

VI. Géométrie de l'espace

Exercice 1

Dans un cube, déterminer l'angle entre les demi-droites ayant pour origine le centre et passant par deux sommets consécutifs.

Exercice 2

Dans l'espace muni d'une base orthonormale directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, déterminer $(\vec{j} + \vec{i}) \wedge (\vec{j} - \vec{i})$.

Exercice 3

On considère deux vecteurs orthogonaux $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de l'espace. Simplifier $\vec{u} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{v})$.

Exercice 4

Dans l'espace, on considère deux points distincts A et B . Déterminer le lieu géométrique formé par les points M vérifiant $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AM} = \vec{0}$.

Exercice 5

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(1; 0; -1)$, $B(1; 2; -1)$, $C(0; 2; -1)$ et $D(1; 2; 2)$. Calculer le volume du tétraèdre $ABCD$.

Exercice 6

Exprimer $[\vec{v} + \vec{w}, \vec{w} + \vec{u}, \vec{u} + \vec{v}]$ en fonction de $[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]$.

Exercice 7

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(1; 2; 3)$ et $B(3; 2; 1)$. Déterminer l'ensemble des points équidistants de A et B .

Exercice 8

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point $M(1; 2; 3)$ sur le plan d'équation cartésienne $x + y + z = 0$.

Exercice 9

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal on considère le plan $\mathcal{P} : x + 2y + 3z = 4$. Déterminer une équation cartésienne du symétrique du plan $\mathcal{P}$ par rapport au plan xOy .

Exercice 10

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal on considère le projeté orthogonal H d'un point M quelconque sur le plan d'équation cartésienne $x + y + z = 0$. Exprimer les coordonnées de H en fonction des coordonnées de M .

Exercice 11

Montrer que le système
$$\begin{cases} x = 2 + t_1 + 3t_2 \\ y = 1 - 2t_1 \\ z = -1 + t_1 + t_2 \end{cases}$$
 avec $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$ est le paramétrage d'un plan et déterminer une équation cartésienne de celui-ci.

Exercice 12

Dans l'espace muni d'un repère orthogonal, on considère les points $A(1; 2; 3)$ et $B(4; 4; 4)$. Déterminer le symétrique du point $M(-3; 1; 3)$ par rapport à la droite (AB) .

Exercice 13

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H du point $M(-2; 4; 0)$ sur la droite définie par le système d'équations cartésiennes
$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}.$$

Exercice 14

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(0; -1; 2)$, $B(1; 0; 1)$, $C(0; 2; 0)$, $D(1; -1; -1)$ et $E(2; -2; -2)$. Déterminer l'intersection du plan (ABC) et de la droite (DE) .

Exercice 15

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(1; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(3; 3; 2)$, $D(3; 2; 3)$, $E(1; 2; 1)$ et $F(1; 3; 2)$. Déterminer l'intersection des plans (ABC) et (DEF) .

Exercice 16

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, déterminer l'intersection du plan d'équation cartésienne $x - y + z - 11 = 0$ avec la sphère de centre $\Omega(1; -1; 3)$ et de rayon $2\sqrt{3}$.

Exercice 17

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(1; 0; 2)$, $B(1; 2; 0)$ et $C(1; -2; 1)$. Déterminer l'intersection de la droite (AB) et de la sphère de centre C et de rayon 3.

Exercice 18

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal, on considère les points $A(-2; 6; 0)$, $B(5; -1; 0)$, $C(1; -2; 3)$ et $D(-2; 2; 4)$. Déterminer une équation cartésienne de la sphère circonscrite au tétraèdre $ABCD$.