

TD 11 : Systèmes linéaires

Exercice 1

Résoudre avec la méthode du pivot de Gauss-Jordan :

$$1/ \begin{cases} x + iy - z = -1 \\ ix + 2y + z = 3i + 1 \\ x - y - z = -i \end{cases}$$

$$2/ \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 5 \\ x - 2y + 3z = 2 \\ 4x - y + 4z = 3 \end{cases}$$

$$3/ \begin{cases} x + 3y - 4z = 2 \\ -x - y + 5z = -1 \\ 2x + 8y - 7z = 5 \end{cases}$$

$$4/ \begin{cases} 2x + 6y - z = 5 \\ x + 3y + 7z = 7 \\ 2x + 6y + 4z = 8 \end{cases}$$

$$5/ \begin{cases} x - 2y + z - 3t = 1 \\ 2x - 4y + z + t = -1 \end{cases}$$

$$6/ \begin{cases} a + 2b - c + d = 4 \\ -a + b + 5c + d = 4 \\ a + 4b + c - d = 2 \\ 2a + 2b - 5c + d = 3 \end{cases}$$

Exercice 2

Résoudre avec la méthode du pivot de Gauss-Jordan suivant la valeur du paramètre $a \in \mathbb{R}$:

$$1/ \begin{cases} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 0 \end{cases}$$

$$2/ \begin{cases} ax + y + z = a \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = 1 \end{cases}$$

Exercice 3 Applications des systèmes linéaires

1/ Soit une parabole qui passe par les points $(1, 1)$, $(-1, 11)$ et $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$. Déterminer une équation de cette parabole.

2/ Soit f une fonction vérifiant : $f(1) = 10$, $f(2) = -9$, $f(3) = -62$, $f(4) = -167$.

Peut-on trouver une fonction polynomiale P , prenant les mêmes valeurs en ces mêmes points, de degré 2? de degré 3?

3/ Étudier selon le paramètre $a \in \mathbb{R}$, l'intersection des deux droites du plan d'équations $ax + y = 1$ et $x + ay = a^2$.

4/ Étudier l'intersection des trois plans de l'espace d'équations $x + 2y - z = 0$, $3x - 4y + 3z = 0$ et $3x + y = 0$.

5/ Étudier selon le paramètre $a \in \mathbb{R}$, l'intersection des trois plans de l'espace d'équations $(2 + a)x + 2y - z = 0$, $2x + (a - 1)y + 2z = 0$ et $-x + 2y + (2 + a)z = 0$.