

– Devoir Maison n°9 –

Exercice 1

Soit \mathcal{C} la courbe paramétrée par :

$$f : t \in \mathbb{R} \mapsto \left(\frac{1}{1-t^2}, \frac{t^3}{1-t^2} \right).$$

1. Étude de \mathcal{C} :
 - a. Montrer que \mathcal{C} admet un axe de symétrie.
 - b. Dresser le tableau de variations de x et de y .
 - c. Déterminer le(s) point(s) stationnaire(s) ainsi que leur(s) nature(s).
 - d. Donner les équations des asymptotes.
 - e. Calculer les coordonnées où les tangentes sont verticales ou horizontales.
2. Tracer la courbe \mathcal{C} .

Exercice 2

Soit \mathcal{C} la courbe paramétrée par :

$$f : t \in \mathbb{R} \mapsto (\cos t - 2t, \sin t).$$

1. Montrer que la courbe paramétrée est régulière.
2. Montrer que la courbe est invariante par des translations que l'on déterminera.
3. Montrer que la courbe est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = -\pi$.
En déduire que l'on peut réduire l'intervalle d'étude à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
Comment se déduit alors le reste de la courbe à partir de cette restriction ?
4. Dresser le tableau de variations pour $t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.
5. Tracer la courbe \mathcal{C} pour $t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + 3\pi\right]$.
6. Déterminer les points biréguliers de \mathcal{C} .
7. Déterminer la développée de la courbe \mathcal{C} .