ذ: ياسني نورالدين

1 النشر و التعميل

I-النشر

النشر : تعريف

النشر هو المرور من : تعبير على شكل جداء إلى تعبير على شكل مجموع أو فرق

امثلة لتعابير على شكل مجموع أو فرق

$21-19{,}14+3$ ؛ x^2-2x+1 ؛ $(\sqrt{5}-y)+2{,}5$ ؛ $(2x-1)^2-\sqrt{13}$

بحيث نجد عملية الجمع أو الطرح بين الحدود في كل حالة

امثلة لتعابير على شكل جداء

$18{,}4\times\sqrt{19}\div 1{,}7$ ؛ $x^2\times 2x\times 7$ ؛ $(5-y)\times\sqrt{2{,}5}$ ؛ $(2x-1)^2$

بحيث نجد عملية الضرب أو القسمة بين العوامل في كل حالة

أو مربع مجموع عددين أو مربع فرق عددين ...

النشر : قواعد

قاعدة 1

a و b و K أعداد حقيقية :

$k\times a+k\times b$ إتجاه النشر $k\times(a+b)$

نقوم بتوزيع K على كل من a و b مع وضع إشارة " + " بين الحدين : $k\times a$ و $k\times b$ و التي كانت بين a و b .

ذ: ياسني نورالدين

امثلة للنشر : قاعدة 1

انشر التعابير التالية :

$A = y \times (4+t)$
$A = y \times 4 + y \times t$
$A = 4y + yt$

$B = -\sqrt{3}a(x+11)$
$B = -\sqrt{3}a \times x + (-\sqrt{3}a) \times 11$
$B = -\sqrt{3}ax + (-\sqrt{3}a \times 11)$
$B = -\sqrt{3}ax + (-11\sqrt{3}a)$
$B = -\sqrt{3}ax - 11\sqrt{3}a$

تذكرأن : + (- = -)

قاعدة 2

a و b و K أعداد حقيقية :

$k(a-b)$ ← إتجاه النشر → $k \times a - k \times b$

نقوم بتوزيع K على كل من a و b مع وضع إشارة " - " بين الحدين : $k \times a$ و $k \times b$ و التي كانت بين a و b .

امثلة للنشر : قاعدة 2

انشر التعابير التالية :

$C = \sqrt{6}(\sqrt{6} - m)$
$C = \sqrt{6} \times \sqrt{6} - \sqrt{6} \times m$
$C = (\sqrt{6})^2 - \sqrt{6}m$
$C = 6 - \sqrt{6}m$

$D = 2a(xy - 6)$
$D = 2a \times xy - 2a \times 6$
$D = 2axy - 12a$

$E = -3(-t - \sqrt{7})$
$E = -3 \times (-t) - (-3) \times \sqrt{7}$
$E = 3 \times t + 3 \times \sqrt{7}$
$E = 3t + 3\sqrt{7}$

$F = (-3{,}4 - 6{,}2) \times 5$
$F = 3{,}4 \times 5 - 6{,}2 \times 5$
$F = 17 - 31$
$F = -14$

ذ: ياسني نورالدين

قاعدة 3

a و b و c و K أعداد حقيقية :

$k\times(a-b+c)$ ← اتجاه النشر — $k\times a-k\times b+k\times c$

نقوم بتوزيع K على كل من a و b و c مع احترام الإشارات وضع إشارة " - " بين الحدين : $k\times a$ و kb

حيث نضع إشارة " - " بين $k\times a$ و $k\times b$ و التي كانت بين a و b ، و إشارة " + " بين $k\times b$ و $k\times c$ و التي كانت بين b و c .

امثلة للنشر : قاعدة 3

انشر التعابير التالية :

$$G=3(7x-\frac{5}{3}+b)$$
$$G=3\times 7x-3\times\frac{5}{3}+3\times b$$
$$G=21x-5+3b$$

$$H=-8a(5+y-\sqrt{2}t+4d)$$
$$H=-8a\times 5+(-8a)\times y-(-8a)\times\sqrt{2}t+(-8a)\times 4d$$
$$H=-8\times 5a+(-8a\times y)-(-8a\times\sqrt{2}t)+(-8a\times 4d)$$
$$H=-40a+(-8ay)-(-8\sqrt{2}at)+(-32ad)$$
$$H=-40a-8ay+8\sqrt{2}at-32ad$$

تذكر أن : - (+ = - و - (- = + و + (- = -

في كلتا الحالتين لا يمكن أن نبسط أكثر لأن الحدود المحصل عليها مختلفة؟؟؟

قاعدة 4

a و b و c و d أعداد حقيقية :

$(a+b)(c+d)$ ← النشر — $a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$

1- نوزع a على كل من c و d فنحصل على : $a\times c$ و $a\times d$

2- نوزع b على كل من c و d فنحصل على : $b\times c$ و $b\times d$

3 تحديد إشارة كل حد من الحدود : $a\times c$ و $a\times d$ و $b\times c$ و $b\times d$

لتحديد إشارة $a\times c$ مثلا ،نحدد إشارة a ثم نحدد إشارة c ،وبذلك إشارة الجداء $a\times c$ هي جداء إشارة a مع إشارة c

امثلة للنشر : قاعدة 4

انشر التعابير التالية :

$$M=(\frac{6}{2}+t)(1+b)$$
$$M=\frac{6}{5}\times 1+\frac{6}{5}\times b+t\times 1+t\times b$$
$$M=\frac{6}{5}+\frac{6\times b}{5}+t+tb$$
$$M=\frac{6}{5}+\frac{6b}{5}+t+tb$$

$$F=(\sqrt{5}+x)(7+a)$$
$$F=\sqrt{5}\times 7+\sqrt{5}\times a+x\times 7+x\times a$$
$$F=7\sqrt{5}+\sqrt{5}a+7x+ax$$

في كلتا الحالتين لا يمكن أن نبسط أكثر لأن الحدود المحصل عليها مختلفة؟؟؟

لاحظ أننا لم نحصل على إشارة "-" في كلتا الحالتين لأن الحدود كلها ذات إشارة موجبة "+" في المثالين معا

قاعدة 5

a و b و c و d أعداد حقيقية :

$(a-b)(c-d)$ ← النشر → $ac-ad-bc+bd$

تذكر أن : $a\times c=ac$

1- نوزع a على كل من c و d فنحصل على : ac و ad

2- نوزع b على كل من c و d فنحصل على : bc و bd

3- تحديد إشارة كل حد من الحدود : ac و ad و bc و bd

إشارة ac هي جداء إشارة a " + " مع إشارة c " + " أي : $(+)\times(+)=+$ نكتب : +ac أو ac

إشارة ad هي جداء إشارة a " + " مع إشارة d " - " أي : $(+)\times(-)=-$ نكتب : -ad

إشارة bc هي جداء إشارة b " - " مع إشارة c " + " أي $(-)\times(+)=-$ نكتب : -cb

إشارة bd هي جداء إشارة b " - " مع إشارة d " - " أي : $(-)\times(-)=+$ نكتب : +db

بنفس الطريقة نجد :

$(a-b)(c+d)$ ← النشر → $ac+ad-bc-bd$

$(a+b)(c-d)$ ← النشر → $ac-ad+bc-bd$

امثلة للنشر : قاعدة 5

انشر التعابير التالية :

$M=(x+2)(3-b)$

$M=x\times 3-x\times b+2\times 3-2\times b$

$M=3x-xb+6-2b$

$F=(6-t)(7+a)$

$F=6\times 7+6\times a-t\times 7-t\times a$

$F=42+6a-7t-ta$

$P=(1{,}5+\sqrt{5})(6-\sqrt{3})$

$P=1{,}5\times 6-1{,}5\times\sqrt{3}+\sqrt{5}\times 6-\sqrt{5}\times\sqrt{3}$

$P=9-1{,}5\sqrt{3}+6\sqrt{5}-\sqrt{15}$

$P=(2a-5x)(6x-3)$

$P=2a\times 6x-2a\times 3-5x\times 6x+5x\times 3$

$P=12ax-6a-30x^2+15x$

في جميع الحالات لا يمكن أن نبسط أكثر لأن الحدود المحصل عليها مختلفة؟؟؟

النشر : المتطابقات هامة

المتطابقة الهامة 1

a و b عددين حقيقيين :

$(a+b)^2$ ← النشر ← $a^2+2ab+b^2$

لأن :

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a\times a+a\times b+b\times a+b\times b=a^2+ab+ab+b^2=a^2+2ab+b^2$$

امثلة للنشر : المتطابقة الهامة 1

انشر التعابير التالية :

$M=(3+x)^2$

$M=3^2+2\times 3\times x+x^2$

$M=9+6x+x^2$

$A=\left(3+\sqrt{2}\right)^2$

$A=3^2+2\times 3\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2$

$A=9+6\sqrt{2}+2$

$A=11+6\sqrt{2}$

$B=\left(2\sqrt{7}+\frac{1}{3}\right)^2$

$B=\left(2\sqrt{7}\right)^2+2\times 2\sqrt{7}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$B=2^2\left(\sqrt{7}\right)^2+4\times\frac{1}{3}\sqrt{7}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}$

$B=4\times 7+\frac{4}{3}\sqrt{7}+\frac{1}{9}$

$B=28+\frac{4}{3}\sqrt{7}+\frac{1}{9}$

توحيد المقام وجمع البسطين

ذ: ياسني نورالدين

المتطابقة الهامة 2

a و b عددين حقيقيين :

$(a-b)^2$ ← النشر → $a^2-2ab+b^2$

لأن :

$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)=a\times a-a\times b-b\times a+b\times b=a^2-ab-ab+b^2=a^2-2ab+b^2$$

امثلة للنشر : المتطابقة الهامة2

انشر التعابير التالية :

$$P=\left(0{,}5-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$P=0{,}5^2-2\times 0{,}5\times\frac{4}{\sqrt{2}}+\left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$P=0{,}25-1\times\frac{4}{\sqrt{2}}+\frac{4^2}{\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$P=0{,}25-\frac{4}{\sqrt{2}}+\frac{16}{2}$$

$$P=0{,}25-\frac{4}{\sqrt{2}}+8$$

$$P=8{,}25-\frac{4}{\sqrt{2}}$$

لاحظ أن : $4^2=4\times 4=16$ ؛؛ $4^2\neq 4\times 2=8$

$$R=\left(x-1-\sqrt{5}\right)^2$$

$$R=\left((x-1)-\sqrt{5}\right)^2$$

$$R=(x-1)^2-2\times(x-1)\times\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2$$

$$R=x^2-2\times x\times 1+1^2-2\sqrt{5}(x-1)+5$$

$$R=x^2-2x+1-2\sqrt{5}\times x+2\sqrt{5}\times 1+5$$

$$R=x^2-2x+1-2\sqrt{5}x+2\sqrt{5}+5$$

$$R=x^2-2x-2\sqrt{5}x+1+5+2\sqrt{5}$$

$$R=x^2-2x\left(1+\sqrt{5}\right)+6+2\sqrt{5}$$

جمع حدين متشابهين

المتطابقة الهامة 3

a و b عددين حقيقيين :

$(a-b)(a+b)$ ← النشر → a^2-b^2

لأن :

$$(a-b)(a+b)=a\times a+a\times b-b\times a-b\times b=a^2+ab-ab-b^2=a^2-b^2$$

امثلة للنشر : المتطابقة الهامة3

انشر التعابير التالية :

$$E=(5-y)(5+y)$$
$$E=5^2-y^2$$
$$E=25-y^2$$

$$F=\left(3-\sqrt{2,9}x\right)\left(3+\sqrt{2,9}x\right)$$
$$F=3^2-\left(\sqrt{2,9}x\right)^2$$
$$F=9-\left(\sqrt{2,9}\right)^2\times x^2$$
$$F=9-2,9x^2$$

$$S=\left(3x-2\sqrt{5}+\frac{4}{-\sqrt{3}}\right)\left(3x-2\sqrt{5}+\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$$
$$S=\left(\left(3x-2\sqrt{5}\right)-\frac{4}{\sqrt{3}}\right)\left(\left(3x-2\sqrt{5}\right)+\frac{4}{\sqrt{3}}\right)$$
$$S=\left(3x-2\sqrt{5}\right)^2-\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right)^2$$
$$S=(3x)^2-2\times 3x\times 2\sqrt{5}+\left(2\sqrt{5}\right)^2-\frac{4^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2}$$
$$S=3^2\times x^2-12\sqrt{5}x+2^2\times\left(\sqrt{5}\right)^2-\frac{16}{3}$$
$$S=9x^2-12\sqrt{5}x+4\times 5-\frac{16}{3}$$
$$S=9x^2-12\sqrt{5}x+20-\frac{16}{3}$$

توحيد المقام وجمع البسطين

II- التعميل

التعميل : تعريف

التعميل هو المرور من :

تعبير على شكل مجموع أو فرق

إلى

تعبير على شكل جداء

التعميل : قواعد

قاعدة 1

a و b و K أعداد حقيقية :

$k\times(a+b)$ ← إتجاه التعميل ← $k\times a+k\times b$

K هو العامل المشترك بين الحدين : $k\times a$ و $k\times b$ إذن نعمل ب K فنجد : $k\times(a+b)$

امثلة للتعميل : قاعدة 1

عمل التعابير التالية :

$$B=3a+\frac{2\sqrt{3}}{5}$$

$$B=\left(\sqrt{3}\right)^2 a+\frac{2}{5}\times\sqrt{3}$$

$$B=\sqrt{3}\times\sqrt{3}a+\frac{2}{5}\times\sqrt{3}$$

$$B=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}a+\frac{2}{5}\right)$$

$$A=8x+16y$$

$$A=8x+8\times 2y$$

$$A=8(x+2y)$$

تفكيك الأعداد للحصول على العامل المشترك

قاعدة 2

a و b و K أعداد حقيقية :

$k\times a-k\times b$ ← إتجاه التعميل ← $k(a-b)$

K هو العامل المشترك بين الحدين : $k\times a$ و $k\times b$ إذن نعمل ب K فنجد : $k\times(a-b)$

امثلة للتعميل : قاعدة 2

عمل التعابير التالية :

$$C=12x^2-8x$$
$$C=4x\times 3x-2\times 4x$$
$$C=4x(3x-2)$$

$$D=\frac{6a}{21}-\frac{18}{7}$$
$$D=\frac{6\times a}{7\times 3}-\frac{6\times 3}{7}$$
$$D=\frac{6}{7}\left(\frac{a}{3}-3\right)$$

تفكيك الأعداد للحصول على العامل المشترك

قاعدة 3

a و b و c و K أعداد حقيقية :

$k\times a-k\times b+k\times c$ ← اتجاه التعميل ← $k\times(a-b+c)$

K هو العامل المشترك بين الحدود : $k\times a$ و $k\times b$ و $k\times c$ إذن نعمل ب K فنجد : $k\times(a-b+c)$

امثلة للتعميل : قاعدة 3

عمل التعابير التالية :

$$G=35x-5x^2+15xy$$
$$G=5x\times 7-5x\times x+5\times 3xy$$
$$G=5x(7-x+3y)$$

$$H=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{3}{2}x-\frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^3}$$
$$H=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{3}{(\sqrt{2})^2}x-\frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^3}$$
$$H=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{3}{\sqrt{2}}x-\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^2}$$
$$H=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(1+\frac{3}{\sqrt{2}}x-\frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{2})^2}\right)$$

تفكيك الأعداد للحصول على العامل المشترك

قاعدة 4

a و b و c وd أعداد حقيقية :

$a\times c+a\times d+b\times c+b\times d$ ← التعميل → $(c+d)(a+b)$

نعمل ب : $(c+d)$ — نعمل ب : b — نعمل ب : a

لأن : $a\times c+a\times d+b\times c+b\times d=a(c+d)+b(c+d)=(c+d)(a+b)$

قاعدة 5

a و b و c وd أعداد حقيقية :

$ac-ad-bc+bd$ ← التعميل → $(c-d)(a-b)$

لأن : $a\times c-a\times d-b\times c+b\times d=a(c-d)-b(c-d)=(c-d)(a-b)$

بنفس الطريقة نجد :

$ac+ad-bc-bd$ ← التعميل → $(c+d)(a-b)$

لأن : $a\times c+a\times d-b\times c-b\times d=a(c+d)-b(c+d)=(c+d)(a-b)$

$ac-ad+bc-bd$ ← التعميل → $(c-d)(a+b)$

لأن : $a\times c-a\times d+b\times c-b\times d=a(c-d)+b(c-d)=(c-d)(a+b)$

امثلة للتعميل : قاعدة4و5

عمل التعابير التالية :

$$F = 6 + 2x + 3\sqrt{2} + \sqrt{2}x$$
$$F = 3\times 2 + 2x + \sqrt{2}(3 + x)$$
$$F = 2(3 + x) + \sqrt{2}(3 + x)$$
$$F = (3 + x)(2 + \sqrt{2})$$

$$M = x - 3 + 9x^2 - 27x$$
$$M = x - 3 + 9x\times x - 3\times 9x$$
$$M = (x - 3)\times 1 + 9x(x - 3)$$
$$M = (x - 3)(1 + 9x)$$

نعمل كل حدين بعامل مشترك ثم نحصل على عامل مشترك آخر بين قوسين ونعمل به

المتطابقة الهامة 1

a و b عددين حقيقيين :

$a^2 + 2ab + b^2$ ← التعميل → $(a + b)^2$

امثلة للتعميل : المتطابقة الهامة 1

عمل التعابير التالية :

$$M = x^2 + 2\times x\times 3 + 9$$
$$M = x^2 + 2\times x\times 3 + 3^2$$
$$M = (x + 3)^2$$

$$N = x^4 + 2x^2 + 1$$
$$N = (x^2)^2 + 2\times x^2\times 1 + 1^2$$
$$N = (x^2 + 1)^2$$

$$B = 4a^2 + 4\sqrt{5}a + 5$$
$$B = 2^2a^2 + 2\times 2a\times\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$$
$$B = (2a)^2 + 2\times 2a\times\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$$
$$B = (2a + \sqrt{5})^2$$

انتبه : $\sqrt{5}a \neq \sqrt{5a}$ و $(2a)^2 \neq 2a^2$

المتطابقة الهامة 2

a و b عددين حقيقيين :

$a^2 - 2ab + b^2$ ← التعميل → $(a - b)^2$

امثلة للتعميل : المتطابقة الهامة2

عمل التعابير التالية :

$$P=\frac{4}{9}-\frac{4}{3}x+x^2$$
$$P=\frac{2}{3^2}^{\,2}-2\times\frac{2}{3}\times x+x^2$$
$$P=\left(\frac{2}{3}\right)^2-2\times\frac{2}{3}\times x+x^2$$
$$P=\left(\frac{2}{3}-x\right)^2$$

$$R=y^2-y+0,25$$
$$R=y-1\times y+\overbrace{0,5\times 0,5}$$
$$R=y^2-\overbrace{2\times 0,5}\times y+0,5^2$$
$$R=y^2-2\times 0,5\times y+0,5^2$$
$$R=(y-0,5)^2$$

المتطابقة الهامة 3

a و b عددين حقيقيين :

a^2-b^2 ← التعميل ← $(a-b)(a+b)$

امثلة للتعميل : المتطابقة الهامة3

عمل التعابير التالية :

$$E=13-t^2$$
$$E=\left(\sqrt{13}\right)^2-t^2$$
$$E=\left(\sqrt{13}-t\right)\left(\sqrt{13}+t\right)$$

$$F=18-2x^2$$
$$F=2\times 9-2\times x^2$$
$$F=2\left(9-x^2\right)$$
$$F=2\left(3^2-x^2\right)$$
$$F=2(3-x)(3+x)$$

$$G=x^2+2x-3$$
$$G=x^2+2x+1-4$$
متطابقة 1 $$G=\underbrace{x^2+2\times x\times 1+1^2}-2^2$$
متطابقة 3 $$G=(x+1)^2-2^2$$
$$G=(x+1-2)(x+1+2)$$
$$G=(x-1)(x+3)$$