

## II. Nombres complexes

### Exercice 1

Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points d'affixe  $z$  vérifiant  $(2 + i)z + (2 - i)\bar{z} = 2$ .

### Exercice 2

Dans le plan complexe, déterminer graphiquement l'ensemble des points d'affixe  $z$  vérifiant  $|1 + i + z| = 2$ .

### Exercice 3

Simplifier  $|z + 1|^2 + |z - 1|^2$  pour  $z$  un nombre complexe de module 1.

### Exercice 4

Simplifier  $\cos(5\pi + x)$ ,  $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ ,  $\cos(3\pi + x)$  et  $\cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right)$  en utilisant les symétries du cercle trigonométrique.

### Exercice 5

Déterminer les mesures principales<sup>1</sup> associées aux mesures  $\frac{15\pi}{2}$ ,  $\frac{34\pi}{7}$  et  $-\frac{65\pi}{3}$ .

### Exercice 6

Déterminer les valeurs exactes des cosinus et sinus des réels  $-\frac{5\pi}{3}$ ,  $\frac{7\pi}{4}$  et  $\frac{19\pi}{6}$ .

### Exercice 7

Résoudre l'équation  $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  ;  $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  et l'inéquation  $-\frac{1}{2} < \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$  ;  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ .

### Exercice 8

Factoriser  $\cos(3x) + \cos(5x)$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .

### Exercice 9

Simplifier  $\frac{\sin(3x)}{\sin x} - \frac{\cos(3x)}{\cos x}$  pour  $x \neq k\frac{\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

---

1. mesures dans l'intervalle  $] -\pi; \pi]$

**Exercice 10**

1. Linéariser  $(\cos x)^3$  puis  $(\sin x)^3$  en utilisant les relations d'Euler.
2. Linéariser  $\sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$  en utilisant les relations d'Euler.

**Exercice 11**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\cos x + \cos(2x) = 0$ .
2. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\cos x + \sqrt{3} \sin x = -2$ .
3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $\cos x + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) > 0$ .

**Exercice 12**

Montrer que  $\cos x - 1 = -2 \left(\sin \frac{x}{2}\right)^2$ , en déduire  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$ .

**Exercice 13**

Factoriser  $\cos\left(x - \frac{1}{2}\right) - \cos\left(x + \frac{1}{2}\right)$ , en déduire  $\sum_{k=1}^{k=n} \sin k$ .

**Exercice 14**

Déterminer la forme trigonométrique de  $1 - i\sqrt{3}$ , en déduire la forme algébrique de  $(1 - i\sqrt{3})^5$ .

**Exercice 15**

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^3 = \bar{z}$ .

**Exercice 16**

Calculer dans  $\mathbb{C}$  les racines cubiques de  $-8$ .

**Exercice 17**

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $e^z = i - 1$ .

**Exercice 18**

Déterminer sous forme algébrique les racines carrées de  $\frac{21}{4} - 5i$ .

**Exercice 19**

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 - (1 + i)z + 5i = 0$ .

**Exercice 20**

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^4 + 8iz^2 - 25 = 0$ .