TD M1 – Cinématique

D.Malka – MPSI 2014-2015 – Lycée Saint-Exupéry

M1 – Cardioïde

On considère un point mobile M se déplaçant le long d'une courbe d'équation polaire $r(\theta) = a(1 + \cos\theta)$ appelée cardioïde.

1. En plaçant les points correspondant à $\theta = 0$, $\theta = \frac{\pi}{3}$, $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\theta = \frac{2\pi}{3}$ $\theta = \pi$, $\theta = \frac{4\pi}{3}$ ... $\theta = 2\pi$ dans le plan Oxy, représenter la cardioïde. On choisira Ox comme axe polaire. On pourra vérifier l'allure de la trajectoire en la traçant sous Python ou à la calculatrice graphique.
2. En un point P quelconque de la cardioïde, représenter θ, r ainsi que les vecteurs de bases $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_\theta$.
3. La cardioïde est parcourue à la vitesse angulaire $\dot{\theta} = \omega$, constante. A $t = 0$, $\theta(0) = 0$.
   - 3.1 Déterminer la vitesse du point M dans la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$.
   - 3.2 Représenter la vitesse $\vec{v}(M)$ du point M lorsqu'il se situe au point P de la cardioïde.
   - 3.3 En quel point de la trajectoire la valeur v de la vitesse de M est-elle maximale ?

M2 – Mouvement hélicoïdal

On considère un point M dont les coordonnées au cours du temps sont, dans le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ attachée à un référentiel $\mathcal{R}$:

$$\begin{cases} x(t) = R.cos(\omega t) \\ y(t) = R.sin(\omega t) \\ z(t) = a.t \end{cases}$$

avec R, a et ω des constantes positives.

1. Donner les coordonnées cylindriques de M.
2. Montrer que le mouvement de la particule, dans le référentiel $\mathcal{R}$, peut se décomposer en la somme de deux mouvements.
3. Représenter la trajectoire de M dans le référentiel $\mathcal{R}$.
4. Exprimer le pas p de l'hélice en fonction des données.
5. Exprimer l'accélération de M dans le référentiel $\mathcal{R}$.

M3 – Mouvement cycloïdal

On considère le mouvement d'un cylindre sur un plan horizontal. La projection du centre de masse sur une des faces latérales du cylindre est repérée par un point noir noté N. Le point rouge, noté R, est extérieur à l'axe de rotation. La distance NR vaut $13 \pm 1\,mm$.

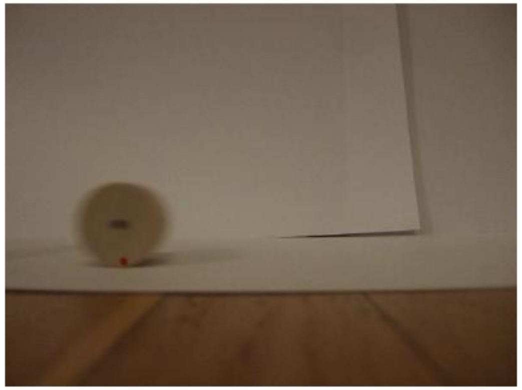

Figure 1 – Mouvement du cylindre (cliquer sur l'image pour lire la vidéo)

1. Le cylindre est-il en translation ?

2. Le cylindre est-il en rotation ?
3. Etude expérimentale du mouvement. On étudiera la vidéo avec un logiciel tel que `Latis Pro`.
   3.1 Déterminer la nature du mouvement de R dans le référentiel du laboratoire. Calculer sa vitesse moyenne.
   3.2 Déterminer la nature du mouvement de N dans le référentiel du laboratoire. Calculer et faire apparaître les vecteurs vitesses à chaque instant. Quand la vitesse est-elle minimale ? Maximale ?
   3.3 A l'aide de `Latis Pro`, représenter la trajectoire de N dans le référentiel barycentrique du cylindre. Le mouvement est-il uniforme ?

M4 – Rotation propre de la Terre

On considère le mouvement de rotation propre de la Terre autour de son axe Δ. Ce mouvement est uniforme et sa période est appelée jour sidéral. Elle vaut $J_s = 23h\,56min\,4s$. On redonne le rayon moyen de la Terre : $R_T = 6370\,km$. La latitude de Mantes-la-Jolie vaut $\lambda = 48.994°N$. Déterminer la vitesse de la classe de MPSI (salle 604 !) ce jour dans le référentiel géocentrique.