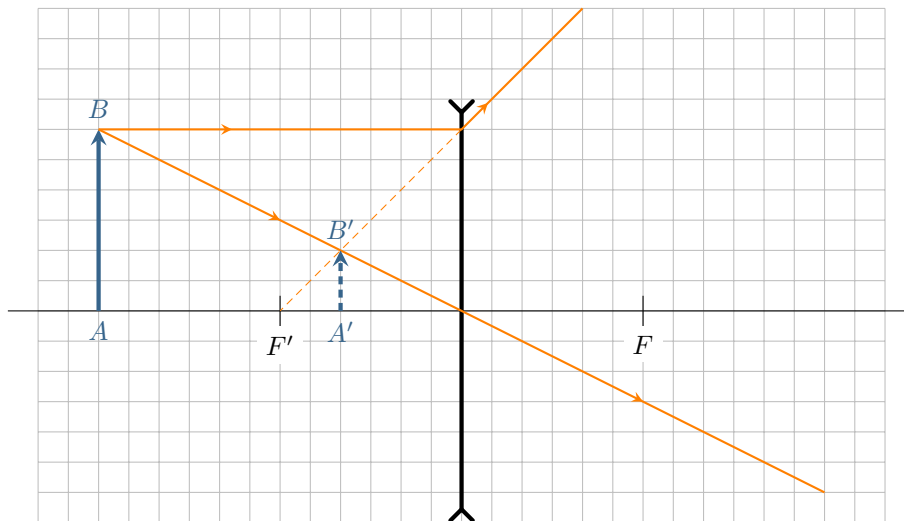


Figure 11 – Construction d'image par une lentille divergente.

❖ *Barème : 2.5 pts : 0.5 pt pour le rayon passant par O, 1 pour celui passant par F' ou F, 0.5 pt pour l'image, 0.5 pt pour le soin et les conventions (rayons fléchés, pointillés).*

## II - Fibre optique

[adapté banque PT 2013]

❖ *Barème : 39 pts au total*

### II.A - Lois de Descartes

4 La lumière peut être considérée comme formée de rayons indépendants **lorsque les phénomènes de diffraction (et d'interférences) sont négligeables**, soit en pratique lorsque la taille des ouvertures par lesquelles passe la lumière est **très supérieure à sa longueur d'onde**.

❖ *Barème : 2 pts*

5  
 ▷ Les rayons incident, réfléchi et réfracté (lorsqu'il existe) appartiennent au même plan, appelé plan d'incidence.

- ▷ Le rayon incident et le rayon réfléchi sont situés de part et d'autre de la normale et forment des angles par rapport à cette normale tels que  $i'_1 = i_1$ .
- ▷ Lorsqu'il existe, le rayon réfracté et le rayon incident sont situés de part et d'autre de la normale et forment des angles par rapport à cette normale tels que  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$ .

❖ **Barème : 3 pts**

Attention, l'énoncé précise que les angles sont non-orientés ... donc normalement pas de signe - à mettre. Ceci dit, je trouve cela plus prudent de le garder. Les deux réponses sont comptées justes.

- 6 Il y a réflexion totale lorsque le rayon réfracté n'existe plus : toute l'énergie lumineuse est réfléchie dans le milieu (1). Ce phénomène a lieu lorsque **le milieu (1) est plus réfringent que le milieu (2) ( $n_1 > n_2$ )** et que l'angle d'incidence  $i_1$  est supérieur à un angle limite  $i_{1,\text{lim}}$ . Cet angle  $i_{1,\text{lim}}$  est tel que  $i_2 = \pi/2$ , d'où

$$n_1 \sin i_{1,\text{lim}} = n_2 \sin \frac{\pi}{2} = n_2 \quad \text{d'où} \quad \sin i_{1,\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{soit} \quad \boxed{i_{1,\text{lim}} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}}$$

❖ **Barème : 4 pts : 1 pt pour la définition, 1 pt pour les indices, 2 pts pour la démo de l'angle limite.**

## II.B - Principe physique de fonctionnement

- 7 Pour qu'il puisse y avoir réflexion totale à l'interface cœur  $\rightarrow$  gaine, il faut que la gaine soit moins réfringente que le cœur, c'est-à-dire

$$\boxed{n_2 < n_1}$$

❖ **Barème : 1 pt**

- 8 La gaine étant moins réfringente que le cœur de la fibre optique, une réflexion totale peut avoir lieu à l'interface cœur-gaine à condition que l'angle d'incidence  $\theta'$  vérifie la condition établie question 6

$$\sin \theta' > \sin \theta'_c = \frac{n_2}{n_1}$$

Géométriquement, la somme des angles dans le triangle défini par la normale au premier point d'incidence, l'axe  $z$ , et le premier rayon à l'intérieur de la fibre donne  $\theta + \theta' + \pi/2 = \pi$ , d'où  $\theta' = \pi/2 - \theta$ . Ainsi,

$$\sin \theta' = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \cos \theta$$

ce qui donne comme condition de réflexion totale

$$\cos \theta > \cos \theta_c = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{soit} \quad \boxed{\theta < \arccos \frac{n_2}{n_1} = \theta_c}$$

Évitez d'écrire les angles en degré, mais utilisez systématiquement des radians.

La fonction  $x \mapsto \arccos x$  est une fonction décroissante, donc le sens de l'égalité change. Pour retrouver le signe correct ou vérifier vos calculs, vous pouvez (devez) constater à partir de la figure que  $\theta$  diminue lorsque  $i$  augmente.

❖ **Barème : 4 pts : 1 pt pour  $\theta'$ , 2 pts pour le passage à  $\cos \theta$ , 1 pt pour le résultat.**

- 9 Une courbure de la fibre a pour effet de diminuer l'angle d'incidence à l'interface cœur  $\rightarrow$  gaine, qui peut alors devenir plus petit que  $\theta'_{\text{lim}}$ . **Il n'y a alors plus de réflexion totale, et donc une fuite de lumière hors de la fibre.**

❖ **Barème : 1 pt**

## II.C - Dispersion intermodale

- 10 D'après le schéma figure 12, lorsqu'un rayon incliné de  $\theta_c$  avance de la distance  $BC$  le long de la fibre, il parcourt en fait la distance  $AC = BC / \cos \theta_c$ . La même démonstration se généralise à chaque réflexion. On en déduit que lorsqu'un rayon incliné de  $\theta_c$  se propage dans une fibre de longueur  $L$  il parcourt la distance

$$L' = \frac{L}{\cos \theta_c} \quad \text{soit} \quad \boxed{L' = \frac{n_1}{n_2} L}$$

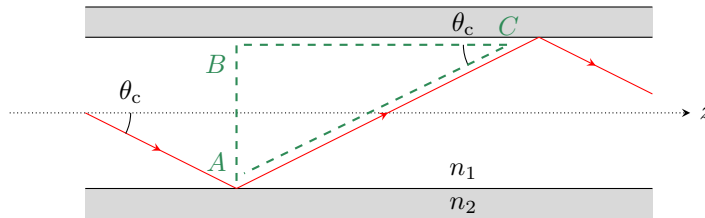


Figure 12 – Schéma en coupe du plan méridien d'une fibre optique.

❖ **Barème** : 3 pts : 2 pts pour l'expression avec  $\theta_c$ , 1 pt pour celle avec les indices.

11 Les rayons se propagent dans le cœur de la fibre optique à la célérité  $c/n_1$ . Ainsi,

$$\Delta t_m = \frac{n_1 L'}{c} - \frac{n_1 L}{c} = \frac{n_1^2 L}{n_2 c} - \frac{n_1 L}{c}$$

En factorisant, on en déduit

$$\Delta t_m = \frac{n_1 L}{c} \left( \frac{n_1}{n_2} - 1 \right)$$

❖ **Barème** : 2 pts

12 Une impulsion de lumière envoyée à l'entrée de la fibre se propage *simultanément* le long de tous les rayons ayant des angles  $0 \leq \theta \leq \theta_c$ . Comme ces rayons ne mettent pas la même durée pour parcourir la fibre, un premier effet de la dispersion de mode est d'étaler les impulsions. Si une impulsion est ultra-courte en entrée (comprendre « de durée négligeable »), alors elle dure un temps  $\Delta t_m$  en sortie. Si  $\Delta t_m < T$  les impulsions sont élargies, mais toujours séparées. Si  $\Delta t_m > T$ , les impulsions se recouvrent et ne sont plus distinguables. De plus, la montée des impulsions est rendue plus progressive : au début du front montant de l'impulsion, moins de rayons contribuent au signal de sortie qu'à la fin. Le signal de sortie est représenté figure 13.

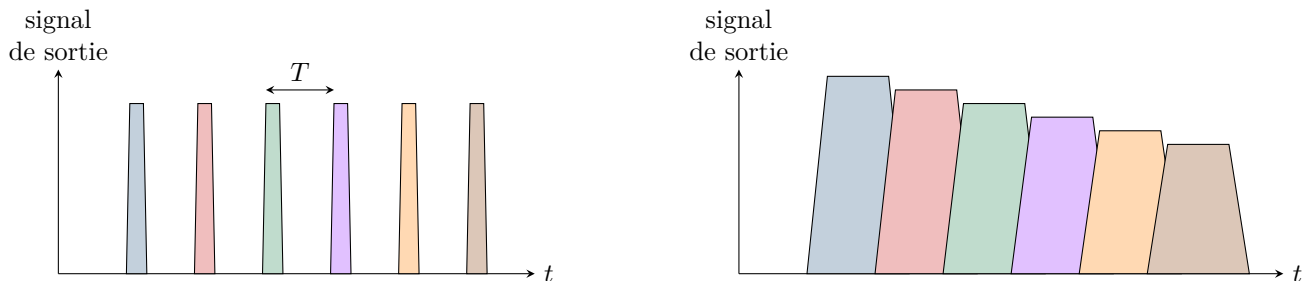


Figure 13 – Signal en sortie de la fibre optique. Gauche : cas  $\Delta t_m < T$ . Droite : cas  $\Delta t_m > T$ , les impulsions ont été représentées d'amplitude différente pour bien montrer le recouvrement, mais ce n'est qu'une « astuce » pour mieux le visualiser.

❖ **Barème** : 5 pts : 2 pts pour l'étalement, 2 pts pour l'éventuel recouvrement, 1 pt pour le temps de montée

13 Pour que deux impulsions soient distinguables à la sortie de la fibre optique, il faut que la période d'émission (égale à la durée qui les sépare) soit telle que  $T > \Delta t_m$ . Ainsi, la fréquence maximale acceptable  $BP_m$  est

$$BP_m = \frac{1}{\Delta t_m} \quad \text{soit} \quad BP_m = \frac{c}{L} \frac{n_2}{n_1(n_1 - n_2)}$$

❖ **Barème** : 1 pt

14 Pour le calcul numérique, il est suffisant d'approximer

$$\frac{n_2}{n_1(n_1 - n_2)} \simeq \frac{1}{n_1 - n_2}$$

ce qui donne  $BP_m = 1 \text{ GHz}$  pour  $L = 10 \text{ m}$  et  $BP_m = 10 \text{ MHz}$  pour  $L = 1 \text{ km}$ . La diminution de débit avec la distance est très importante, ce qui pose problème pour fournir un accès internet haut-débit.

❖ *Barème : 2 pts : 1 pt par valeur*

**15** Une solution possible est d'utiliser des répéteurs, régulièrement répartis le long de la fibre, qui reçoivent le signal avant que les impulsions ne se soient recouvertes, le traitent, et rémettent des impulsions de durée aussi courte que possible en reproduisant le code binaire du signal initial. En pratique cette solution n'est pas viable : d'après le calcul précédent, il faudrait placer un répéteur tous les dix mètres ! Il faut utiliser pour cela des fibres particulières où un unique rayon peut se propager, celui avançant le long de l'axe. Une telle fibre est dite monomode.

*L'existence de fibres monomodes ne peut pas se comprendre à partir du modèle géométrique proposé ici, mais à partir d'un modèle électromagnétique qui fait l'objet d'une autre partie du sujet : je n'attends donc évidemment pas que vous en parliez !*

*Les répéteurs sont utilisés malgré tout, mais pour compenser les pertes de puissance par absorption, qui se font sur des distances bien supérieures.*

❖ *Barème : 1 pt*

**16** Pour qu'un rayon se propageant dans une fibre à gradient d'indice puisse être guidé le long de l'axe, il faut qu'il y soit ramené lorsqu'il s'en éloigne. Il faut donc que  $n_1$  soit une fonction décroissante de  $r$  : l'indice est maximal au centre et minimal sur les bords. Comme le milieu est d'indice variable, le rayon ne se propage plus en ligne droite mais suit une trajectoire courbe (exactement comme pour un mirage), représentée figure 14.

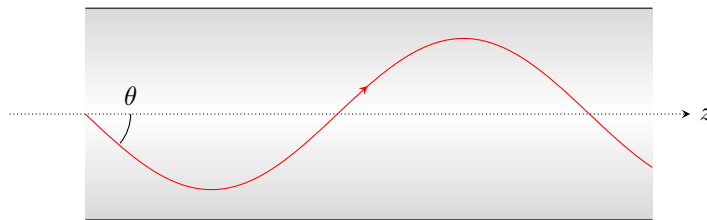


Figure 14 – Propagation dans une fibre à gradient d'indice.

❖ *Barème : 3 pts : 1 pt pour le sens du gradient, 2 pts pour la trajectoire.*

## II.D - Ouverture numérique

**17** Lorsque  $i = i_{\max}$ , alors par définition l'angle de réfraction dans la fibre est égal à  $\theta_c$ . D'après la loi de la réfraction, on a donc

$$1 \times \sin i_{\max} = n_1 \sin \theta_c \quad \text{soit} \quad ON = n_1 \sin \theta_c.$$

Ainsi,

$$ON^2 = n_1^2 \sin^2 \theta_c = n_1^2 [1 - \cos^2 \theta_c]$$

et en remplaçant  $\theta_c$  par l'expression trouvée question 8

$$ON^2 = n_1^2 \left[ 1 - \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \right] = n_1^2 - n_2^2$$

ce qui donne directement

$$ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}.$$

❖ *Barème : 4 pts : 2 pts pour l'expression avec  $\cos \theta_c$ , 2 pts pour le résultat.*

**18** Si  $n_1 = n_2 + \delta n$ , alors

$$n_1^2 = n_2^2 + 2n_2\delta n + \delta n^2$$

Ainsi,

$$ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} = \sqrt{2n_2\delta n + \delta n^2}$$

Compte tenu des valeurs numériques données à la question suivante,  $2n_2 \sim 3 \gg \delta n \sim 3 \cdot 10^{-2}$ . Le terme  $\delta n^2$  est donc négligeable devant  $2n_2\delta n$ . On en déduit

$$ON \simeq \sqrt{2n_2 \delta n}.$$

❖ **Barème** : 2 pts : 0.5 pt pour l'idée, 1 pt pour le terme négligeable et la justification, 0.5 pt pour le résultat. Attention, erreur dans les copies : question notée sur 4 puis divisée par 2 ensuite. Désolé.

19 Pour ces valeurs d'indice,  $\delta n = 0,03$ , d'où  $ON = 0,3$ .

❖ **Barème** : 1 pt

### III - Dimensionnement des caméras de péage urbain

[e3a MP 2012]

❖ **Barème** : 46 pts au total

#### III.A - Dimensionnement des caméras

20 D'après la relation de conjugaison de Descartes,

$$\frac{1}{\overline{OC}} - \frac{1}{\overline{OP}} = \frac{1}{f'}$$

Comme  $\overline{OC} = PC - PO = PC - L$  et  $\overline{OP} = -L$ , alors

$$\frac{1}{PC - L} + \frac{1}{L} = \frac{1}{f'}$$

En multipliant l'ensemble par  $(PC - L)Lf'$ , on obtient

$$Lf' + (PC - L)f' = (PC - L)L$$

ce qui donne une équation polynômiale du second degré en  $L$ ,

$$L^2 - PC \times L + PC \times f' = 0.$$

$L$  est une distance et doit donc être réelle positive. Cela n'est compatible que si le discriminant de l'équation est positif, c'est-à-dire

$$PC^2 - 4PCf' \geq 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{PC \geq 4f'}$$

❖ **Barème** : 3 pts : 1 pt pour le passage aux notations, 1 pour le polynôme, 1 pour la résolution.

21 D'après la relation de conjugaison de Descartes,

$$\frac{1}{\overline{OC}} + \frac{1}{L} = \frac{1}{f'} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{\overline{OC}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{L}$$

et on trouve finalement

$$\boxed{\overline{OC} = \frac{f' L}{L - f'}}$$

Comme  $L > f'$  et que  $\overline{OC}$  doit être positif (l'image doit être réelle) alors cela impose d'avoir  $f' > 0$ , c'est-à-dire que **la lentille doit forcément être convergente**. Le tableau indique que  $L$  est de l'ordre de 10 m et  $f'$  de l'ordre de 10 mm : on peut donc faire l'approximation  $L - f' \simeq L$ , ce qui conduit à

$$\overline{OC} \simeq \frac{f' L}{L} \quad \text{soit} \quad \boxed{\overline{OC} \simeq f'}$$

Finalement, on trouve que l'image se forme pratiquement dans le plan focal image de la lentille d'objectif, autrement dit **tout se passe presque comme si la plaque d'immatriculation était située à l'infini par rapport à la caméra**, ce qui est bien cohérent avec les valeurs de  $L$ .

❖ **Barème** : 3 pts : 1 pt pour le calcul, 1 pt pour la simplification et le commentaire, 1 pt pour justifier que la lentille est convergente

22 D'après la relation de grandissement avec origine au foyer,

$$\gamma = \frac{f'}{\overline{FP}} \quad \text{soit} \quad \boxed{\gamma = \frac{f'}{-(L - f')} \simeq -\frac{f'}{L}}$$

D'après le tableau, le grandissement est à peu près le même quel que soit le modèle de caméra. Cela permet d'avoir toujours une image de même taille, et donc **d'utiliser le même capteur et le même algorithme de lecture quelle que soit la caméra.**

❖ *Barème : 3 pts : 1.5 pt pour le calcul, 0.5 pour la simplification et 1 pour le commentaire*

**23** Les dimensions  $d$  du capteur CCD donnent la taille maximale de l'image. En « inversant » la relation de grandissement, on en déduit la taille maximale  $D$  de l'objet dont l'image peut être observée sur le capteur,

$$|\gamma| = \frac{d}{D} \quad \text{soit} \quad D = \frac{d}{|\gamma|}$$

Numériquement, la zone filmée mesure environ  $2,5 \text{ m} \times 2,0 \text{ m}$ . Cela correspond en ordre de grandeur à la largeur d'une voie de circulation : il faut donc installer **une caméra par voie de circulation**, une seule caméra ne suffit pas pour les routes à plusieurs voies.

❖ *Barème : 2 pts : 1.5 pour le calcul, 0.5 pour le commentaire*

**24** L'énoncé indique qu'un caractère de la plaque d'immatriculation a une largeur de 50 mm. D'après la relation de grandissement, son image sur le capteur CCD mesure

$$2 \cdot 10^{-3} \times 50 = 100 \mu\text{m}.$$

Comme un pixel du capteur mesure  $7 \mu\text{m}$ , cette largeur sur le capteur correspond à environ 14 pixels. Sachant que l'épaisseur du trait sur la plaque est de l'ordre du tiers de la largeur (disons 2 cm), on en déduit que l'image est très pixellisée. **L'algorithme de lecture doit être très performant, et le système a été optimisé pour être en limite de résolution.** C'est évidemment cohérent avec l'objectif de moindre coût : un capteur avec plus de pixels coûte plus cher.

❖ *Barème : 2 pts : 1 pour le calcul, 1 pour le commentaire*

**25** Si le grossissement est augmenté, la taille d'un caractère sur le capteur CCD augmente également, et il est donc plus facile à lire. En contrepartie, le champ visuel de la caméra diminue, si bien que cela pourrait nécessiter d'installer plusieurs caméras pour une même voie. Un compromis a donc dû être choisi **entre champ visuel et taille de l'image sur le capteur.**

❖ *Barème : 1 pt*

**26** Les images prises dans le domaine visible risqueraient d'être peu exploitables de nuit lorsque les phares sont allumés : la caméra serait alors éblouie. Un flash est envisageable du point de vue optique, mais serait très gênant pour les conducteurs. L'utilisation de l'infrarouge permet de remédier à ce problème : d'une part les phares émettent moins dans le domaine IR que dans le domaine visible, et d'autre part le flash fourni par les DEL de la caméra ne gêne pas le conducteur tout en éclairant la plaque.

❖ *Barème : 1 point*

**27** L'ouverture angulaire de la tâche de diffraction d'une onde de longueur d'onde  $\lambda$  par un diaphragme de taille  $D$  est de l'ordre de  $\lambda/D$ . Comme le capteur CCD est placé à une distance (environ) égale à  $f'$  de la lentille qui est à l'origine de la diffraction, alors la tâche de diffraction a sur le capteur une taille de l'ordre de

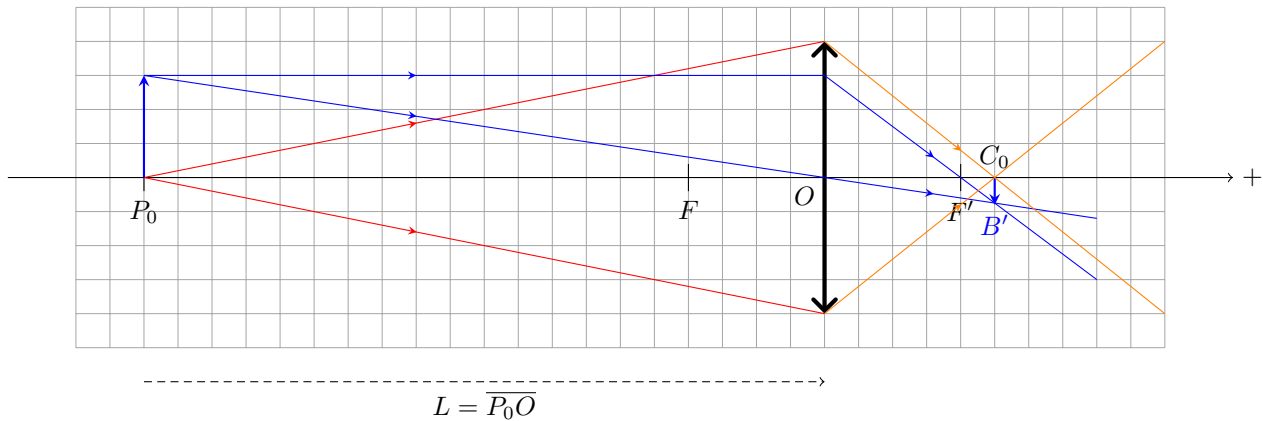
$$\ell_{\text{diff}} \simeq \frac{\lambda f'}{D}.$$

Dans le cas le plus pessimiste,  $\lambda \simeq 1 \mu\text{m}$  et  $f' = 35 \text{ mm}$ , ce qui donne  $\ell_{\text{diff}} = 3,5 \mu\text{m}$  et correspond à un demi pixel. La diffraction n'est donc pas limitante pour le pouvoir de résolution de la caméra, mais on est à nouveau à la limite. Cela se justifie encore par des considérations de coût : une lentille de petit diamètre est moins chère à fabriquer qu'une lentille de grand diamètre !

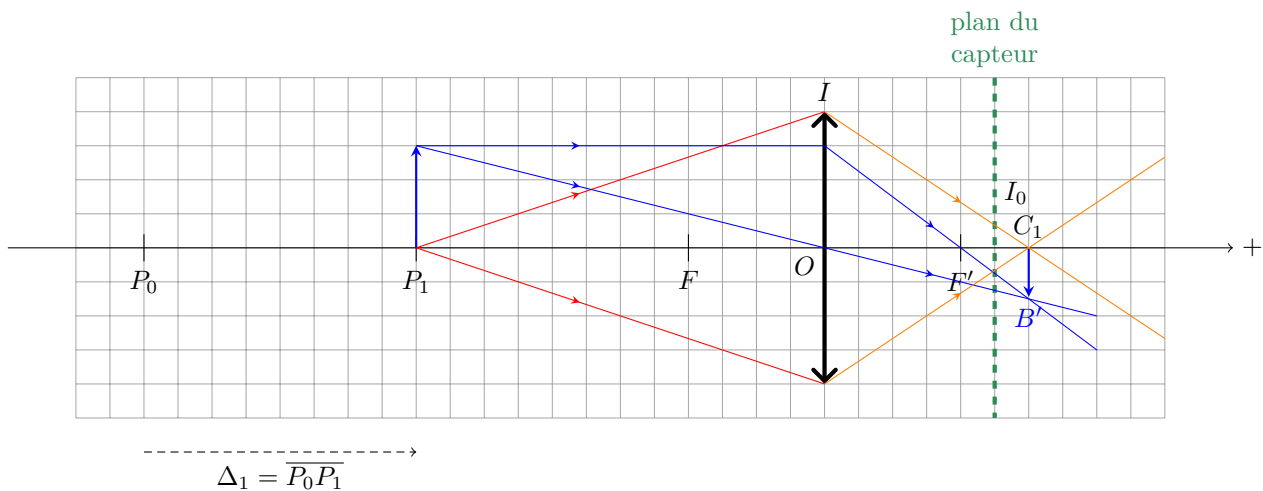
❖ *Barème : 3 pts : 1 pt pour la formule, 1 pour le calcul, 1 pour le commentaire*

### III.B - Profondeur de champ

**28** Voir figure 15. Pour construire l'image de  $P_0$  par la lentille, on considère un objet  $P_0B$  placé dans un plan de front. On construit l'image  $B'$  de  $B$  par la lentille avec les rayons particuliers habituels passant par  $O$  et par  $F'$ . On en déduit l'image  $C_0$  par **aplanétisme**, puis on peut compléter les rayons de l'énoncé par **stigmatisme** : ils passent tous par  $C_0$ .



**Figure 15 – Profondeur de champ, première situation.** Version couleur sur le site de la classe.



**Figure 16 – Profondeur de champ, deuxième situation.** Version couleur sur le site de la classe.

❖ **Barème** : 4 en tout : 1 pour la méthode, 1 pour l'image B', 0.5 pour C<sub>0</sub>, 0.5 pour le soin et les conventions, 1 pour la justification (les mots aplanétisme et stigmatisme doivent apparaître)

**29** On procède de même pour construire la figure 16.

❖ **Barème** : 3 en tout : 1 pour la méthode, 1 pour l'image B', 0.5 pour C<sub>0</sub>, 0.5 pour le soin et les conventions

**30** D'après le théorème de Thalès appliqué aux triangles  $IOC_1$  et  $I_0C_0C_1$ ,

$$\frac{I_0C_0}{IO} = \frac{C_1C_0}{C_1O} \quad \text{soit} \quad \frac{d_1/2}{D/2} = \frac{d_1}{D} = \frac{C_1C_0}{C_1O}.$$

De plus, on a montré à la question 21 que

$$OC_0 = \frac{f'L}{L - f'}$$

d'où on déduit

$$OC_1 = \frac{f'(L - \Delta_1)}{L - \Delta_1 - f'}$$

et ainsi

$$C_0C_1 = \frac{f'(L - \Delta_1)}{L - \Delta_1 - f'} - \frac{f'L}{L - f'} = \frac{f'(L - \Delta_1)(L - f') - f'L(L - \Delta_1 - f')}{(L - \Delta_1 - f')(L - f')}$$



En utilisant ce résultat dans le théorème de Thalès, on trouve

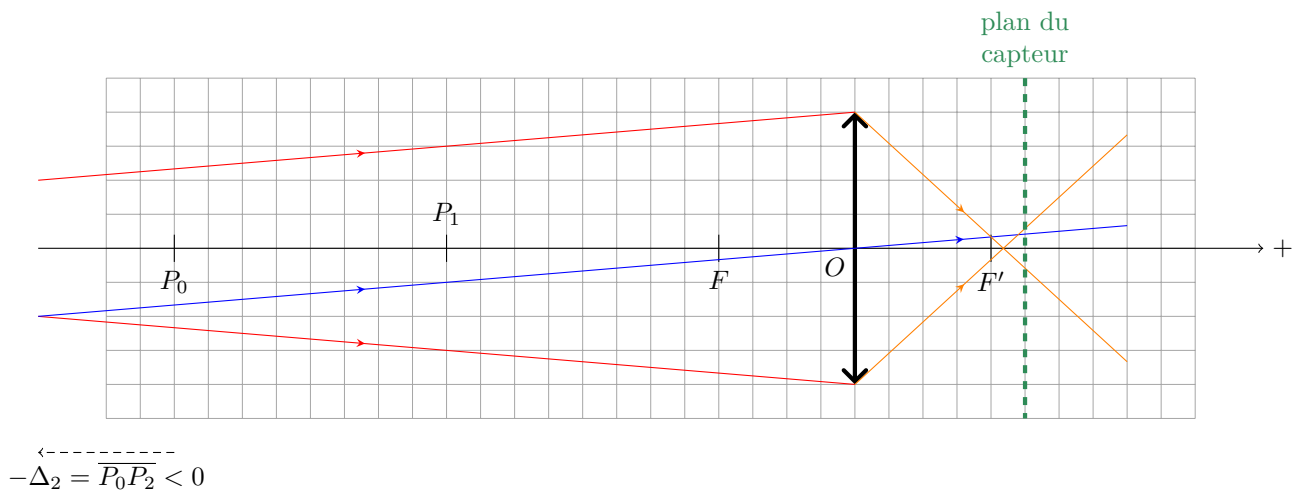
$$\begin{aligned} \frac{d_1}{D} &= \frac{f'(L - \Delta_1)(L - f') - f'L(L - \Delta_1 - f')}{(L - \Delta_1 - f')(L - f')} \times \frac{L - \Delta_1 - f'}{f'(L - \Delta_1)} \\ &= \frac{f'(L - \Delta_1)(L - f') - f'L(L - \Delta_1 - f')}{(L - f') \times f'(L - \Delta_1)} \\ &= \frac{(L - \Delta_1)(L - f') - L(L - \Delta_1 - f')}{(L - f')(L - \Delta_1)} \\ &= \frac{L^2 - Lf' - L\Delta_1 + f'\Delta_1 - L^2 + L\Delta_1 + Lf'}{(L - f')(L - \Delta_1)} \\ &= \frac{f'\Delta_1}{(L - f')(L - \Delta_1)} \end{aligned}$$

ce qui conduit au résultat donné,

$$d_1 = \frac{D f' \Delta_1}{(L - f')(L - \Delta_1)}.$$

❖ **Barème** : 5 pts : 1 pt pour Thalès, 4 pour le calcul

**31** Voir figure 17. Comme le point objet n'est pas dessiné sur la figure, on s'appuie sur le rayon auxiliaire parallèle à l'un des deux rayons tracés. En interprétant ces deux rayons comme provenant d'un objet fictif à l'infini, on en déduit qu'ils se coupent dans le plan focal image de la lentille. Cela permet de tracer le prolongement d'un des deux rayons extrémaux. Pour tracer le prolongement du deuxième rayon, on utilise le stigmatisme et le fait que l'objet  $P_2$  doit être situé sur l'axe optique. Son image se trouve donc sur l'axe optique et tous les rayons issus de  $P_2$  s'y croisent.



**Figure 17 – Profondeur de champ, troisième situation.** Version couleur sur le site de la classe.

❖ **Barème** : 4 pts : 1 pour la méthode, 1.5 pour les rayons, 0.5 pour le soin et les conventions, 1 pour la justification

**32** Comme précédemment, on peut négliger  $f'$  devant  $L$ , ce qui donne

$$d_1 = \frac{D f' \Delta_1}{L(L - \Delta_1)} \quad \text{et} \quad d_2 = \frac{D f' \Delta_2}{L(L + \Delta_2)}.$$

⌊ Bien sûr, on ne peut rien dire sur  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  puisqu'on n'a pour le moment aucune idée de leurs valeurs.

❖ **Barème** : 1 point

**33** Les valeurs limites sont atteintes lorsque  $d_{1,2} = a$ . On trouve donc

$$a = \frac{D f' \Delta_{1,\text{lim}}}{L(L - \Delta_{1,\text{lim}})} \quad \text{soit} \quad aL(L - \Delta_{1,\text{lim}}) = D f' \Delta_{1,\text{lim}} \quad \text{et} \quad aL^2 = \Delta_{1,\text{lim}}(f'D + aL)$$

ce qui amène finalement à

$$\Delta_{1,\text{lim}} = \frac{aL^2}{f'D + aL}.$$

De même,

$$a = \frac{D f' \Delta_{2,\text{lim}}}{L(L + \Delta_{2,\text{lim}})} \quad \text{soit} \quad aL(L + \Delta_{2,\text{lim}}) = D f' \Delta_{2,\text{lim}} \quad \text{et} \quad aL^2 = \Delta_{2,\text{lim}}(f'D - aL)$$

ce qui amène finalement à

$$\Delta_{2,\text{lim}} = \frac{aL^2}{f'D - aL}.$$

Numériquement, pour la caméra n° 3,

$$\Delta_{1,\text{lim}} = 2,5 \text{ m} \quad \text{et} \quad \Delta_{2,\text{lim}} = 5,8 \text{ m}.$$

❖ **Barème** : 6 points : 2 par calcul, 1 par AN

**34** Comme l'image est considérée nette lorsque l'objet se trouve à une distance comprise entre  $L - \Delta_{2,\text{lim}}$  et  $L + \Delta_{1,\text{lim}}$  on en déduit directement

$$\Delta = \Delta_{1,\text{lim}} + \Delta_{2,\text{lim}} = \frac{aL^2}{f'D + aL} + \frac{aL^2}{f'D - aL} = aL^2 \left( \frac{f'D - aL + f'D + aL}{(f'D + aL)(f'D - aL)} \right)$$

ce qui donne finalement

$$\Delta = \frac{2aL^2 f'D}{(f'D)^2 - (aL)^2}.$$

Compte tenu des valeurs numériques, on peut faire l'approximation  $(f'D)^2 = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2 \gg (aL)^2 = 4 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2$  et obtenir ainsi

$$\Delta \simeq \frac{2aL^2}{f'D} = 7,1 \text{ m}.$$

La façon de calculer  $\Delta$  que demande l'énoncé est un peu bizarre puisque les valeurs numériques de  $\Delta_{1,\text{lim}}$  et  $\Delta_{2,\text{lim}}$  ont déjà été déterminées précédemment ...

❖ **Barème** : 4 pts : 2 pts pour le calcul, 2 pts pour l'application numérique

**35** On remarque que la profondeur de champ est d'autant plus grande que le diamètre de la lentille est petit. En plus des aspects discutés dans la partie précédente, choisir une lentille de petit diamètre permet ainsi de compenser l'absence de mise au point de la caméra.

❖ **Barème** : 1 point