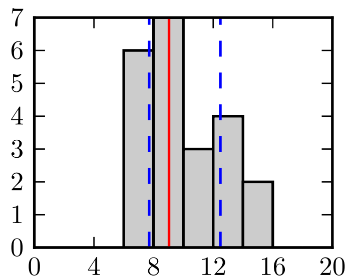
Devoir en classe n° 1 – Correction — Langevin-Wallon, PTSI 2017-2018

Signaux et ondes

Bilan du devoir

Notes



- Barème brut sur 67 points, transformé par proportionnalité en note sur 20.
- La moyenne de classe de 17/67 est abritrairement choisie à 10.
- Les notes sont comprises entre 6,7 et 15,1, et plutôt resserrées autour de la moyenne : l'écart-type n'est que 2,7, ce qui est signe d'homogénéité dans les copies. Une telle homogénéité est assez innattendue pour le premier devoir de l'année : effet du sujet pas assez classant ? d'un niveau homogène dans la classe ? Je ne sais pas.

Commentaires principaux

- Il y a eu globalement du travail et un effort d'apprentissage du cours. Malheureusement, il se limite trop souvent à des formules magiques apprises par cœur que vous n'arrivez ni à démontrer ni à réutiliser dans un cadre un peu différent du cours. Rien de bien original ni de bien inquiétant pour le mois septembre, mais il faut que vous en soyez conscients pour que ce travers disparaisse au plus vite. La stratégie qui consisterait à apprendre sans comprendre et sans savoir refaire ne pourra vous mener qu'à l'échec.
- Autant je pense que certains qui ont des mauvaises notes arriveront à redresser la barre, autant je suis inquiet, voire très inquiet, par le niveau de certains redoublants. Au vu du sujet, tous les redoublants ayant moins de 10 doivent se poser de sérieuses questions.
- À quelques exceptions près, la présentation des copies est plutôt satifaisante. Par contre, la rédaction, c'est-à-dire les explications qui accompagnent les calculs, est souvent insuffisante voir absente.
- La partie II a été beaucoup travaillée en cours mais n'est pas du tout comprise. Vous ne faites globalement pas de différence entre les représentations spatiale et temporelle d'une onde.
- La partie III montre un réel travail d'apprentissage des formules du cours. Il faut maintenant arriver à aller plus loin et à les remettre en contexte.

Erreurs trop courantes à éviter

2 - L'écriture des incertitudes avec chiffres significatifs a été revue la veille du DS ... bilan : seule la moitié de la classe le fait correctement :(

3 - Répondez précisémment à la question : les unités ne sont pas demandées, pourquoi les donner ?

10 - Attention, la grandeur acoustique couplée est la vitesse de déplacement des tranches d'air mises en mouvement par l'onde, pas la vitesse de propagation de l'onde elle-même.

12 - Question très mal comprise. Revoyez le corrigé, ce n'est pas une question anecdotique.

15 et 16 - Des démonstrations sont attendues. La situation n'est pas exactement celle de la corde de Melde, les résultats sont donc différents également.

17 - TROIS figures sont demandées.

I - Questions de cours ... ou presque

❖ ***Barème :*** *12 pts au total*

1 ▷ On appelle **valeur vraie** X_{vrai} la valeur que prendrait le mesurande si le mesurage était parfait. Elle est inconnue.
▷ On appelle **valeur mesurée** la valeur obtenue par le mesurage.
▷ On appelle **erreur de mesure** l'écart entre la valeur vraie X_{vrai} et la valeur mesurée x,

$$\varepsilon = X_{\text{vrai}} - x\,.$$

Elle est également inconnue.
▷ On appelle **incertitude de mesure** notre estimation de l'erreur de mesure. Elle est estimée, mais pas mesurée.

Voir votre cours pour le schéma !

❖ ***Barème :*** *2 pts : 0.5 par définition.*

2 La bonne écriture est $c = 349 \pm 8\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

❖ ***Barème :*** *1 pt*

3 Un signal harmonique s'écrit

$$\boxed{s(t) = S_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \varphi)\,.}$$

où S_{m} est l'**amplitude**, ω la **pulsation** et φ la **phase initiale**.

Par définition, la période T est le plus petit temps tel que $s(t+T) = s(t)$ pour tout t, soit

$$S_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \omega T + \varphi) = S_{\mathrm{m}} \cos(\omega t + \varphi)$$

d'où par périodicité du cosinus

$$\omega T = 2n\pi \qquad n \text{ entier.}$$

Comme on cherche le *plus petit* temps, alors $n = 1$, et donc

$$\omega T = 2\pi \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}\,.}$$

❖ ***Barème :*** *4 pts : 1 pour l'écriture, 1 pour les noms, 2 pour la démonstration.*

4 Le déphasage $\Delta\varphi_{2/1}$ est la différence des phases initiales,

$$\boxed{\Delta\varphi_{2/1} = \varphi_2 - \varphi_1\,.}$$

Si s_2 est en retard de phase sur s_1, alors $\Delta\varphi_{2/1} < 0$. Graphiquement, le premier signal à atteindre son maximum sur le chronogramme est en avance de phase sur l'autre. Sur la figure 1 c'est donc **s_2 qui est en avance sur s_1**.

❖ ***Barème :*** *2 pts : 1 pour la définition et le signe, 1 pour la figure si justifié.*

5 Le spectre présente des pics régulièrement espacés : il s'agit donc du spectre d'un signal périodique. C'est approximativement le cas du signal représenté, le spectre pourrait donc convenir.

Une mesure de période du signal donne $T \simeq 4{,}5\,\mathrm{ms}$, soit une fréquence $f = 220\,\mathrm{Hz}$. C'est bien la fréquence du premier (petit) pic du spectre, qui représente le fondamental. Ainsi, **le spectre peut être celui du signal** représenté.

❖ ***Barème :*** *3 pts : 2 pt pour l'identification du spectre d'un signal périodique, 1 pt pour la mesure de période et fréquence.*

II - Onde sur une corde générée par un ressort

❖ ***Barème :*** *17 pts au total*

6 D'après le chronogramme, le front de l'onde est généré à l'instant $t_{\text{fr}} = 0$. À l'instant t_1, il a donc atteint le point d'abscisse

$$x_{\text{fr}}(t_1) = c(t_1 - t_{\text{fr}}) = 1{,}50\,\mathrm{m}\,.$$

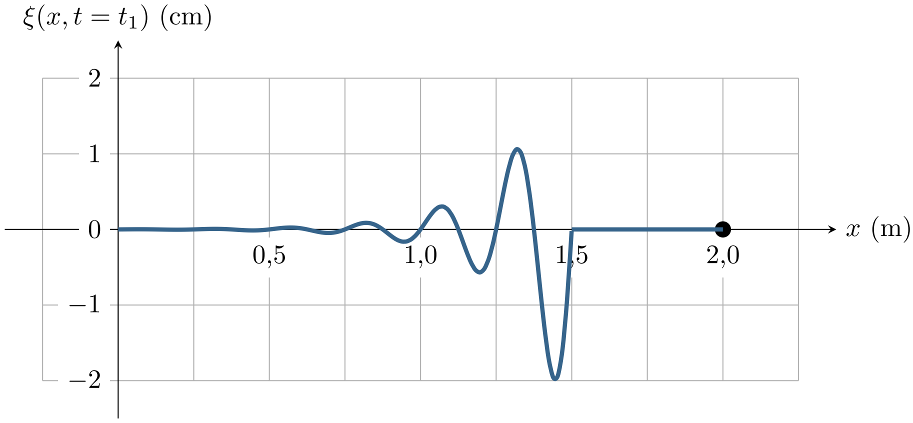


Figure 5 – **Allure de la corde à $t_1 = 3$ s.**

L'arrière de l'onde (dernière oscillation visible) est généré à l'instant $t_{\text{arr}} = 1{,}5$ s. À l'instant t_1, il a donc atteint le point d'abscisse

$$x_{\text{arr}}(t_1) = c(t_1 - t_{\text{arr}}) = 75\,\text{cm}\,.$$

Il y a entre temps trois oscillations, d'où on déduit l'allure représentée figure 5.

❖ ***Barème :*** *3 pts : 2 pts pour les abscisses du front et de l'arrière, 1 pt pour l'allure.*

$\boxed{7}$ Il faut $\tau = L/c = 4$ s pour que l'onde parcoure la corde. Le front d'onde est émis à $t = 0$ et atteint donc I à $t = \tau$. À l'instant t_2, le front de l'onde a donc été réfléchi depuis 3 s et il a parcouru 1,50 m depuis I. Il se trouve donc en

$$x_{\text{fr}}(t_2) = L - c(t_2 - \tau) = 50\,\text{cm}\,.$$

Par le même raisonnement que précédemment, l'arrière se trouve en $x_{\text{arr}}(t_2) = 1{,}25$ m. De plus, on voit l'onde réfléchie qui est opposée de l'onde incidente. On en déduit l'allure de la figure 6

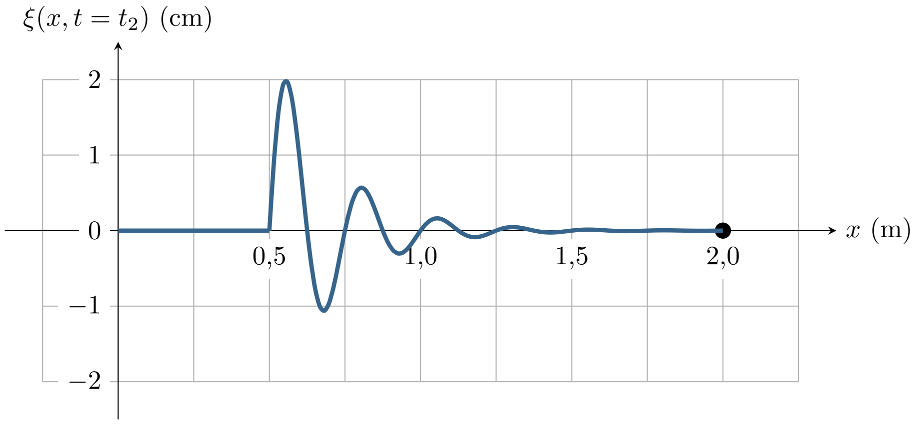


Figure 6 – **Allure de la corde à $t_2 = 7$ s.**

❖ ***Barème :*** *4 pts : 2 pts pour les abscisses du front et de l'arrière, 2 pts pour l'allure incluant le changement de signe.*

$\boxed{8}$ En passant dans le sens des x croissants, le front de l'onde arrive au point A à $t = 1$ s, l'arrière de l'onde à $t = 2{,}5$ s. En passant dans le sens des x décroissants, donc après la réflexion, le front de l'onde arrive en A au bout de 6 s et l'arrière de l'onde à 7,5 s. Comme indiquée dans l'énoncé, l'onde réfléchie est l'opposée de l'onde incidente.

❖ ***Barème :*** *4 pts : 2 pts pour les instants d'arrivée des deux ondes, 2 pts pour l'allure incluant le changement de signe.*

$\boxed{9}$ À l'instant t_3, le front de l'onde a déjà été réfléchi mais l'arrière pas encore. L'onde sur la corde est une superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. On construit donc d'abord l'onde incidente et l'onde réfléchie en « dépassant » de I puis ensuite l'onde totale en sommant, par application du principe de superposition.

❖ ***Barème :*** *6 pts : 2 pts pour l'idée, 2 pts pour les tracés des deux ondes, 2 pts pour le tracé de la superposition.*

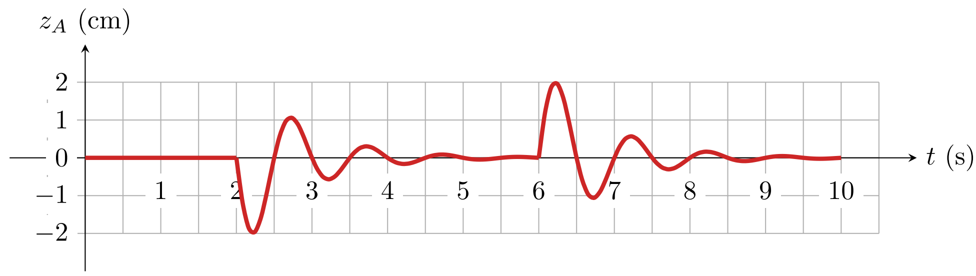


Figure 7 – Chronogramme $z_A(t)$.

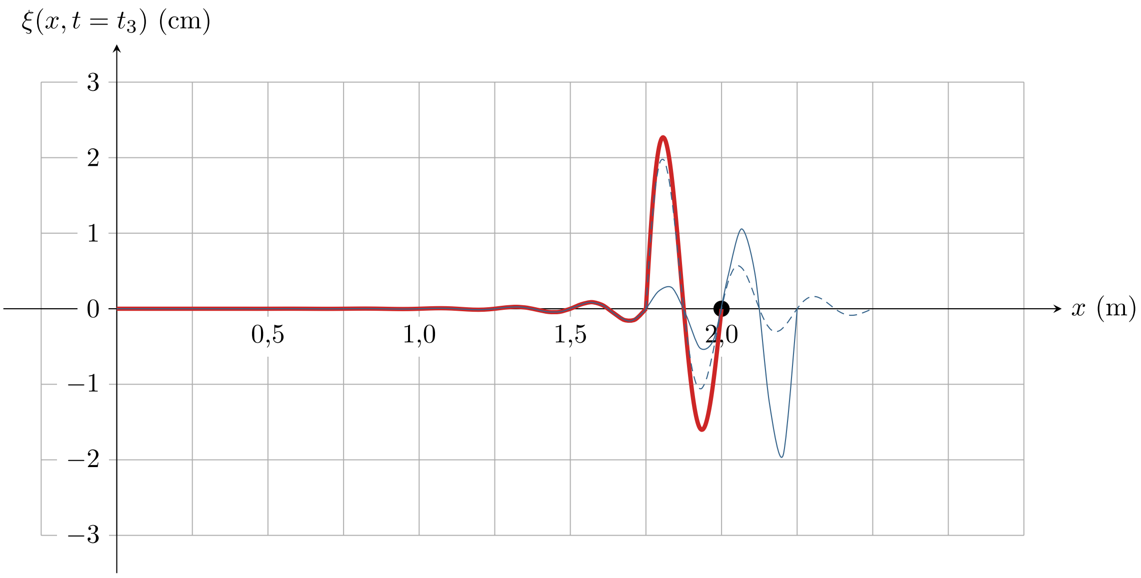


Figure 8 – Allure de la corde à $t_3 = 4{,}5$ s.

III - Lévitation acoustique

❖ ***Barème :*** *38 pts au total*

10 L'autre grandeur support de l'onde acoustique est la **vitesse de déplacement** des tranches d'air mises en mouvement par l'onde. D'après la relation de dispersion,

$$\boxed{\lambda = \frac{c}{f} = 2{,}0\,\mathrm{cm}\,.}$$

> *Ne pas confondre la vitesse acoustique avec la célérité de l'onde elle-même.*

❖ ***Barème :*** *1.5 pts : 0.5 pour la vitesse de l'air, 1 pour λ.*

11 Une telle onde est dite **progressive harmonique**. Comme elle se propage dans le sens des x croissants, il faut garder le signe $-$ dans son expression :

$$P_{\text{bas}}(x,t) = P_0 \cos(\omega t - kx + \varphi_{\text{bas}})\,.$$

La pulsation ω est reliée à la fréquence par

$$\boxed{\omega = 2\pi\, f}$$

et le vecteur d'onde k s'en déduit par

$$k = \frac{\omega}{c} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{k = \frac{2\pi f}{c}\,.}$$

❖ ***Barème :*** *2 pts : 0.5 par sous-question*

12 Le haut-parleur du bas est situé en $x = 0$. En ce point, l'onde P_{bas} a pour phase initiale $-k \times 0 + \varphi_{\text{bas}}$. L'onde y est en phase avec la tension e qui a pour phase initiale $\varphi_e = 0$, d'où

$$\varphi_{\text{bas}} = \varphi_{\text{e}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\varphi_{\text{bas}} = 0\,.}$$

❖ ***Barème :*** *1 pt*

13 L'onde émise par le haut-parleur du haut se propage dans le sens des x décroissants, il faut donc garder le signe + dans son expression. En $x = d$, sur le haut-parleur du haut, sa phase initiale vaut $kd + \varphi_{\text{haut}}$, et l'onde est également en phase avec la tension e. Ainsi,

$$kd + \varphi_{\text{haut}} = 0 \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\varphi_{\text{haut}} = -kd\,.}$$

❖ ***Barème :*** *2.5 pts : 0.5 pour le signe, 2 pour la phase*

14 D'après le principe de superposition,

$$\begin{aligned} P(x,t) &= P_{\text{haut}}(x,t) + P_{\text{bas}}(x,t) \\ &= P_0 \cos(\omega t + kx - kd) + P_0 \cos(\omega t - kx) \end{aligned}$$

$$\boxed{P(x,t) = 2P_0 \cos\left(\omega t - \frac{kd}{2}\right) \cos\left(kx - \frac{kd}{2}\right)}$$

Cette onde est une **onde stationnaire harmonique**. Contrairement aux ondes émises par les hauts-parleurs, **elle ne se propage pas** mais vibre sur place.

❖ ***Barème :*** *3 pts : 2 pour le calcul, 1 pour le nom et la propriété.*

15 Un nœud de vibration est un point où la surpression acoustique est constamment nulle, un ventre un point où elle est d'amplitude maximale. Cherchons la position des nœuds. L'amplitude locale de vibration vaut ici

$$A(x) = 2P_0 \left|\cos\left(kx - \frac{kd}{2}\right)\right|$$

Elle est nulle en x tel que

$$\cos\left(kx - \frac{kd}{2}\right) = 0 \qquad \text{soit} \qquad kx_n - \frac{kd}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad n \text{ entier.}$$

Ainsi,

$$x_n - \frac{d}{2} = \frac{\pi}{2k} + n\frac{\pi}{k}$$

et comme $k = 2\pi/\lambda$ par définition alors

$$x_n = \frac{d}{2} + \frac{\lambda}{4} + n\frac{\lambda}{2}\,.$$

La distance entre deux nœuds vaut $x_{n+1} - x_n$, donc **deux nœuds consécutifs sont séparés de $\lambda/2$**.

Deux nœuds sont séparés d'un ventre : on retrouve que **deux ventres sont également séparés de $\lambda/2$**, et **un nœud et un ventre consécutifs sont séparés de $\lambda/4$**.

❖ ***Barème :*** *6 pts : 1 pt pour la définition, 3.5 pts pour la distance entre nœuds, 0.5 pour celle entre ventres, 1 pour nœud-ventre.*

16 Pour qu'il y ait un nœud sur le haut parleur situé en $x = 0$, il faut que

$$\cos\left(k \times 0 - \frac{kd}{2}\right) = 0 \qquad \text{soit} \qquad \frac{kd}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi\,.$$

Les distances d_n que l'on peut choisir valent donc

$$d_n = \frac{\pi}{k} + n\frac{2\pi}{k} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{d_n = \frac{\lambda}{2} + n\lambda\,.}$$

Le haut-parleur du haut se trouve en $x = d$, l'amplitude de vibration vaut donc

$$A(d) = 2P_0 \left|\cos\left(kd - \frac{kd}{2}\right)\right| = 2P_0 \left|\cos\frac{kd}{2}\right| = 0$$

compte tenu du début de la question. Ainsi, s'il y a un nœud sur le haut-parleur du bas alors **il y a aussi un nœud sur le haut-parleur du haut**.

Étienne Thibierge, 25 septembre 2017, www.etienne-thibierge.fr

> *Ce n'est pas un hasard : cela vient du fait que les deux hauts-parleurs sont en phase avec la même tension e.*

❖ ***Barème :*** *5 pts : 3 pts pour les valeurs d_n, 2 pts pour le nœud en $x = d$.*

17 Voir figure 9.

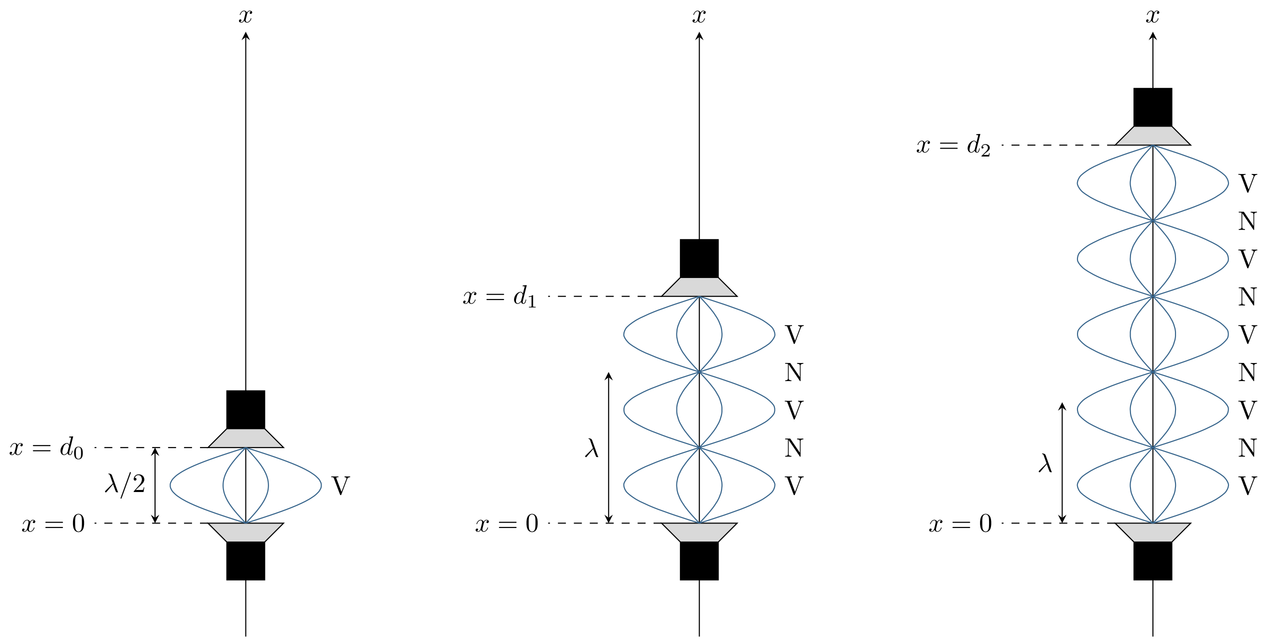


Figure 9 – Allure de l'onde stationnaire de surpression entre les deux hauts-parleurs. Les courbes en traits bleus représentent la surpression, dans une vue type chronophotographie.

❖ ***Barème :*** *6 pts : 1 pt pour l'allure générale, 2 pts si bon nombre de nœuds, 1 pt si c'est bien d qui varie et pas λ, 1 pt pour légende N et V, 1 pt pour légende λ.*

18 En observant la figure 9, on constate que le bas de la bille se trouve au niveau d'un ventre et le haut de la bille au niveau d'un nœud. L'amplitude locale de la surpression y vaut donc respectivement **$P_{\text{inf}} = 2P_0$ sur le dessous et $P_{\text{sup}} = 0$ sur le dessus de la bille**.

❖ ***Barème :*** *2 pts*

19 Assimilons la bille à un cylindre de rayon R et dont les faces ont donc pour surface $S = \pi R^2$. Elle est soumise à trois forces :

▷ son poids $\vec{P} = m\vec{g} = -mg\vec{u}_x$;

▷ la force de pression sur la face inférieure, qui pousse la bille vers le haut,

$$\vec{F}_{\text{p,inf}} = +P_{\text{inf}}\, S\, \vec{e}_x \simeq 2P_0\, \pi R^2\, \vec{e}_x\,;$$

▷ la force de pression sur la face supérieure, qui pousse la bille vers le bas,

$$\vec{F}_{\text{p,sup}} = -P_{\text{sup}}\, S\, \vec{e}_x \simeq \vec{0}\,.$$

D'après le théorème de la résultante cinétique (aussi appelé second loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique), à l'équilibre,

$$\vec{P} + \vec{F}_{\text{p,inf}} + \vec{F}_{\text{p,sup}} = \vec{0} \qquad \text{soit} \qquad -mg\vec{u}_x + 2P_0\, \pi R^2\, \vec{e}_x = \vec{0}$$

On en déduit

$$2P_0\, \pi R^2 = mg = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho\, g$$

ce qui conduit à la condition donnée

$$\boxed{P_0 = \frac{2}{3}\rho g R\,.}$$

❖ ***Barème :*** *7 pts : 3 × 1 pt pour les forces, 2 pts pour la masse, 2 pts pour le calcul.*

20 Pour $R = 2\,\text{mm}$, on trouve numériquement

$$P_0 \simeq \frac{2}{3} \times 10 \times 10 \times 2 \cdot 10^{-3} \qquad \text{d'où} \qquad \boxed{P_0 \simeq 0{,}1\,\text{Pa}\,.}$$

Étienne Thibierge, 25 septembre 2017, www.etienne-thibierge.fr

D'après le document 1, cette valeur correspond à un niveau sonore compris entre 60 et 80 dB : l'expérience semble tout à fait réalisable.

> *Cet ordre de grandeur permet aussi de constater que l'amplitude de la surpression acoustique est extrêment faible devant la pression atmosphérique, qui vaut $1{,}0 \cdot 10^5$ Pa.*
>
> *Preuve en vidéo que ça marche :* `https://www.youtube.com/watch?v=odJxJRAxdFU`

❖ ***Barème :*** *2 pts*