EXERCICE 1 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{1\}$ par $f(x)=\dfrac{x\sqrt{x^2+1}}{x-1}$.

1. Donner le $DL_2(0)$ de f en 0. En déduire la tangente T_0 à $\mathcal{C}_f$ en 0 et leurs positions relatives.
2. Montrer que $f(x)=x+1+\dfrac{3}{2x}+\underset{+\infty}{o}\left(\dfrac{1}{x}\right)$. En déduire la branche infinie de $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$.

EXERCICE 2 :

Déterminer le $DL_{10}(0)$ de $F(x)=\displaystyle\int_x^{x^2}\frac{1}{\sqrt{1+t^4}}\mathrm{d}t$.

EXERCICE 3 :

Calculer $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sin^2(x)}-\frac{1}{x^2}\right)$

EXERCICE 4 :

Calculer le développement limité à l'ordre n en a de :

Fonction	n	a	Réponse	Indication
$\dfrac{e^x}{\sqrt{1+x}}$	3	0	$1+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{8}x^2-\dfrac{1}{48}x^3+o(x^3)$	
$\ln^2(1+x)$	4	0	$x^2-x^3+\dfrac{11}{12}x^4+o(x^4)$	
$\dfrac{1}{\cos(x)}$	7	0	$1+\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{5}{24}x^4+\dfrac{61}{720}x^6+o(x^7)$	
$\tan(x)$	5	0	$x+\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{2}{15}x^5+o(x^5)$	$\tan(x)=\sin(x)\times\dfrac{1}{\cos(x)}$
$\ln(\cos(x))$	6	0	$-\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{1}{12}x^4-\dfrac{1}{45}x^6+o(x^6)$	$\ln(\cos(x))=\ln(1-(1-\cos(x)))$ ou $(x\mapsto\ln(\cos(x)))'=-\tan(x)$
$\ln(2\cos(x)+\sin(x))$	4	0	$\ln(2)+\dfrac{1}{2}x-\dfrac{5}{8}x^2+\dfrac{5}{24}x^3-\dfrac{35}{192}x^4+o(x^4)$	
$e^{\sqrt{1+x}}$	3	0	$e+\dfrac{e}{2}x+\dfrac{e}{48}x^3+o(x^3)$	

EXERCICE 5 :

Étudier les branches infinies de la courbe $\mathcal{C}_f$ représentant la fonction $f(x)=x\arctan\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$.

EXERCICE 6 :

Prouver que la fonction $g:x\longmapsto\dfrac{1-\cos(x)}{\tan^2(x)}$ définie au voisinage de 0 (sauf en 0) peut être prolongée par continuité en 0, et que la fonction ainsi prolongée (notée g) admet un $DL_3(0)$ qu'on calculera.