

TDCAL 2 : Puissances et fractions

Exercice 1

Compléter :

$$1/ (10^{15})^{12} = 100 \dots$$

$$4/ (3^6)^5 = (9^5) \dots$$

$$6/ \left(\frac{7}{5}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{25}{49}\right)^{3 \dots}$$

$$2/ 2^3 \times 2^5 = 2 \dots$$

$$5/ \frac{1}{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}} = 2 \dots$$

$$3/ (7 \times 3)^4 = 7 \dots \times 3 \dots$$

Exercice 2

Calculer et donner le résultat le plus simplifié possible :

$$1/ 2^{(3^2)}$$

$$5/ \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^4$$

$$9/ \frac{(\sqrt[5]{12})^{15}}{\sqrt[3]{4^9}}$$

$$2/ (2^3)^2$$

$$6/ (100^{0,01})^{10}$$

$$10/ \frac{\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{9} \sqrt{3^3}}{\sqrt[4]{27} (\sqrt{\sqrt{3}})^3}$$

$$3/ 2^{3^2}$$

$$7/ \sqrt[3]{81}$$

$$11/ \frac{\sqrt[5]{4} \sqrt{8} \sqrt[5]{3} \sqrt[4]{3} \sqrt[3]{\sqrt[4]{2}}}{\sqrt{\sqrt{2}}}$$

$$4/ \frac{6^{n+3}}{3^n \times 2^3}$$

$$8/ \frac{1}{\left(\frac{1}{3^{\frac{1}{4}}}\right)^{14}}$$

Exercice 3

Simplifier en rendant les dénominateurs rationnels :

$$1/ \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$2/ \frac{3}{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$$

$$3/ \frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2} + \frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$$

$$4/ \frac{1+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$$

Exercice 4

Écrire les nombres suivants sous la forme $a^n \times b^m$ (a et b premiers, et n et m entiers relatifs).

$$1/ \frac{3^4}{21^5}$$

$$2/ \frac{9^{-8}}{56^3}$$

$$3/ \frac{12^{24} \times 35^7}{20^7 \times 28^{17}}$$

Exercice 5

Simplifier le plus possible les écritures fractionnaires suivantes :

$$1/ \frac{1}{\frac{2}{2}}$$

$$3/ \frac{5x}{21} - \frac{3}{28}x$$

$$2/ \frac{\frac{1}{2}}{2}$$

$$4/ 3^{n+1} - 2 \times 3^{n+2} + 7 \times 3^n$$

$$5/ \frac{\frac{14z}{9}}{\frac{21}{12y}}$$

Exercice 6

Simplifier le plus possible les écritures fractionnaires suivantes :

$$1/ \frac{x+4}{2x+8}$$

$$2/ \frac{x^2-3x+2}{x-2}$$

$$3/ \frac{x^3-1}{x^2-1}$$

$$4/ \frac{(6x)^5 \times (-5)^9 \times 35x}{(-3)^3 \times (2x)^6 \times 15^8 x \times 147}$$

Exercice 7

Additionner ou soustraire, puis simplifier le plus possible les écritures fractionnaires suivantes :

$$1/ \frac{x}{x-2} + \frac{2}{x-1}$$

$$3/ \frac{2\sqrt{1+x} - \frac{1}{\sqrt{1-x}}}{3-4x^2}$$

$$5/ \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}}$$

$$2/ \frac{x+1}{x^2+2x+1} - \frac{x+3}{x^2+4x+3}$$

$$4/ \frac{1 + \frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}}$$

Exercice 8

Résoudre dans \mathbb{R} : $\frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = x + y$.

Exercice 9

Écrire sans radicaux les expressions suivantes (discuter selon la valeur de x).

$$1/ \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2}$$

$$2/ \sqrt{(x-2)^2} + \sqrt{(x+1)^2}$$