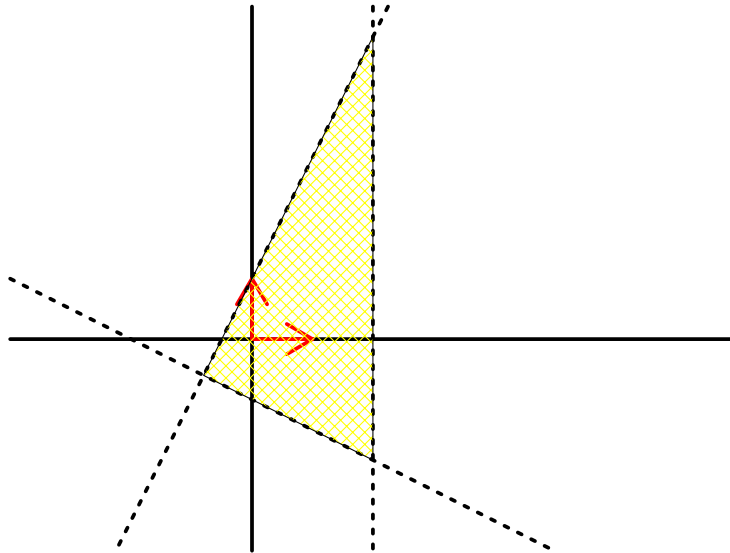


Réponses

1) L'ensemble des solutions est $] -\sqrt{2}; -1] \cup [0; \sqrt{2}[$.

2)



3) L'ensemble des solutions est l'intervalle $[-2; 1]$.

4) L'ensemble des solutions est l'intervalle $[0; 2]$.

5) Les solutions sont $\frac{-1-\sqrt{46}}{15}$ et $\frac{-1+\sqrt{46}}{15}$.

6) L'ensemble des solutions est l'intervalle $] -1; 2[$.

7)

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
f	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$

8) Pour $m = \frac{3}{4}$, l'équation admet pour unique solution $x = 1$.

9) L'ensemble des solutions est $] -\infty; -2[\cup [-1; 1[\cup [3; +\infty[$.

10) L'ensemble des solutions est $] -\infty; -2[\cup] -\frac{1}{3}; 0[\cup [2; +\infty[$.

11) Les solutions du système sont les couples $(x_1 = 6; y_1 = 10)$ et $(x_2 = 10; y_2 = 6)$.

12) Les solutions sont $-1, \frac{1}{3}$ et $-\frac{2}{3}$.

13) L'ensemble des solutions est $] -\infty; -11[\cup] 0; 1[\cup] 1; 7[$.

14) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{\sqrt{x+1}}{\sin x} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1} e^{-(\ln x)^2} = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(\sqrt{x^2+1} - x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.

15) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 1}{3x + 1} = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - \sqrt{x}} = 0, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2+2}) = 0$.

16) $\lim_{x \rightarrow 0} x e^{-\frac{1}{x^2}} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2+1)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2 \frac{\ln x}{x} + \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}{x} \right) = 0$.

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ et $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$.

18) $f'_1(x) = \frac{-x^2 - 4x + 1}{(x^2 + 1)^2}, f'_2(x) = (2x^2 + 1)e^{x^2-1}$ et $f'_3(x) = (3x + 1)(x + 1)$.

- 19) $f_1'(x) = \frac{2(x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 + 2}}$, $f_2'(x) = \frac{x \cos x \ln x - \sin x}{x(\ln x)^2}$ et $f_3'(x) = 2e^x \sin x$.
- 20) $F_1(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 7x + k$, $F_2(x) = \frac{1}{12}(x^3 + 1)^4 + k$ et $F_3(x) = -\frac{1}{2(x^2+1)} + k$.
- 21) $F_1(x) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + k$, $F_2(x) = \frac{1}{2}(\sin x)^2 + k$ et $F_3(x) = \frac{1}{2}\ln(x^2 + 1) + k$.
- 22) $\sum_{k=0}^{k=n} (2k + 1) = (n + 1)^2$ et $\prod_{k=0}^{k=n} 2^k = 2^{\frac{n(n+1)}{2}}$.
- 23) $\prod_{k=1}^{k=n} \frac{k}{k+1} = \frac{1}{n+1}$.
- 24) $\frac{15!}{7! 9!} = 715$.
- 25) $\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!} - 2\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 2n^2$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.
- 26) On minore $(1+x)^n$ par les deux premiers termes de son développement suivant la formule du binôme, les autres termes étant positifs.