أولمبياد الرياضيات السنة الثالثة ثانوي إعدادي

2006

مدة الإنجاز ساعتان و نصف

التمرين الأول:

ليكن A عددا مكونا من رقمين $\mathbf{A = \overline{xy}}$ (رقم وحداته y و رقم عشرته x)

وليكن B العدد الذي رقم وحداته x و رقم عشرته y : $\mathbf{B = \overline{yx}}$

بين أن العدد A+B قابل للقسمة على 11

التمرين الثاني:

الأعداد a و b وc موجبة قطعا :

1. بين أن : $\dfrac{ab}{a+b} \le \dfrac{a+b}{4}$
2. استنتج أن : $\dfrac{ab}{a+b} + \dfrac{bc}{b+c} + \dfrac{ac}{a+c} \le \dfrac{a+b+c}{2}$
3. بين أن : $a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2) \ge 6abc$

التمرين الثالث:

N عدد صحيح طبيعي غير منعدم , أحسب المجموعين E و F بدلالة N :

$$\mathbf{E = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + ... + \frac{1}{(N-1)N}}$$

$$\mathbf{F = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^N}$$

التمرين الرابع:

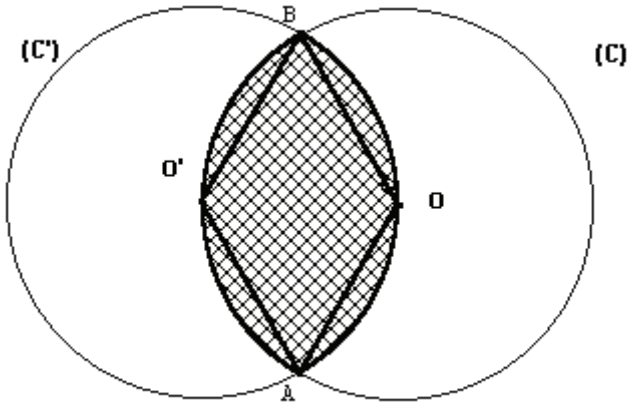
(D_1) و(D_2) مستقيمان متوازيان و (D_3) قاطع لهما :

1. أنشئ الشكل و جميع الدوائر (C) , بحيث الدائرة (C) متماسة مع المستقيمات الثلاث (D_1) و(D_2) و (D_3).
2. كم هو عدد هذه الدوائر(C) المحققة لشرط السؤال السابق ؟

التمرين الخامس:

(C) و (C') دائرتان مركزاهما على التوالي O و O' و لهما نفس الشعاع $r = OO'$.

أحسب بدلالة r مساحة الجزء المخدوش



A و B نقطتي تقاطع الدائرتين (C) و (C') .