

Réponses

- 1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ et $V = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
- 2) $L_3 \leftarrow \frac{1}{3}L_3, L_2 \leftarrow L_2 - L_3, L_2 \leftarrow \frac{1}{2}L_2, L_1 \leftarrow L_1 - L_3$ et $L_1 \leftarrow L_1 - L_2$.
- 3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & -\frac{34}{7} \\ 0 & 1 & 3 & \frac{39}{7} \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 4) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ pour $m = 1$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ pour $m = 2$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{m-2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{m-2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ pour $m = -3$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
pour $m \neq 1, m \neq 2$ et $m \neq -3$.
- 5) Le rang du système est 2.
- 6) Le système est compatible pour $m \neq 2$.
- 7) $(x = 2; y = \frac{1}{2}; z = 0)$.
- 8) $(x = -\frac{8}{5} + z; y = -\frac{7}{5} + z; z = z)$.
- 9) $(x = 1; y = 0; z = 0)$.
- 10) $(x = -1 + z + 2t; y = 1 - 2z - 3t; z = z; t = t)$.
- 11) $(x = 1 + z; y = 1 - 2z; z = z)$ si $m = 0$, $(x = \frac{-1}{m-2}; y = 2; z = \frac{1}{m-2})$ si $m \neq 0$ et $m \neq 2$, pas de solution pour $m = 2$.
- 12) On montre que $\vec{u}_4 = 4\vec{u}_1 - 6\vec{u}_2 + 4\vec{u}_3$.
- 13) $AB = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ et $BA = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.
- 14) $U = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.
- 15) $M_\alpha M_\beta = M_{\alpha+\beta}$ et $(M_\theta)^n = M_{n\theta}$.
- 16) $M^n = \begin{pmatrix} 1 & 2n & n(2n+1) \\ 0 & 1 & 2n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 17) $M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 18) $M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -i \\ 1+i & i & 1-2i \\ -i & 1 & -1 \end{pmatrix}$.
- 19) $M^2 = 5M - 4I_3$ d'où $M^{-1} = \frac{1}{4}(5I_3 - M) = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.
- 20) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{ix} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-ix} \end{pmatrix}$ et $A^n = \begin{pmatrix} \cos(nx) & 0 & i \sin(nx) \\ 0 & 1 & 0 \\ i \sin(nx) & 0 & \cos(nx) \end{pmatrix}$.
- 21) $\text{Ker } A = \left\{ z \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, z \in \mathbb{K} \right\}$ et $\text{Im } A = \left\{ \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}, a, b, c \in \mathbb{K} / a - 2b + c = 0 \right\}$.
- 22) $\text{rg } M = 2$.
- 23) Le rang de M_λ vaut 1 si $\lambda = 1, 2$ si $\lambda = -2$ et 3 sinon.