

Réponses

1) $\Omega = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,1,3), (1,1,4), (1,1,5), (1,1,6), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3), (4), (5), (6)\}$.

2) $\binom{2N}{N}$.

3) $\frac{11!}{2! 2!} = 9\ 979\ 200$.

4) $P(\{k\}) = \frac{k}{21}$.

5) $1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 > \frac{1}{2}$ et $1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} < \frac{1}{2}$.

6) Dans seulement un cas sur trois équiprobables, le joueur perd en modifiant son choix.

7) $\frac{13 \times \binom{4}{3} \times 12 \times \binom{4}{2}}{\binom{52}{5}} = \frac{6}{4165}$.

8) $1 - \frac{365!}{365^{30}} \simeq 1 - \left(\frac{336 + 365}{2 \times 365}\right)^{30} \simeq \frac{7}{10}$.

9) $\frac{1}{2500}$ et $\frac{8}{9}$.

10) $P_+(M) = \frac{P_M(+) \times P(M)}{P_M(+) \times P(M) + P_{\overline{M}}(+) \times P(\overline{M})} = \frac{95\% \times 2\%}{95\% \times 2\% + 3\% \times 98\%} \simeq 39\%$.

11) $1 \times \frac{2}{3} + 2 \times \frac{11}{36} + 3 \times \frac{1}{36} = \frac{49}{36}$.

12) $1 \times \frac{2}{5} + 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + 4 \times \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 2$ et 1.

13) $\frac{1 \times \binom{9}{4} + 2 \times \binom{8}{4} + 3 \times \binom{7}{4} + 4 \times \binom{6}{4} + 5 \times \binom{5}{4} + 6 \times \binom{4}{4}}{\binom{10}{5}} = \frac{11}{6}$.

14) $V(X) = E(X^2) - E(X)^2 \leqslant E(X) - E(X)^2 \leqslant \frac{1}{4}$ car $E(X) \in [0; 1]$.

15) [4; 12] en remarquant que $P(|X - 8| \leqslant a) \leqslant \frac{4}{a^2} \leqslant 25\%$.

16) $P(X = k) = \frac{1}{N+1}$ pour tout $k \in \llbracket 1; N+1 \rrbracket$ en procédant par récurrence sur N .

17) $(g+2) \times \frac{2}{5}N - 2N = 0 \Leftrightarrow g = 3$.

18) $\frac{19}{3}$ et $\frac{44}{9}$.

19) $E(X) = \frac{1}{N} \times Np = p$, $V(X) = \frac{1}{N^2} Np(1-p) = \frac{p(1-p)}{N}$ et $N = 250$ en remarquant que $P(|X - p| \geqslant \frac{1}{10}) \leqslant \frac{100p(1-p)}{N} \leqslant \frac{25}{N}$.