

المعامل: 1

مدة الإنجاز: ساعتان

مادة: الرياضيات

التمرين الأول: ﴿ 6 نقط ﴾

① أحسب وأبسط الأعداد التالية:

$$A = \sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$$

﴿ 1 نقطة ﴾

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{18} + \sqrt{72} - 2\sqrt{32} = \sqrt{9 \times 2} + \sqrt{36 \times 2} - 2\sqrt{16 \times 2} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} + \sqrt{36} \times \sqrt{2} - 2\sqrt{16} \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 2 \times 4\sqrt{2} \\ &= 9\sqrt{2} - 8\sqrt{2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

﴿ 1 نقطة ﴾

$$C = \frac{5^{-7} \times 2^{-7}}{10^4 \times (10^{-2})^3} = \frac{(5 \times 2)^{-7}}{10^4 \times 10^{-2 \times 3}} = \frac{10^{-7}}{10^4 \times 10^{-6}} = \frac{10^{-7}}{10^{4+(-6)}}$$

﴿ 1 نقطة ﴾

$$= \frac{10^{-7}}{10^{-2}} = 10^{-7-(-2)} = 10^{-5}$$

استنتاج: $2\sqrt{16+6\sqrt{7}} - \sqrt{28}$ ② أنشر وأبسط: $(3+\sqrt{7})^2$

﴿ 1,5 نقطة ﴾

$$\begin{aligned} 2\sqrt{16+6\sqrt{7}} - \sqrt{28} &= 2\sqrt{(3+\sqrt{7})^2} - \sqrt{4 \times 7} \\ &= 2(3+\sqrt{7}) - \sqrt{4} \times \sqrt{7} \\ &= 6 + 2\sqrt{7} - 2\sqrt{7} \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3+\sqrt{7})^2 &= 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{7} + \sqrt{7}^2 \\ &= 9 + 6\sqrt{7} + 7 = 16 + 6\sqrt{7} \end{aligned}$$

③ أ حذف الجذر المربع من مقامي العددين: $\frac{1}{5+2\sqrt{6}}$ و $\frac{3}{\sqrt{2}}$

﴿ 1,5 نقطة ﴾

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{5+2\sqrt{6}} = \frac{5-2\sqrt{6}}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})} = \frac{5-2\sqrt{6}}{5^2 - (2\sqrt{6})^2} = \frac{5-2\sqrt{6}}{25-24} = 5-2\sqrt{6}$$

التمرين الثاني: ﴿ 3 نقط ﴾

نعتبر التعبيرين: $A = 2x^2 + 7x - 4$ و $B = (2x + 5)^2 - 36$ **1** أعمل B :

﴿ 1 نقطة ﴾

لدينا: $B = (2x + 5)^2 - 36 = (2x + 5)^2 - 6^2$

$$= (2x + 5 - 6)(2x + 5 + 6)$$

$$= (2x - 1)(2x + 11)$$

$$B = (2x - 1)(2x + 11)$$

ومنه

2 أبين أن: $B - 2A = 3(2x - 1)$

﴿ 1 نقطة ﴾

لدينا:

$$B - 2A = (2x + 5)^2 - 36 - 2(2x^2 + 7x - 4)$$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + 5^2 - 36 - 4x^2 - 14x + 8$$

$$= 4x^2 + 20x + 25 - 36 - 4x^2 - 14x + 8$$

$$= 4x^2 - 4x^2 + 20x - 14x + 25 - 36 + 8$$

$$= 6x - 3 = 3(2x - 1)$$

$$B - 2A = 3(2x - 1)$$

ومنه

3 أستنتج تعميلا للعدد A :

﴿ 1 نقطة ﴾

$$B - 2A = 3(2x - 1)$$

لدينا:

$$2A = B - 3(2x - 1)$$

يعني

$$2A = (2x - 1)(2x + 11) - 3(2x - 1)$$

يعني

$$2A = (2x - 1)(2x + 11 - 3)$$

يعني

$$2A = (2x - 1)(2x + 8)$$

يعني

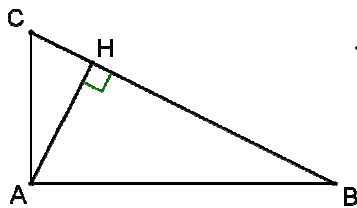
$$\cancel{2}A = \cancel{2}(2x - 1)(x + 4)$$

يعني

$$A = (2x - 1)(x + 4)$$

ومنه

التمرين الثالث: ﴿ 3,5 نقط ﴾



ABC مثلث بعيث: $AB = 4$ و $AC = 2$ و $BC = 2\sqrt{5}$.

H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

1 أبين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

﴿ 1,5 نقطة ﴾

لدينا طول أكبر ضلع في المثلث ABC هو $BC = 2\sqrt{5}$

ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية

$$BC^2 = (2\sqrt{5})^2 = 2^2 \times \sqrt{5}^2 = 4 \times 5 = 20 \quad \text{و}$$

فإن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

$$AB^2 + AC^2 = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20 \quad \text{و}$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \quad \text{إذن}$$

$$\textcircled{2} \text{ أبين أن: } AH = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

لدينا المثلث ABC قائم الزاوية في A ، و H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

$$AB \times AC = AH \times BC \quad \text{إذن}$$

$$AH = \frac{AB \times AC}{BC} \quad \text{يعني}$$

$$AH = \frac{4 \times 2}{2\sqrt{5}} \quad \text{يعني}$$

$$AH = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \quad \text{ومنه}$$

﴿1 نقطة﴾

+

﴿1 نقطة﴾

﴿3﴾ أحسب BH .

لدينا حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة في المثلث ABH القائم الزاوية في H :

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 \quad \text{يعني}$$

$$BH^2 = 4^2 - \left(\frac{4}{\sqrt{5}}\right)^2 \quad \text{يعني}$$

$$BH^2 = 16 - \frac{16}{5} = \frac{64}{5} \quad \text{يعني}$$

$$BH = \sqrt{\frac{64}{5}} = \frac{8}{\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5} \quad \text{ومنه}$$

التمرين الرابع: ﴿3 نقط﴾

﴿1﴾ قياس زاوية حادة بحيث: $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، أحسب $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$.

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{ولدينا:}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \text{يعني}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{يعني}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{ومنه}$$

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \quad \text{نعلم أن:}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \quad \text{يعني}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \quad \text{يعني}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \quad \text{يعني}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \quad \text{ومنه}$$

﴿1 نقطة﴾

+

﴿1 نقطة﴾

﴿2﴾ أحسب: $X = \cos 14^\circ + \sin^2 28^\circ + \sin^2 62^\circ - \sin 76^\circ - 2 \tan 35^\circ \times \tan 55^\circ$

نعلم أنه إذا كانت زاويتان متتامتين فإن جيب إحداهما يساوي جيب تمام الأخرى وظل إحداهما هو مقلوب ظل الأخرى.

إذن:

$$\begin{aligned} X &= \cos 14^\circ - \sin 76^\circ + \sin^2 28^\circ + \sin^2 62^\circ - 2 \tan 35^\circ \times \tan 55^\circ \\ &= \cos 14^\circ - \cos 14^\circ + \sin^2 28^\circ + \cos^2 28^\circ - 2 \tan 35^\circ \times \frac{1}{\tan 35^\circ} \end{aligned}$$

$$= 0 + 1 - 2$$

$$= -1$$

﴿1 نقطة﴾

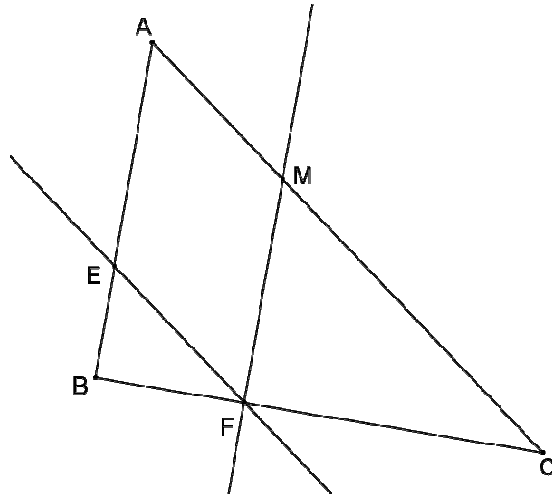
ABC مثلث بحيث: $AB = 4,5 \text{ cm}$ و $AC = 7,5 \text{ cm}$ و $BC = 6 \text{ cm}$.

لتكن E نقطة من $[AB]$ بحيث $BE = 1,5 \text{ cm}$. الموازي للمستقيم (AC) والمار من E يقطع

(BC) في F . لتكن M نقطة من $[AC]$ بحيث $CM = 5 \text{ cm}$.

١ أنشئ الشكل :

﴿1 نقطة﴾



٢ أبين أن $BF = 2 \text{ cm}$ وأحسب EF :

لدينا في المثلث ABC :

$E \in (AB)$ و $F \in (BC)$ بحيث

$(EF) \parallel (AC)$

إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة:

$$\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{AC}$$

$$\frac{BE}{BA} = \frac{BF}{BC} \quad \text{من المتساوية}$$

$$BE \times BC = BA \times BF \quad \text{نستنتج أن}$$

$$BF = \frac{BE \times BC}{BA} \quad \text{يعني}$$

٣ أبرهن أن: $(AB) \parallel (FM)$.

﴿1,5 نقطة﴾

لدينا في المثلث ABC ، $M \in (AC)$ و $F \in (BC)$

$$\frac{CF}{CB} = \frac{6-2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

و

$$\frac{CM}{CA} = \frac{5}{7,5} = \frac{50}{75} = \frac{2}{3}$$

و

$$\frac{CM}{CA} = \frac{CF}{CB}$$

إذن

وبما أن النقط C و M و A هي في نفس ترتيب النقط C و F و B . فإنه حسب مبرهنة طاليس

العكسية: $(AB) \parallel (FM)$.

$$BF = \frac{1,5 \times 6}{4,5}$$

يعني

$$BF = \frac{9}{4,5} = 2 \text{ cm}$$

وبالتالي

$$\frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC}$$

ومن المتساوية

$$BE \times AC = BA \times EF$$

نستنتج أن

$$EF = \frac{BE \times AC}{BA}$$

يعني

$$EF = \frac{1,5 \times 7,5}{4,5}$$

يعني

$$EF = \frac{11,25}{4,5} = 2,5 \text{ cm}$$

وبالتالي