

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين - حلول

⚠️ انتبه ← تعليق

تمرين 1

(3,-5)	(6,2)	(0,-2,5)	(-4,1)
لدينا : $3 \times 3 - 4 \times (-5) = 9 + 20$ $= 29$	لدينا : $3 \times 6 - 4 \times 2 = 18 - 8$ $= 10$ $2 \times 6 + 5 \times 2 = 12 + 10$ $= 22$	لدينا : $2 \times 0 + 5 \times (-2,5) = 0 - 12,5$ $= -12,5$	لدينا : $3 \times (-4) - 4 \times 1 = -12 - 4$ $= -16$
إذن (-4,1) ليس حلا للمعادلة الأولى ، فهو إذن ليس حلا للنظمة	و إذن (6,2) حل للمعادلتين معا ، فهو إذن حل للنظمة.	إذن (0,-2,5) ليس حلا للمعادلة الثانية ، فهو إذن ليس حلا للنظمة	إذن (-4,1) ليس حلا للمعادلة الأولى ، فهو إذن ليس حلا للنظمة
		⚠️ رغم أن الزوج حل للمعادلة الأولى فإننا في الجواب نذكر المعادلة الثانية، لأنها هي سبب عدم كونه حلا للنظمة.	

$$\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 2x + 5y = 22 \end{cases}$$

⚠️ انتبه ← تعليق

تمرين 2

$\begin{cases} \sqrt{2}x - 3y = 0 \\ -x + \sqrt{2}y = -\sqrt{2} \end{cases}$	$\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ -5x + y = -4 \end{cases}$	$\begin{cases} x - 5y = -1 \\ 3x - 4y = 8 \end{cases}$
لدينا: $\begin{cases} \sqrt{2}x - 3y = 0 \\ \sqrt{2}y + \sqrt{2} = x \end{cases}$	لدينا: $\begin{cases} 2x - 5y = -1 \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	لدينا: $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ 3x - 4y = 8 \end{cases}$
$\begin{cases} \sqrt{2}(\sqrt{2}y + \sqrt{2}) - 3y = 0 \\ x = \sqrt{2}y + \sqrt{2} \end{cases}$	منه: $\begin{cases} 2x - 5(-4 + 5x) = -1 \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	منه: $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ 3(5y - 1) - 4y = 8 \end{cases}$
منه: $\begin{cases} 2y + 2 - 3y = 0 \\ x = \sqrt{2}y + \sqrt{2} \end{cases}$	منه: $\begin{cases} 2x + 20 - 25x = -1 \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	منه: $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ 15y - 3 - 4y = 8 \end{cases}$
منه: $\begin{cases} -y + 2 = 0 \\ x = \sqrt{2}y + \sqrt{2} \end{cases}$	منه: $\begin{cases} -23x = -21 \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	منه: $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ 11y = 11 \end{cases}$
منه: $\begin{cases} 2 = y \\ x = \sqrt{2}y + \sqrt{2} \end{cases}$	منه: $\begin{cases} x = \frac{21}{23} \\ y = -4 + 5x \end{cases}$	منه: $\begin{cases} x = 5y - 1 \\ y = \frac{11}{11} = 1 \end{cases}$
$\begin{cases} y = 2 \\ x = 2\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \end{cases}$	$\begin{cases} x = \frac{21}{23} \\ y = -4 + 5 \times \frac{21}{23} = \frac{-92 + 105}{23} = \frac{13}{23} \end{cases}$	منه: $\begin{cases} x = 5 \times 1 - 1 = 5 - 1 = 4 \\ y = 1 \end{cases}$
بالتالي حل هذه النظمة هو: $(3\sqrt{2}, 2)$	بالتالي حل هذه النظمة هو: $(\frac{21}{23}, \frac{13}{23})$	بالتالي حل هذه النظمة هو: (4,1)

⚠️ لاحظ أن الحلول قد تكون أعدادا صحيحة أو جذرية أو حقيقية، يستحسن التأكد من صحة الحل إذا كانت الحسابات غير

صعبة ، ففي المثال الأول يمكن التأكد بسهولة أن (4,1) جواب صحيح ، وذلك لأن :

$$\begin{cases} 4 - 5 \times 1 = 4 - 5 = -1 \\ 3 \times 4 - 4 \times 1 = 12 - 4 = 8 \end{cases}$$

$\begin{cases} 3x + 7y = 8 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x - 6y = -8 \end{cases}$	$\begin{cases} 7x - 5y = 1 \\ 3x + 4y = 25 \end{cases}$
<p>لدينا : $\times(-2) \begin{cases} 3x + 7y = 8 \\ 2x + 5y = 11 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} -6x - 14y = -16 \\ 6x + 15y = 33 \end{cases}$</p> <p>نجمع فنجد : $y = 17$</p> <p>نعوض في المعادلة الثانية :</p> $2x + 5 \times 17 = 11$ $2x + 85 = 11$ $2x = 11 - 85$ $2x = -74$ $x = \frac{-74}{2}$ $x = -37$ <p>بالتالي حل هذه النظام هو : (-37, 17)</p>	<p>لدينا : $\times(-3) \begin{cases} 3x - 2y = 9 \\ 2x - 6y = -8 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} -9x + 6y = -27 \\ 2x - 6y = -8 \end{cases}$</p> <p>نجمع فنجد : $-7x = -35$</p> <p>منه : $x = \frac{-35}{-7} = 5$</p> <p>نعوض في المعادلة الأولى :</p> $3 \times 5 - 2y = 9$ $15 - 2y = 9$ $-2y = 9 - 15$ $-2y = -6$ $y = \frac{-6}{-2}$ $y = 3$	<p>لدينا : $\begin{cases} 7x - 5y = 1 \\ 3x + 4y = 25 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} 28x - 20y = 4 \\ 15x + 20y = 125 \end{cases}$</p> <p>نجمع فنجد : $43x = 129$</p> <p>منه : $x = \frac{129}{43} = 3$</p> <p>نعوض في المعادلة الثانية :</p> $3 \times 3 + 4y = 25$ $9 + 4y = 25$ $4y = 25 - 9$ $4y = 16$ $y = \frac{16}{4}$ $y = 4$
<p>⚠ ب مراعات ترتيب الزوج الممثل للحل ، فالعدد x يمثل دائما العدد الأول في المثال أعلاه (17, -37) ليس هو حل النظام بل (-37, 17)</p>	<p>بالتالي حل هذه النظام هو : (5, 3)</p> <p>🔍 لاحظ أن الاختيار تم بعد ملاحظة أن معامل y في المعادلة الثانية مضاعف لمعامله في المعادلة الأولى</p>	<p>🔍 لإيجاد قيمة y يمكنك التعويض أيضا في المعادلة الأولى، فقط يستحسن اختيار المعادلة التي تضم حسابات أبسط.</p>
<p>🔍 لاحظ أنه يجب أن تحصل على معاملات متقابلة بعد ضرب المعادلتين في عددين، و هكذا نتخلص من أحد المجاهيل ، لنحصل على قيمة الآخر ، ثم نختار إحدى المعادلتين و نعوض فيها قيمة المجهول المحصل عليه لنحصل على المجهول الآخر.</p>		

$\begin{cases} 3y = 1 - x \\ x = 13 - y \end{cases}$	$\begin{cases} -2x + 13y = 1 \\ 5x - 26y = 7 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 24 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$
<p>لدينا : $\begin{cases} 3y = 1 - x \\ x = 13 - y \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} 3y = 1 - (13 - y) \\ x = 13 - y \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} 3y = 1 - 13 + y \\ x = 13 - y \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} 3y - y = -12 \\ x = 13 - y \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} 2y = -12 \\ x = 13 - y \end{cases}$</p> <p>منه : $y = \frac{-12}{2} = -6$</p> <p>$x = 13 - (-6) = 13 + 6 = 19$</p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : $(19, -6)$</p>	<p>لدينا : $\begin{cases} -2x + 13y = 1 \\ 5x - 26y = 7 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} -4x + 26y = 2 \\ 5x - 26y = 7 \end{cases}$</p> <p>نجمع فنجد : $x = 9$</p> <p>نعوض في المعادلة الأولى : $-2 \times 9 + 13y = 1$</p> <p>$-18 + 13y = 1$</p> <p>$13y = 1 + 18$</p> <p>$13y = 19$</p> <p>$y = \frac{19}{13}$</p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : $(9, \frac{19}{13})$</p>	<p>لدينا : $\begin{cases} x + y = 24 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$</p> <p>نجمع فنجد : $3x = 24$</p> <p>منه : $x = \frac{24}{3} = 8$</p> <p>نعوض في المعادلة الأولى :</p> <p>$8 + y = 24$</p> <p>$y = 24 - 8$</p> <p>$y = 16$</p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : $(8, 16)$</p>
<p>🔍 ← طريقة التعويض تفرض نفسها في هذا السؤال</p>	<p>🔍 ← الحلول ليست دائما أعداد صحيحة ، قد تكون جذرية.</p>	<p>🔍 ← لم نحتاج في هذا السؤال إلى تطبيق طريقة التعويض أو التأييف الخطية، لكون معاملي y متقابلين.</p>
$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{-2} \\ \frac{1-x}{4} = \frac{y+4}{3} \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{5} \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}$	
<p>لدينا : $\begin{cases} -2x - 3y = 0 \\ 3 - 3x = 4y + 16 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} -2x - 3y = 0 \\ 3(1-x) = 4(y+4) \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} -2x - 3y = 0 \\ -3x - 4y = 16 - 3 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} -2x - 3y = 0 \\ -3x - 4y = 13 \end{cases}$</p> <p>نجمع : $y = 26$</p> <p>نعوض في المعادلة الأولى : $-2x = 3 \times 26 = 78$</p> <p>منه : $x = \frac{78}{-2} = -39$</p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : $(-39, 26)$</p>	<p>لدينا : $\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{y}{5} \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} 5x = 3y \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 3x - 5y = 15 \end{cases}$</p> <p>نجمع : $16x = -45$</p> <p>منه : $\begin{cases} 25x - 15y = 0 \\ -9x + 15y = -45 \end{cases}$</p> <p>منه : $x = \frac{-45}{16}$</p> <p>منه : $3y = 5 \times \frac{-45}{16} = \frac{-225}{16}$</p> <p>$16 \times 3y = -225$</p> <p>منه : $48y = -225$</p> <p>منه : $y = \frac{-225}{48} = \frac{-75}{16}$</p> <p>بالتالي حل هذه النظام هو : $(\frac{-45}{16}, \frac{-75}{16})$</p>	

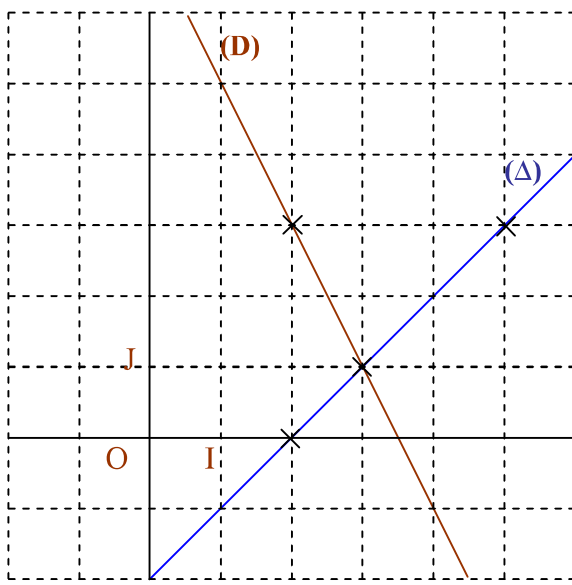
تمرين 5

⚠️ انتبه ← تعليق

$\begin{cases} -x + 3y = 1 \\ 2x - 6y = -2 \end{cases}$	$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 11 \end{cases}$
<p>لدينا : $\begin{cases} -x + 3y = 1 \\ 2x - 6y = -2 \end{cases}$: منه $\times 2$ $\begin{cases} -2x + 6y = 2 \\ 2x - 6y = -2 \end{cases}$</p> <p>نجمع : $0 = 0$</p> <p>المتساوية $0 = 0$ صحيحة دائما ، هذا يعني أن معادلتني النظمة متكافئتان، بمعنى أننا إذا ضربنا المعادلة الأولى في -2 نحصل على المعادلة الثانية، في هذه الحالة ، النظمة تقبل لا نهاية له من الحلول ، فكل زوج (x, y) يحقق إحدى المعادلتين سيكون حلا للنظمة، مثلا : $(-1, 0)$ و $(2, 1)$</p>	<p>لدينا : $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 2y = 11 \end{cases}$: منه $\begin{cases} y = 5 - x \\ 2x + 2y = 11 \end{cases}$</p> <p>منه : $\begin{cases} y = 5 - x \\ 2x + 2(5 - x) = 11 \end{cases}$</p> <p>منه $\begin{cases} y = 5 - x \\ 2x + 10 - 2x = 11 \end{cases}$ منه $\begin{cases} y = 5 - x \\ 10 = 11 \end{cases}$</p> <p>المتساوية $10 = 11$ غير صحيحة ، إذن ليس لهذه النظمة حلول.</p>
<p>⚠️ هذان المثالان يؤكدان أن النظمات قد يكون لها حل وحيد أو لا يكون لها أي حل أو يكون لها ما لانهاية له من الحلول.</p>	<p>⚠️ نقول أيضا حلول هذه النظمة هي المجموعة الفارغة</p>

تمرين 6

⚠️ انتبه ← تعليق

<p>1 - أنشئ في معلم متعامد ممنظم المستقيمين : $(D) 2x + y = 7$ و $(\Delta) x - y = 2$</p>	
	<p>نحدد نقطتين من (D) نأخذ مثلا $x = 2$ نجد $4 + y = 7$ منه $y = 3$ نأخذ مثلا $x = 3$ نجد $6 + y = 7$ منه $y = 1$ إذن (D) سيمر من النقطتين : $(2, 3)$ و $(3, 1)$ نحدد نقطتين من (Δ) نأخذ مثلا $y = 0$ نجد $x - 0 = 2$ منه $x = 2$ نأخذ مثلا $y = 3$ نجد $x - 3 = 2$ منه $x = 5$ إذن (Δ) سيمر من النقطتين : $(2, 0)$ و $(5, 3)$</p> <p>⚠️ يجب اختيار قيمتين ل x و إيجاد y أو العكس، حاول اختيار أعداد بسيطة ، ك $0, 1, -1, \dots$</p> <p>بعد إنشاء المستقيمين نلاحظ أنهما يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات : $(3, 1)$ إذن حل النظمة $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$ هو $(3, 1)$</p> <p>⚠️ يمكنك حل النظمة جبريا للتأكد من الحل .</p>

معطيات : تحتوي مزرعة على عدد غير معروف من الخرفان و الدجاج.
قام صاحب المزرعة بعد الرؤوس (الخرفان و الدجاج) فوجد 70 ثم عد الأرجل (الخرفان و الدجاج) فوجد 174
لتحدد عدد الخرفان و عدد الدجاج ؟

ليكن x عدد الخرفان و y عدد الدجاج

إذن عدد الخرفان و الدجاج هو : $x + y$ منه : $x + y = 70$

و عدد أرجل الخرفان هو $4x$ (لأن لكل خروف 4 أرجل)

و عدد أرجل الدجاج هو $2y$ (لأن لكل دجاجة 2 أرجل)

إذن عدد الأرجل هو : $4x + 2y$ منه : $4x + 2y = 174$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 70 - x \\ 4x + 2(70 - x) = 174 \end{array} \right. \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} y = 70 - x \\ 4x + 4y = 174 \end{array} \right. \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} x + y = 70 \\ 4x + 2y = 174 \end{array} \right. \text{ نحصل على النظام :}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 70 - 17 = 53 \\ x = \frac{34}{2} = 17 \end{array} \right. \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} y = 70 - x \\ 2x = 174 - 140 = 34 \end{array} \right. \text{ منه } \left\{ \begin{array}{l} y = 70 - x \\ 4x + 140 - 2x = 174 \end{array} \right. \text{ منه :}$$

خلاصة: المزرعة تحتوي على 17 خروف و 53 دجاجة .