

Toutes les réponses seront justifiées. Une attention particulière est portée sur :

- la qualité de la rédaction, le soin et la présentation;
- la clarté et la précision des raisonnements;
- la recherche et la réflexion personnelle.

Pré-requis :

- savoir les techniques de primitivation et d'intégration;
- savoir résoudre une équation différentielle du premier ordre;
- savoir résoudre une équation différentielle du second ordre.

Exercice 1

Déterminer les primitives des fonctions suivantes en précisant à chaque fois le (ou les) intervalle(s) :

1) $f_1(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 4}$

2) $f_2(x) = \frac{1}{3x^2 + 5x - 2}$

3) $f_3(x) = \frac{1}{4x^2 - 12x + 9}$

Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes :

1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2 + \cos(t)} dt$ (poser $x = \tan \frac{t}{2}$)

2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} t \cos^2(t) dt.$

Exercice 3

Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$(E) : (1 + \cos^2(x))y' - \sin(2x)y = \cos^2(x).$$

Puis déterminer l'unique solution vérifiant la condition initiale $y(0) = 2$.

Exercice 4

Résoudre le problème de Cauchy :

$$\begin{cases} (E) : y'' - 4y' + 5y = e^{-2x} \sin(3x) \\ y(0) = 1 \text{ et } y'(0) = -1 \end{cases}$$

Habituez vous à encadrer vos résultats pour être lu et vous relire facilement !

Fin de l'énoncé