

EXERCICE 1 :

1. Linéariser $\sin^4(x) \cos(x)$ avec $x \in \mathbb{R}$.
2. Calculer $\int_0^{\pi/2} \sin^4(x) \cos(x) dx$.

EXERCICE 2 :

1. Étudier la fonction f définie par $f(x) = x^{1/x}$.
2. En déduire que f admet un maximum.
3. Déterminer le maximum de $n^{1/n}$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.

EXERCICE 3 :

1. Calculer : $\arccos(1/2)$; $\arccos(-1)$; $\arccos(-\sqrt{3}/2)$; $\arccos(0)$.
2. Calculer : $\arcsin(1/2)$; $\arcsin(\sin(3\pi/2))$; $\arcsin(\sin(-9\pi/4))$; $\cos(\arcsin(1/\sqrt{5}))$; $\tan(\arctan(3))$; $\tan(\arcsin(1/10))$.
3. Simplifier $\cos(\arccos(x))$; $\sin(\arccos(x))$; $\tan(\arccos(x))$.
4. Montrer que pour tout x réel, $\sin(\arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.
5. Étudier la fonction f définie par $f(x) = \arccos(\cos(x))$. Tracer le graphe de f .
6. Simplifier suivant les valeurs de x , $f(x) = \arcsin(x) + \arccos(x)$. (on pourra calculer $f'(x)$)
7. Simplifier suivant les valeurs de x , $f(x) = \arctan(x) + \arctan(1/x)$. (on pourra calculer $f'(x)$)
8. L'équation suivante a-t-elle une solution, si oui la déterminer ?

$$\arctan(x) + \arctan(1/3) = \frac{\pi}{4}$$

EXERCICE 4 :

On pose $f(x) = \frac{\arccos(1-x)}{\sqrt{x}}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$

EXERCICE 5 :

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on définit la somme S_n en posant :

$$S_n = \sum_{k=0}^n \arctan\left(\frac{1}{k^2 + k + 1}\right)$$

1. Montrer que, pour tout réel $x \geq 0$, $\arctan\left(\frac{1}{x^2 + x + 1}\right) = \arctan(x+1) - \arctan(x)$.
2. En déduire la valeur de S_n .
3. Déterminer la limite de S_n lorsque n tend vers $+\infty$.

EXERCICE 6 :

Déterminer α et β vérifiant $1 + e^{i\alpha} + e^{i\beta} = 0$