Classe préparatoire PTSI-1
Lycée Vauvenargues
2017/2018

▶ Dérivées de fonctions usuelles

Dans chaque ligne du tableau, f' est la dérivée de la fonction f sur l'intervalle I.

$f(x)$	I	$f'(x)$
λ (constante)	$\mathbb{R}$	0
x	$\mathbb{R}$	1
$x^n (n \in \mathbb{N}, n \geqslant 2)$	$\mathbb{R}$	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{1}{x^2}$
$\frac{1}{x^n} (n \in \mathbb{N}^*)$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$
$\sqrt{x}$	$]0, +\infty[$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\ln(x)$	$]0, +\infty[$	$\frac{1}{x}$
e^x	$\mathbb{R}$	e^x
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$\cos(x)$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$-\sin(x)$
$\tan(x)$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[\; (k \in \mathbb{Z})$	$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$

▶ Opérations et dérivées

$(f+g)' = f' + g'$

$(\lambda f)' = \lambda f'$ (λ étant une constante)

$(fg)' = f'g + fg'$

$\left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$

$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$

$(f \circ u)' = (f' \circ u)u'$

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$ $(n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 2)$

$\left(\frac{1}{u^n}\right)' = -\frac{nu'}{u^{n+1}}$ $(n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 1)$

$(\mathrm{e}^u)' = u'\mathrm{e}^u$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

▶ Primitives de fonctions usuelles

Dans chaque ligne du tableau, F est ***une*** primitive de la fonction f sur l'intervalle I. Ces primitives sont uniques ***à une constante près*** qui est notée C.

$f(x)$	I	$\mathrm{F}(x)$
λ (constante)	$\mathbb{R}$	$\lambda x + \mathrm{C}$
x	$\mathbb{R}$	$\frac{x^2}{2} + \mathrm{C}$
$x^n (n \in \mathbb{N}^*)$	$\mathbb{R}$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + \mathrm{C}$
$\frac{1}{x}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$\ln(\lvert x \rvert) + \mathrm{C}$ (attention)
$\frac{1}{x^n} (n \in \mathbb{N}, n \geqslant 2)$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}} + \mathrm{C}$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$	$2\sqrt{x} + \mathrm{C}$
e^x	$\mathbb{R}$	$\mathrm{e}^x + \mathrm{C}$
$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	$-\cos(x) + \mathrm{C}$
$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	$\sin(x) + \mathrm{C}$
$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[\; (k \in \mathbb{Z})$	$\tan(x) + \mathrm{C}$

▶ Opérations et primitives

On suppose que u est une fonction dérivable sur un intervalle I.

Une primitive de $u^n u'$ sur I est $\frac{u^{n+1}}{n+1}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$.

Une primitive de $\frac{u'}{u^2}$ sur I est $-\frac{1}{u}$.

Une primitive de $\frac{u'}{u^n}$ sur I est $-\frac{1}{(n-1)u^{n-1}}$ $(n \in \mathbb{N},\ n \geqslant 2)$.

Une primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ sur I est $2\sqrt{u}$ (en supposant $u > 0$ sur I).

Une primitive de $\frac{u'}{u}$ sur I est $\ln(u)$ (en supposant $u > 0$ sur I).

Une primitive de $u'\mathrm{e}^u$ sur I est e^u.

N-B Dans tout le formulaire, les quantités situées au dénominateur sont implicitement supposées non nulles.

▶ Domaines de définition et de dérivation

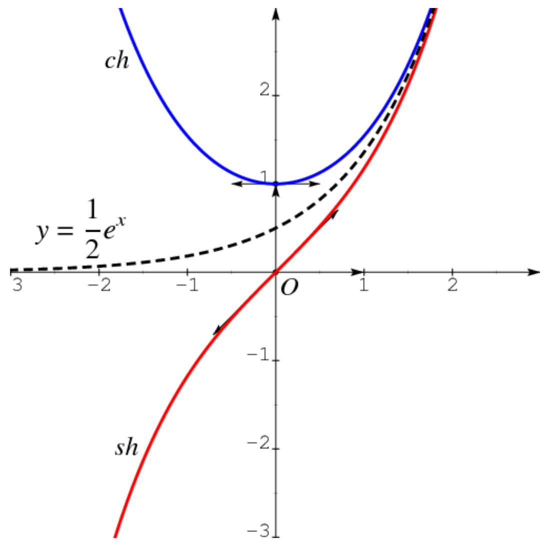
$\text{sh} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est dérivable sur $\mathbb{R}$
$\text{ch} : \mathbb{R} \to [1, +\infty[$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

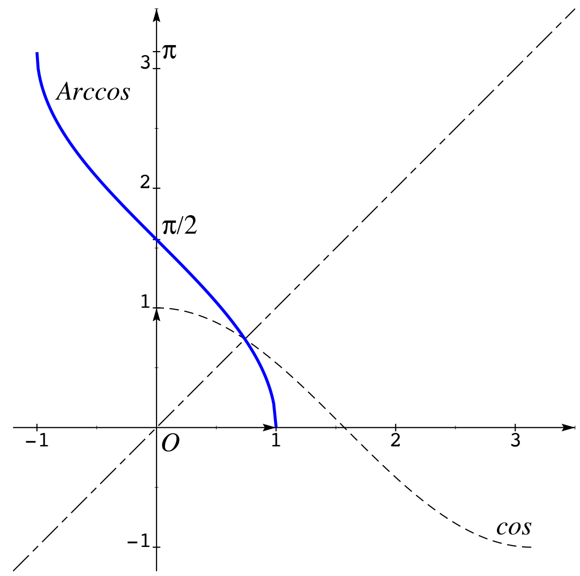
$\text{Arcsin} : [-1, 1] \to [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ est dérivable sur $]-1, 1[$
$\text{Arccos} : [-1, 1] \to [0, \pi]$ est dérivable sur $]-1, 1[$
$\text{Arctan} : \mathbb{R} \to]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ est dérivable sur $\mathbb{R}$

▶ Dérivées de fonctions usuelles

Dans chaque ligne du tableau, f' est la dérivée de la fonction f sur l'intervalle I.

$f(x)$	I	$f'(x)$
$x^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R})$	$\mathbb{R}_+^*$	$\alpha x^{\alpha-1}$
$\text{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\text{ch}(x)$
$\text{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$\text{sh}(x)$
$\text{Arcsin}(x)$	$]-1, 1[$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{Arccos}(x)$	$]-1, 1[$	$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\text{Arctan}(x)$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{1+x^2}$





▶ Primitives de fonctions usuelles

Dans chaque ligne du tableau, F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I. Ces primitives sont uniques *à une constante près* qui est notée C.

$f(x)$	I	$F(x)$
$x^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\})$	$\mathbb{R}_+^*$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C$
$a^x \ (a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\})$	$\mathbb{R}$	$\frac{1}{\ln(a)} a^x + C$
$\text{ch}(x)$	$\mathbb{R}$	$\text{sh}(x) + C$
$\text{sh}(x)$	$\mathbb{R}$	$\text{ch}(x) + C$
$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1, 1[$	$\text{Arcsin}(x) + C$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$	$\text{Arctan}(x) + C$