الحلول

I

نعلم أن : $d = vt$

d هي المسافة ؛ v هي السرعة ؛ t هو الوقت .

بما أن سرعة الصاروخ الأول هي ضعف سرعة الصاروخ الثاني فإن ، في نفس الوقت ، المسافة التي يقطعها الصاروخ الأول هي ضعف المسافة التي يقطعها الصاروخ الثاني .

$$2000\ km/h = \frac{2000}{60}\ km/mn = \frac{100}{3} = km/mn$$

لتكن x المسافة التي تفصل الصاروخين دقيقة قبل الإصطدام . قبل الإصطدام بدقيقة ، المسافة المتبقية للصاروخ الأول لكي يصطدم بالصاروخ الثاني هي : $\frac{2x}{3}$

لدينا :
$$\frac{2x}{3} = \frac{100}{3} \times 1$$
$$2x = 100$$
$$x = 50$$

المسافة التي تفصل الصاروخين دقيقة قبل الإصطدام هي : $\boxed{50\ km}$

II

$$A = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{\sqrt{5}+2}}} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{\sqrt{5}-2}{1}}}$$

$$= 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{\sqrt{5}+2}} = 2 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{\sqrt{5}-2}{1}} = 2 + \frac{1}{\sqrt{5}+2}$$

$$= 2 + \frac{\sqrt{5}-2}{1} = \boxed{\sqrt{5}}$$

III

a و b و c متناسبة مع 3 و 4 و 7 يعني أن : $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7}$

نضع : $\frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{7} = k$

$\frac{a}{3} = k$ يعني أن : $a = 3k$

$\frac{b}{4} = k$ يعني أن : $b = 4k$

$\frac{c}{7} = k$ يعني أن : $c = 7k$

$abc = 3k \times 4k \times 7k = 84k^3 = 672$

إذن $k^3 = \frac{672}{84} = 8$

ومنه فإن $k = 2$

$a = 3k = \boxed{6}$

$b = 4k = \boxed{8}$

$c = 7k = \boxed{14}$

IV

بما أن $2x + 4y = 1$ فإن $(2x + 4y)^2 = 1^2$

$4x^2 + 16y^2 + 16xy = 1$

بما أن $4x^2 + 16y^2 + 16xy = 1$ فإن $4x^2 + 16y^2 + 16xy \geq 1$ (1)

مهما يكن x و y في $\mathbb{R}$ فإن : $(4x - 2y)^2 \geq 0$

$16x^2 + 4y^2 - 16xy \geq 0$ (2)

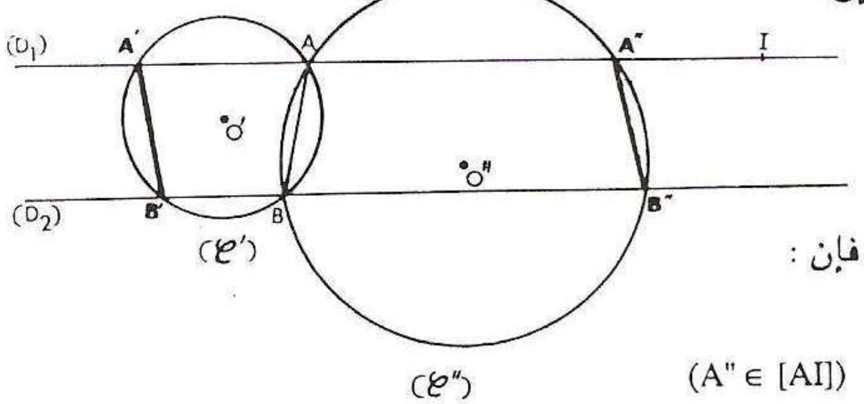
من (1) و (2) نستنتج أن : $4x^2 + 16y^2 + 16xy + 16x^2 + 4y^2 - 16xy \geq 1$

$20x^2 + 20y^2 \geq 1$

$20(x^2 + y^2) \geq 1$

$$\boxed{x^2 + y^2 \geq \frac{1}{20}}$$

V



بما أن ABB'A' رباعي دائري فإن :

$\widehat{B'A'A} + \widehat{ABB'} = 180$

لدينا : $\widehat{ABB"} + \widehat{ABB'} = 180$

إذن : $\widehat{B'A'A} = \widehat{ABB"}$ (1)

بما أن ABB"A" رباعي دائري فإن :

$\widehat{ABB"} + \widehat{AA"B"} = 180$

لدينا : $\widehat{IA"B"} + \widehat{AA"B"} = 180$ $(A" \in [AI])$

إذن $\widehat{ABB"} = \widehat{IA"B"}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن $\widehat{B'A'A} = \widehat{IA"B"}$

و لدينا : $\widehat{BB"A"} = \widehat{IA"B"}$ (متبادلتان داخليا)

إذن : $\widehat{B'A'A} = \widehat{BB"A"}$

نبرهن بنفس الطريقة أن $\widehat{BB'A'} = \widehat{AA"B"}$

بما أن $\widehat{BB'A'} = \widehat{AA"B"}$ و $\widehat{B'A'A} = \widehat{BB"A"}$ فإن A'A"B"B' متوازي أضلاع .